

УДК 621.313-523.2-047.72

ББК 326-028

А.А. АФАНАСЬЕВ, Н.Н. ИВАНОВА, В.А. ВАТКИН, Д.А. ТОКМАКОВ

О ПОДХОДАХ К РАСЧЕТУ МАГНИТНОЙ ЦЕПИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ МАШИНЫ НА ОСНОВЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ НАМАГНИЧЕННОСТЕЙ ФЕРРОМАГНИТНЫХ УЧАСТКОВ ЕЕ СЕРДЕЧНИКОВ

Ключевые слова: напряженности, длины, магнитные напряжения участков цепи, параллелепипеды, ферромагнитные среды, намагниченности, уравнение Лапласа, метод разделения переменных, постоянные Фурье.

Современные электрические двигатели имеют достаточно высокий коэффициент полезного действия, но он далек от идеальных показателей. Повысить данный коэффициент можно только опираясь на точные расчеты на этапе проектирования электрических машин. Новые подходы к расчету магнитных цепей электрических двигателей позволяют уточнить и дополнить используемую для этих целей классическую теорию.

Цель исследования – сравнительный анализ традиционного подхода к электромагнитному расчету электрической машины, основанному на использовании напряженности и магнитного напряжения магнитного поля в ферромагнитных элементах магнитной цепи, и нового подхода, связанного с привлечением решений граничных задач математической физики для объемных фрагментов машины с воздушной и ферромагнитной намагниченной средой.

Материалы и методы. При проведении исследования использовались теоретические и эмпирические методы. Расчеты были произведены для вентильного двигателя 12ДВМ250 мощностью 150 кВт. Для автоматизации процесса моделирования использовалась система компьютерной математики Mathcad.

Результаты. В работе сравниваются два подхода к проведению электромагнитного расчета электрических машин. Первый базируется на традиционном расчете нелинейной магнитной цепи, которая рассматривается с позиций двухмерной нелинейной электрической цепи: магнитные поток и сопротивление – в первом приближении, это аналоги электрического тока и нелинейного резистора. В топологическом смысле магнитная цепь фиксируется как путь замыкания силовых линий магнитного поля в пределах его периода. В результате расчета находятся максимальные значения магнитной индукции в элементах магнитной цепи: в воздушном зазоре, ярмах и зубцах статора и ротора, также фиксируется равновесие источников магнитного поля (магнитодвижущей силы обмоток и магнитов) и падений магнитного напряжения в указанных выше элементах магнитной цепи. Второй подход является более строгим с математической точки зрения: активная часть электрической машины представляется как совокупность двух- или трехмерных геометрических пространств с ферромагнитной и воздушной средой, магнитное поле в каждом из которых может быть рассчитано как решение граничной задачи Дирихле или Неймана. Средствами адаптации к граничным задачам математической физики являются граничные условия магнитного поля для активных ферромагнитных зон машины: скалярные магнитные потенциалы и магнитные индукции не претерпевают скачка (разрыва). Если же магнитные листы обмоток по соображениям удобства расчета располагаются на границах, то магнитные потенциалы имеют скачок, равный величине полного тока магнитного листа. В результате расчета в соответствии со вторым подходом были получены двух- или трехмерные графики распределения магнитной индукции (или намагниченности ферромагнитных сред) в активных зонах: в воздушном зазоре, ярмах, зубцовых слоях статора и ротора электрической машины.

Выводы. Введение в расчет намагниченностей объемных структур с ферромагнитной средой позволяет учесть нелинейные свойства и геометрические особенности этих элементов магнитной цепи электрической машины. При стандартных уровнях

магнитной индукции в активных средах машины, продиктованных допустимыми магнитными и электрическими потерями, связь между индукцией и намагниченностью ферромагнитной среды можно считать линейной. Использование второго подхода к электромагнитному расчету электрической машины позволяет получить более детальные и математически достаточно строго обоснованные сведения о характере распределения магнитного поля в ее активных частях.

Электрические машины находят широкое применение во многих отраслях промышленности, что обуславливает необходимость постоянного совершенствования методов их расчета и проектирования [6]. Они имеют достаточно высокий коэффициент полезного действия (КПД). При этом продолжаются поиски путей повышения энергетической эффективности таких устройств [1, 7, 8, 10, 18, 19]. В частности, определенный интерес представляют новые подходы к расчету магнитных цепей электрических двигателей, которые позволяют уточнить и дополнить используемую для этих целей классическую теорию.

Целью исследования является сравнительный анализ традиционного подхода к электромагнитному расчету электрической машины, основанному на использовании напряженности и магнитного напряжения магнитного поля в ферромагнитных элементах магнитной цепи, и нового подхода, связанного с привлечением решений граничных задач математической физики для объемных фрагментов машины с воздушной и ферромагнитной намагниченной средой.

Материалы и методы. При проведении исследования использовались теоретические и эмпирические методы. Для проведения расчета был выбран вентильный двигатель 12ДВМ250 производства Чебоксарского электроаппаратного завода мощностью 150 кВт. Для автоматизации процесса моделирования использовалась система компьютерной математики Mathcad.

Результаты исследования. В ферромагнитном фрагменте магнитной цепи намагниченность магнитного поля определяется известной формулой [5, 11]

$$M_i = \frac{B_i}{\mu_0} - H_i, \quad (1)$$

где B_i , H_i – индукция и напряженность магнитного поля в i -м фрагменте соответственно.

Традиционный порядок расчета магнитной цепи электрической машины. В электрической машине магнитный поток, замыкающийся через ярмовые и зубчатые слои сердечников статора и ротора, проходит через один воздушный зазор в пределах полюсного деления. В этой магнитной цепи источники магнитного поля – МДС обмоток возбуждения $\frac{I_B w_B}{2p}$ и статора

$\frac{3\sqrt{2} I w k_{w1}}{\pi p}$ – уравниваются суммой падений магнитного напряжения

на последовательно включенных ее отдельных участках [9, 13]:

$$\frac{I_B w_B}{2p} + \frac{3\sqrt{2} I w k_{w1}}{\pi p} = F_\delta + F_{zs} + F_{zr} + F_m + F_{as} + F_{ar}, \quad (2)$$

где $F_{\delta} = \frac{B_{\delta}}{\mu_0} \delta$, $F_{zs} = H_{zs} l_{zs}$, $F_{zr} = H_{zr} l_{zr}$, $F_m = H_m l_m$, $F_{as} = H_{as} l_{as}$, $F_{ar} = H_{ar} l_{ar}$ –

магнитные напряжения в участках (соответственно в воздушном зазоре, в зубцах статора и ротора, в полюсном сердечнике, в ядрах статора и ротора), равные произведениям магнитных напряжений участков на их длину (точнее на длину силовой линии магнитного поля в участке).

Расчет магнитного поля электрической машины на основе решения граничной задачи математической физики методом разделения переменных Фурье. В задачах математической физики рассматривается расчет скалярного потенциала для объемных геометрических фигур (тороид, параллелепипед) в соответствующей системе координат в виде двойных тригонометрических рядов с неизвестными постоянными Фурье, которые определяются по заданным краевым значениям потенциала [3, 12, 15, 17].

Решение уравнения Лапласа применительно к прямоугольному параллелепипеду

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0, \quad 0 < x < a, \quad 0 < y < b, \quad 0 < z < h \quad (3)$$

при граничных условиях

$$u(y=0) = \varphi_1(x, z), \quad u(y=b) = \varphi_2(x, z) \quad (4)$$

известно [15]

$$u(x, y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi}{a} x \sin \frac{m\pi}{h} z \left(C_{nm} \frac{\operatorname{sh} \sqrt{\lambda_{nm}} y}{\operatorname{sh} \sqrt{\lambda_{nm}} b} + D_{nm} \frac{\operatorname{sh} \sqrt{\lambda_{nm}} (b-y)}{\operatorname{sh} \sqrt{\lambda_{nm}} b} \right), \quad (5)$$

где

$$\begin{aligned} \lambda_{nm} &= \left(\frac{n\pi}{a} \right)^2 + \left(\frac{m\pi}{h} \right)^2, \\ C_{nm} &= \frac{4}{ah} \int_0^a \int_0^h \varphi_2(x, z) \sin \frac{n\pi}{a} x \sin \frac{m\pi}{h} z dx dz, \\ D_{nm} &= \frac{4}{ah} \int_0^a \int_0^h \varphi_1(x, z) \sin \frac{n\pi}{a} x \sin \frac{m\pi}{h} z dx dz. \end{aligned} \quad (6)$$

Из анализа выражений (6) следует, во-первых, что граничные функции $\varphi_1(x, z)$ и $\varphi_2(x, z)$ являются нечетными периодическими (по переменной x с периодом $2a$, а по переменной z с периодом $2h$), во-вторых, постоянные Фурье C_{nm} и D_{nm} являются коэффициентами разложения этих периодических функций двух переменных в тригонометрический двойной ряд Фурье [4].

Дифференцируя уравнение (5) по переменным x , y и z , можно получить выражения для составляющих магнитной индукции $B_x(x, y, z)$, $B_y(x, y, z)$ и $B_z(x, y, z)$, не решая для этого вторую граничную задачу (задачу Неймана). Например,

$$B_y(x, y, z) = -\mu_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sqrt{\lambda_{nm}} \sin \frac{n\pi}{a} x \sin \frac{m\pi}{h} z \left(C_{nm} \frac{\operatorname{ch} \sqrt{\lambda_{nm}} y}{\operatorname{sh} \sqrt{\lambda_{nm}} b} - D_{nm} \frac{\operatorname{ch} \sqrt{\lambda_{nm}} (b-y)}{\operatorname{sh} \sqrt{\lambda_{nm}} b} \right). \quad (7)$$

Из условия непрерывности магнитного потока параллелепипеда следует, что между двумя постоянными Фурье имеется линейная зависимость

$$C_{nm} = -D_{nm}. \quad (8)$$

Тогда с учетом равенства (8) выражения (5) и (7) можно представить в виде

$$u(x, y, z) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi}{a} x \sin \frac{m\pi}{h} z \left(\frac{\operatorname{sh} \sqrt{\lambda_{nm}} y}{\operatorname{sh} \sqrt{\lambda_{nm}} b} - \frac{\operatorname{sh} \sqrt{\lambda_{nm}} (b-y)}{\operatorname{sh} \sqrt{\lambda_{nm}} b} \right) C_{nm}, \quad (9)$$

$$B_y(x, y, z) = -\mu_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sqrt{\lambda_{nm}} \sin \frac{n\pi}{a} x \sin \frac{m\pi}{h} z \left(\frac{\operatorname{ch} \sqrt{\lambda_{nm}} y}{\operatorname{sh} \sqrt{\lambda_{nm}} b} + \frac{\operatorname{ch} \sqrt{\lambda_{nm}} (b-y)}{\operatorname{sh} \sqrt{\lambda_{nm}} b} \right) C_{nm}. \quad (10)$$

Решения краевых задач Дирихле и Неймана для объемных областей могут быть адаптированы к электромагнитному расчету электрической машины.

Активная область электрической машины с радиальным воздушным зазором может быть представлена в виде многоэтажной конструкции с этажами разной высоты, состоящих из двух состыкованных по боковым поверхностям одинаковых параллелепипедов, которые соответствуют ярмовым, зубцовым, воздушным слоям машины (рис. 1).

Полная ширина этажей равна удвоенной ширине одного параллелепипеда – периоду магнитного поля

$$2a = 2\tau. \quad (11)$$

Средствами адаптации новых подходов расчета к граничным задачам математической физики являются граничные условия магнитного поля для активных ферромагнитных зон машины: скалярные магнитные потенциалы и магнитные индукции не претерпевают скачка (разрыва). Если же магнитные листы обмоток по соображениям удобства расчета располагаются на границах, то магнитные потенциалы будут иметь скачок на величину полного тока магнитного листа [11, 14].

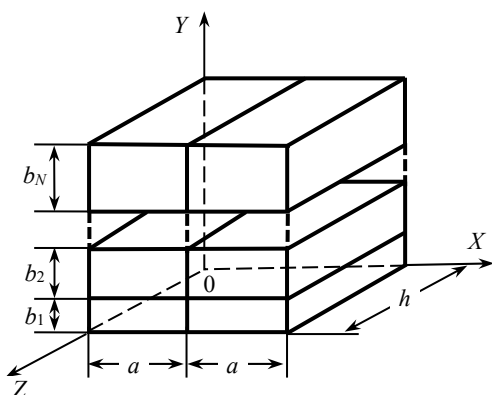


Рис. 1. Активная область электрической машины с вертикальным набором двойных параллелепипедов, имеющих ширину полюсного деления

Другая особенность предлагаемого метода расчета состоит в том, что используются намагнитченности (1) ферромагнитных участков как с узкой (электротехническая сталь), так и с широкой петлей гистерезиса (постоянные магниты). Эти участки в выделенных i -х параллелепипедах рассматриваются в качестве источников магнитного поля, наряду с МДС обмоток электрической машины.

С учетом того, что при $B \leq 1,8$ Тл для электротехнических сталей напряженность H_i не превышает 0,5% от отношения B_i / μ_0 , намагни-

ченность M_i для участков активных зон сердечников можно определять в большинстве случаев по формуле (1) без учета напряженности H_i [13, 16].

Поскольку магнитная индукция в активных зонах электрической машины обычно изменяется в пределах $0 < B_i \leq 1,8$, верхний предел которого находится за «коленом» кривой намагничивания стали, то это обстоятельство можно считать третьей особенностью рассматриваемого метода, позволяющего косвенно учитывать насыщение ферромагнитных участков магнитной цепи.

Основу аналитических расчетов этой модели будут составлять метод разделения переменных Фурье и известные условия магнитного поля на общих граничных поверхностях параллелепипедов: магнитные потенциалы и нормальные составляющие индукции одинаковы [2].

В рамках рассматриваемой модели выполним электромагнитный расчет магнитоэлектрического вентильного двигателя 12ДВМ250 производства Чебоксарского электроаппаратного завода¹. На основе формул (9) и (10), используя предложенную технологию расчета, определим магнитные индукции семи активных слоев (этажей) двигателя, представленных в расчетной схеме на рис. 2.

Например, для расчета магнитной индукции в ярме ротора (в слое 2 на рис. 2) будем использовать формулу

$$B_2(x, y, z) = -\mu_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sqrt{\lambda_{nm}} \sin \frac{n\pi}{a} x \sin \frac{m\pi}{h} z \left(\frac{ch\sqrt{\lambda_{nm}}y + ch\sqrt{\lambda_{nm}}(y_1 - y)}{sh\sqrt{\lambda_{nm}}y_1} \right) C_2 + \\ + \mu_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi}{a} x \sin \frac{m\pi}{h} z M_2(nm), \quad (12)$$

где C_2 – неизвестная постоянная Фурье; $0 \leq y \leq y_1$;

$$M_2(nm) = \frac{4}{\pi \mu_0} \frac{B_2}{2n-1} \frac{\cos(2n-1)\alpha_m}{2m-1} \frac{1}{2m-1},$$

где B_2 – среднее значение радиальной магнитной индукции в среде 2.

Подобного вида будут формулы и для других слоев, за исключением воздушного зазора (слоя 5 на рис. 2), формула для магнитной индукции которого будет без второго слагаемого, поскольку этот слой не ферромагнитный.

Приравнявая магнитные индукции на границах всех слоев, получим систему линейных алгебраических уравнений для нахождения неизвестных постоянных каждого слоя.

¹ Вентильный двигатель 12ДВМ250 мощностью 150 кВт: мощность 150 кВт; ток статора $I = 250$ А; линейная ЭДС 450 В; $n = 3\,000$ об/мин; магниты – самарий-кобальтовые; диаметр рашотки статора $D_i = 0,29$ м; активная длина сердечников $l_s = 0,396$ м; длина воздушного зазора $\delta = 1$ мм; число зубцов статора $z = 72$; число пар полюсов $p = 3$; число пазов на полюс и фазу $q = 4$; число параллельных ветвей обмотки статора $a = 6$; число витков в фазе обмотки статора $w = 12$.

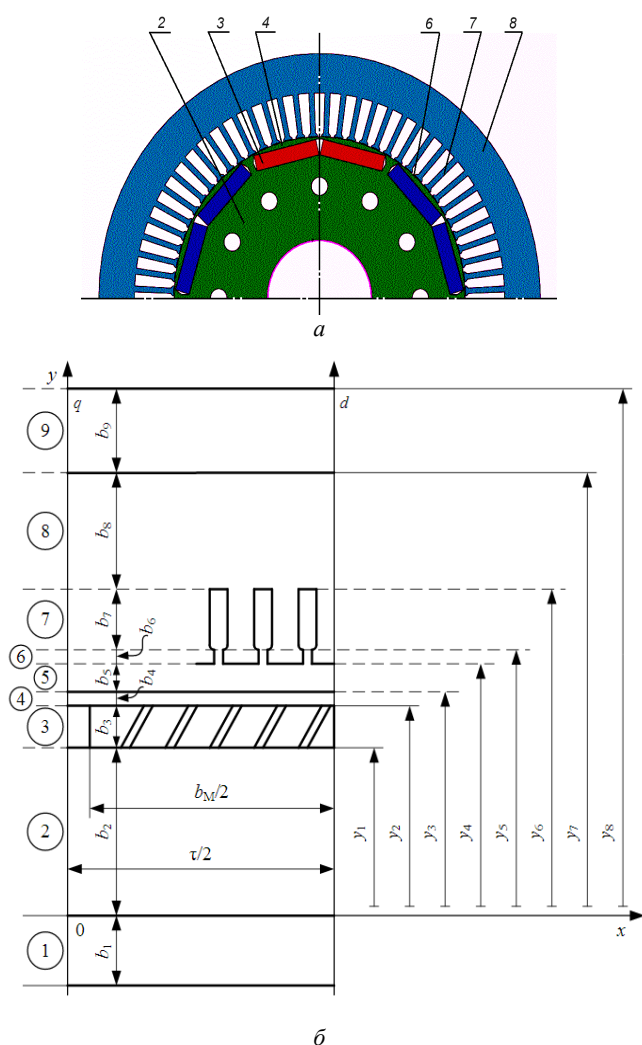


Рис. 2. Поперечный разрез (а) и расчетная схема двигателя с девятью средами (б):
1, 9 – немагнитное внешнее пространство; 2, 8 – ядра сердечников

В качестве одного из основных итогов расчета магнитной цепи машины рассматриваемым методом можно считать получение графической зависимости изменения магнитной индукции $B_i(x, y, z)$ в каждом i -м слое. Например, магнитные индукции в воздушном зазоре и в зубцовом слое статора с номером $i = 7$ будут находиться соответственно по формулам

$$B_5(x, y, z) = -\mu_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sqrt{\lambda_{nm}} \sin\left(\frac{n\pi}{a}x\right) \sin\left(\frac{m\pi}{h}z\right) \times \\ \times \left(C_{nm5} \frac{\operatorname{ch} \sqrt{\lambda_{nm}}(y_3 + y) + \operatorname{ch} \sqrt{\lambda_{nm}}(b_5 - y)}{\operatorname{sh} \sqrt{\lambda_{nm}} y_4} \right), \quad (13)$$

где $y_3 \leq y \leq y_4$;

$$\begin{aligned}
 B_7(x, y, z) = & -\mu_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sqrt{\lambda_{nm}} \sin \frac{n\pi}{a} x \sin \frac{m\pi}{h} z \times \\
 & \times \left(\frac{\operatorname{ch} \sqrt{\lambda_{nm}} (y_5 + y) + \operatorname{ch} \sqrt{\lambda_{nm}} (b_7 - y)}{\operatorname{sh} \sqrt{\lambda_{nm}} y_6} \right) C_{nm7} + \\
 & + \mu_0 \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} \sin \frac{n\pi}{a} x \sin \frac{m\pi}{h} z M_7(nm),
 \end{aligned} \quad (14)$$

где $y_5 \leq y \leq y_6$;

$$M_7(nm) = \frac{4B_{z7}}{\mu_0} \frac{p}{z t_z} \left\{ \sum_{j=1}^{z/2p} \int_{(j-1)t_z + b_n/2}^{jt_z - b_n/2} \sin \frac{\pi}{\tau} (2n-1)xdx \right\} \frac{1}{2m-1};$$

где B_{z7} – средняя индукция в зубце статора; t_z – зубцовое деление; b_n – ширина паза статора; z – число зубцов статора.

С помощью формул (13) и (14) построены двух- и трехмерные графики распределения магнитной индукции в середине слоев 5 (воздушный зазор) (рис. 3 и 4) и 7 (зубцы статора) (рис. 5 и 6).

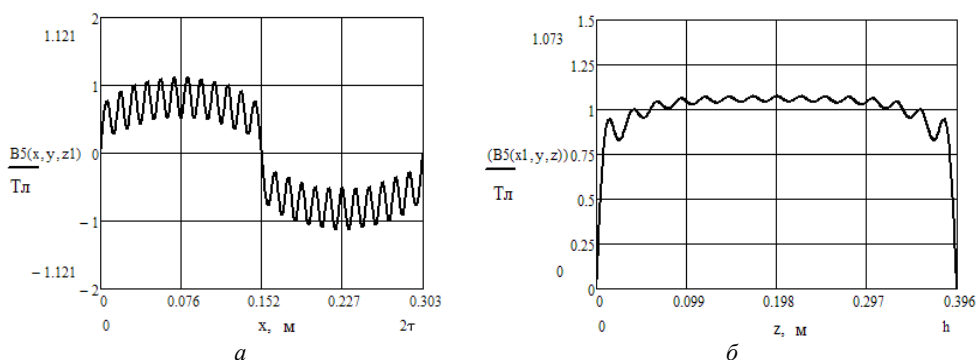


Рис. 3. Графики распределения магнитной индукции в середине воздушного зазора:
 a – в функции координаты x ; b – в функции координаты z для $x = x_1 = 3,5t$

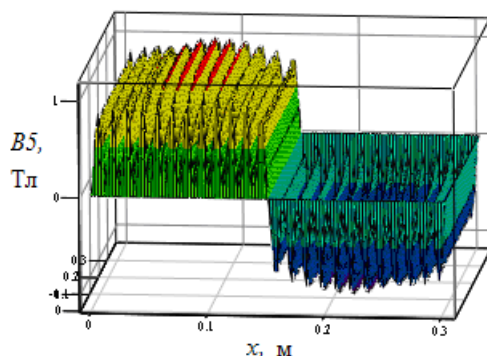


Рис. 4. Трехмерная поверхность распределения магнитной индукции в середине воздушного зазора

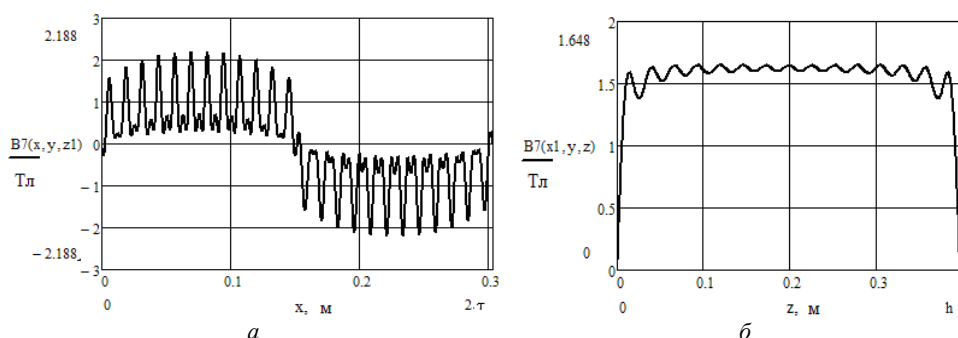


Рис. 5. Графики распределения магнитной индукции в середине зубцового слоя статора:
 a – в функции координаты x ; b – в функции координаты z для $x = x_1 = 3,5l$

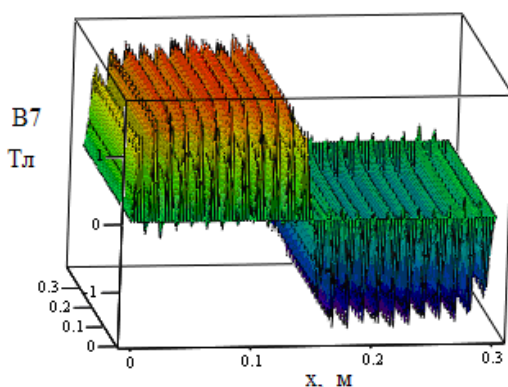


Рис. 6. Трехмерная поверхность распределения магнитной индукции в середине зубцового слоя 7 статора

Из полученных графиков видно, что магнитная индукция в воздушном зазоре испытывает пульсации, вызванные 12 зубцами статора на каждом полюсном делении (рис. 3, a). Осевое распределение магнитной индукции в воздушном зазоре неравномерное: значение индукции в середине активной длины двигателя больше, чем на ее краях (рис. 3, b). Магнитная индукция в зубцовом слое 7 статора также имеет пульсации, которые в отличие от таковых в воздушном зазоре имеют большую глубину и амплитуду (рис. 5, a). Кроме того, имеет место более равномерное распределение магнитной индукции по длине статора в зубцовом слое 7 (рис. 5, b) по сравнению с аналогичным в воздушном зазоре. Построенные трехмерные пространственные модели распределения индукции в середине воздушного зазора (рис. 4) и зубцового слоя 7 статора (рис. 6) отражают все особенности, которые были характерны для соответствующих двухмерных моделей (рис. 3 и 5).

С помощью формул, аналогичных (14), можно получить графические зависимости изменения магнитной индукции, а значит, и намагниченности во всех других ферромагнитных активных слоях электрической машины.

Выводы. 1. Введение в расчет намагниченностей объемных структур с ферромагнитной средой позволяет учесть нелинейные свойства и геометрические особенности этих элементов магнитной цепи электрической машины.

2. При стандартных уровнях магнитной индукции в активных средах машины, продиктованных допустимыми магнитными и электрическими потерями, связь между индукцией и намагниченностью ферромагнитной среды можно считать линейной.

3. Новая форма электромагнитного расчета позволяет получить более детальные и математически достаточно строго обоснованные сведения о характере распределения магнитного поля в активных частях электрической машины.

Литература

1. Автаев С.Н., Каишанов И.В., Кузина Е.А. Повышение КПД асинхронного электрического привода изменением способов регулирования // I Огаревские чтения: материалы Всерос. с междунар. участием науч. конф.: в 3 ч. Саранск: Нац. исслед. Морд. гос. ун-т им. Н.П. Огарева, 2022. Ч. 1. С. 12–17.
2. Афанасьев А.А. Математические модели электрических машин в двух- и трехмерных форматах. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2024. 278 с.
3. Боголюбов А.Н., Кравцов В.В. Задачи по математической физике. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1998. 350 с.
4. Будаг Б.М., Фомин С.В. Кратные интегралы и ряды. М.: Наука, 1965. 608 с.
5. Говорков В.А. Электрические и магнитные поля. М.: Энергия, 1958. 488 с.
6. Кацман М.М. Электрические машины. Справочник. М.: КноРус, 2022. 480 с.
7. Лебедев А.И., Радаев А.В. Пути повышения энергетической эффективности электро-энергетических систем судов с электродвижением // Вестник Астраханского государственного технического университета. Сер. Морская техника и технология. 2022. № 1. С. 58–66. DOI: 10.24143/2073-1574-2022-1-58-66.
8. Москалев Ю.В., Милютин А.Ю. Способы и технические средства повышения энергетической эффективности систем электропривода // Инновационные проекты и технологии в образовании, промышленности и на транспорте: материалы XVI науч. конф., посвящ. Дню Российской науки (Омск, 8 февраля 2022 г.). Омск: Омский гос. ун-т путей сообщения, 2022. С. 313–317.
9. Петров Г.Н. Электрические машины. Ч. 2. Асинхронные и синхронные электрические машины. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1963. 416 с.
10. Повышение энергоэффективности асинхронной электрической машины за счет оптимизации удельных показателей / Н.М. Максимов, И.Н. Головань, В.А. Кушнарев, В.Ф. Бухтояров // Вестник Южно-Уральского государственного университета. Сер. Энергетика. 2023. Т. 23, № 4. С. 56–65. DOI: 10.14529/power230406.
11. Поливанов К.М. Теоретические основы электротехники. Ч. 3. Теория электромагнитного поля. М.: Энергия, 1969. 352 с.
12. Полянин А.Д. Справочник по линейным уравнениям математической физики. М.: Физматлит, 2001. 576 с.
13. Проектирование электрических машин / И.П. Копылов, Ф.А. Горяинов, Б.К. Клоков и др.; под ред. И.П. Копылова. М.: Энергия, 1980. 496 с.
14. Тамм И.Е. Основы теории электричества. М.: Наука, 1989. 504 с.
15. Фарлоу С. Уравнения с частными производными для научных работников и инженеров: пер. с англ. М.: Мир, 1985. 384 с.
16. Холоднокатанные электротехнические стали: Справ. изд. / Б.В. Молотилов, А.Г. Петренко и др.; под ред. Б.В. Молотилова. М.: Металлургия, 1989. 168 с.
17. Холодова С.Е., Перегудин С.И. Дополнительные разделы высшей математики. СПб.: Университет ИТМО, 2020. 89 с.
18. Gundabattini E., Kuppan R., Solomon D.G. et al. A review on methods of finding losses and cooling methods to increase efficiency of electric machines. *Ain Shams Engineering Journal*, 2021, vol. 12(1), pp. 497–505.
19. El Hadraoui H., Zegrari M., Chebak A. et al. A Multi-Criteria Analysis and Trends of Electric Motors for Electric Vehicles. *World Electric Vehicle Journal*, 2022, vol. 13(4), 65. DOI: 10.3390/wevj13040065.

АФАНАСЬЕВ АЛЕКСАНДР АЛЕКСАНДРОВИЧ – доктор технических наук, профессор кафедры автоматизации и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (afan39@mail.ru).

ИВАНОВА НАДЕЖДА НИКОЛАЕВНА – кандидат технических наук, доцент кафедры математического и аппаратного обеспечения информационных систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (niva_mail@mail.ru; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7130-8588>).

ВАТКИН ВЛАДИМИР АЛЕКСАНДРОВИЧ – кандидат технических наук, главный конструктор отдела электрических машин, АО «ЧЭАЗ», Россия, Чебоксары (vatkinv@yandex.ru).

ТОКМАКОВ ДМИТРИЙ АНАТОЛЬЕВИЧ – директор по развитию, АО «ЧЭАЗ», Россия, Чебоксары (tokmakov_da@mail.ru).

Aleksandr A. AFANASYEV, Nadezhda N. IVANOVA,
Vladimir A. VATKIN, Dmitry A. TOKMAKOV

ON APPROACHES TO THE CALCULATION
OF THE MAGNETIC CIRCUIT OF AN ELECTRIC MACHINE BASED
ON THE USE OF MAGNETIZATIONS OF FERROMAGNETIC SECTIONS
OF ITS CORES

Key words: intensities, lengths, magnetic stresses of circuit sections, parallelepipeds, ferromagnetic media, magnetizations, Laplace equation, method of separation of variables, Fourier constants.

Despite the fact that modern electric motors have a fairly high efficiency, it is far from ideal. This coefficient can only be increased based on accurate calculations at the design stage of electrical machines. New approaches to the calculation of magnetic circuits of electric motors make it possible to clarify and supplement the classical theory used for these purposes.

The purpose of the study is a comparative analysis of the traditional approach to the electromagnetic calculation of an electric machine, based on the use of the strength and magnetic voltage of the magnetic field in ferromagnetic elements of a magnetic circuit, and a new approach related to the use of solutions to boundary problems of mathematical physics for volumetric fragments of a machine with an air and ferromagnetic magnetized medium.

Materials and methods. Theoretical and empirical methods were used in the study. Calculations were made for a 12DVM250 magnet motor with a capacity of 150 kW. To automate the modeling process, the Mathcad computer mathematics system was used.

Results. The paper compares two approaches to the electromagnetic calculation of electrical machines. The first one is based on the traditional calculation of a nonlinear magnetic circuit, which is considered from the standpoint of a two-dimensional nonlinear electric circuit: magnetic flux and resistance are in the first approximation, they are analogues of the electric current and nonlinear resistor. In the topological sense, a magnetic circuit is fixed as the path of closing the lines of force of a magnetic field is within its period. As a result of the calculation, the maximum values of magnetic induction in the elements of the magnetic circuit are found: in the air gap, yokes and teeth of the stator and rotor. The equilibrium of magnetic field sources (magnetomotive force of windings and magnets) and magnetic voltage drops in the above elements of the magnetic circuit is also recorded. The second approach is more rigorous from the mathematical point of view: the active part of an electric machine is represented as a set of two- or three-dimensional geometric spaces with a ferromagnetic and air medium, the magnetic field in each of which can be calculated as a solution to the Dirichlet or Neumann boundary problem. The means of adaptation to the boundary problems of mathematical physics are the boundary conditions of the magnetic field for the active ferromagnetic zones of the machine: scalar magnetic potentials and magnetic inductions do not undergo a jump (discontinuity). If the magnetic sheets of the windings are located at the boundaries for reasons of convenience of calculation, the magnetic potentials have a jump equal to the value of the total current of the magnetic sheet. As a result of the calculation in accordance with the second approach, two- or three-dimensional graphs of the distribution of magnetic induction

(or magnetization of ferromagnetic media) in the active zones were obtained: in the air gap, yokes, tooth layers of the stator and rotor of an electric machine.

Conclusion. The introduction of magnetization of bulk structures with a ferromagnetic medium into the calculation allows us to take into account the nonlinear properties and geometric features of these elements of the magnetic circuit of an electric machine. At standard levels of magnetic induction in the machine's active media, dictated by permissible magnetic and electrical losses, the relationship between induction and magnetization of a ferromagnetic medium can be considered linear. The use of the second approach to the electromagnetic calculation of an electric machine makes it possible to obtain more detailed and mathematically sufficiently rigorous information on the nature of the magnetic field distribution in its active parts.

References

1. Avtaev S.N., Kashtanov I.V., Kuzina E.A. *Povyshenie KPD asinkhronnogo elektricheskogo privoda izmeneniem sposobov regulirovaniya* [Increasing the efficiency of an induction electric drive by changing the methods of regulation]. In: *L. Ogarevskie chteniya: materialy Vseros. s mezhdunar. uchastiem nauch. konf.: v 3 ch.* [Proc. of Russ. Sci. Conf. «Ogarev Readings». 3 parts]. Saransk, 2022, part 1, pp. 12–17.
2. Afanasyev A.A. *Matematicheskie modeli elektricheskikh mashin v dvukh- i trekhmernykh formatakh* [Mathematical Models of Electric Machines in Two- and Three-Dimensional Formats]. Cheboksary, 2024, 278 p.
3. Bogolyubov A.N., Kravtsov V.V. *Zadachi po matematicheskoi fizike* [Problems in mathematical physics]. Moscow, 1998, 350 p.
4. Budak B.M., Fomin S.V. *Kratnye integraly i ryady* [Multiple Integrals and Series]. Moscow, Nauka Publ., 1965, 608 p.
5. Govorkov V.A. *Elektricheskie i magnitnye polya* [Electric and magnetic fields]. Moscow, Energia Publ., 1958, 488 p.
6. Katsman M.M. *Elektricheskie mashiny. Spravochnik* [Electrical machines. Handbook]. Moscow, KnoRus Publ., 2022, 480 p.
7. Lebedev A.I., Radaev A.V. *Puti povysheniya energeticheskoi effektivnosti elektroenergeticheskikh sistem sudov s elektrodvizheniem* [Ways to improve energy efficiency of electric power systems of ships with electric propulsion]. *Vestnik Astrakhanskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Ser. Morskaya tekhnika i tekhnologiya*, 2022, no. 1, pp. 58–66. DOI: 10.24143/2073-1574-2022-1-58-66.
8. Moskalev Yu.V., Milyutin A.Yu. *Sposoby i tekhnicheskie sredstva povysheniya energeticheskoi effektivnosti sistem elektroprivoda* [Methods and Technical Means of Improving the Energy Efficiency of Electric Drive Systems]. In: *Innovatsionnye proekty i tekhnologii v obrazovanii, promyshlennosti i na transporte: materialy XVI nauch. konf., posvyashch. Dnyu Rossiiskoi nauki (Omsk, 8 fevralya 2022 g.)* [Proc. of 16th Sci. Conf. «Innovative Projects and Technologies in Education, Industry and Transport»]. Omsk, Omsk State University of Communications, 2022, pp. 313–317.
9. Petrov G.N. *Elektricheskie mashiny. Ch. 2. Asinkhronnye i sinkhronnye elektricheskie mashiny* [Electrical machines. Part 2. Asynchronous and synchronous electrical machines]. Moscow, Leningrad, Gosenergoizdat Publ., 1963, 416 p.
10. Maksimov N.M., Golovan' I.N., Kushnarev V.A., Bukhtoyarov V.F. *Povyshenie energo-effektivnosti asinkhronnoi elektricheskoi mashiny za schet optimizatsii udel'nykh pokazatelei* [Increasing the energy efficiency of an induction motor by optimizing specific indicators]. *Vestnik Yuzhno-Ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. Energetika*, 2023, vol. 23, no. 4, pp. 56–65. DOI: 10.14529/power230406.
11. Polivanov K.M. *Teoreticheskie osnovy elektrotekhniki. Ch. 3. Teoriya elektromagnitnogo polya* [Theoretical foundations of electrical engineering. Part 3. Theory of the electromagnetic field]. Moscow, Energia Publ., 1969, 352 p.
12. Polyanin A.D. *Spravochnik po lineinym uravneniyam matematicheskoi fiziki* [A Handbook of Linear Equations in Mathematical Physics]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2001, 576 p.
13. Kopylov I.P. ed., Kopylov I.P., Goryainov F.A., Klovov B.K. et al. *Proektirovanie elektricheskikh mashin* [Electrical Machine Design]. Moscow, Energia Publ., 1980, 496 p.

14. Tamm I.E. *Osnovy teorii elektrichestva* [Fundamentals of the Theory of Electricity]. Moscow, Nauka Publ., 1989, 504 p.
15. Farlow St.J. Partial differential equations for scientists and engineers. Wiley, 1982 (Russ. ed.: *Uravneniya s chastnymi proizvodnymi dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov*. Moscow, Mir Publ., 1985, 384 p.).
16. Molotilov B.V., ed., Molotilov B.V., Petrenko A.G. et al. *Kholodnokatanye elektrotekhnicheskie stali* [Cold-rolled electrical steels]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1989, 168 p.
17. Kholodova S.E., Peregudin S.I. *Dopolnitel'nye razdely vysshei matematiki* [Additional Sections of Higher Mathematics]. St. Petersburg, ITMO University Publ., 2020, 89 p.
18. Gundabattini E., Kuppan R., Solomon D.G. et al. A review on methods of finding losses and cooling methods to increase efficiency of electric machines. *Ain Shams Engineering Journal*, 2021, vol. 12(1), pp. 497–505.
19. El Hadraoui H., Zegrari M., Chebak A. et al. A Multi-Criteria Analysis and Trends of Electric Motors for Electric Vehicles. *World Electric Vehicle Journal*, 2022, vol. 13(4), 65. DOI: 10.3390/wevj13040065.

ALEKSANDR A. AFANASYEV – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Automation and Control in Technical Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (afan39@mail.ru).

NADEZHDA N. IVANOVA – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Mathematical and Hardware Support of Information Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (niva_mail@mail.ru; ORCID: <https://orcid.org/0000-0001-7130-8588>).

VLADIMIR A. VATKIN – Candidate of Technical Sciences, Chief Designer, Department of Electrical Machines, JSC «ChEAZ», Russia, Cheboksary (vatkinv@yandex.ru).

DMITRY A. TOKMAKOV – Director for Development, JSC «ChEAZ», Russia, Cheboksary (tokmakov_da@mail.ru).

Формат цитирования: О подходах к расчету магнитной цепи электрической машины на основе использования намагниченностей ферромагнитных участков ее сердечников / А.А. Афанасьев, Н.Н. Иванова, В.А. Ваткин, Д.А. Токмаков // Вестник Чувашского университета. 2025. № 2. С. 5–16. DOI: 10.47026/1810-1909-2025-2-5-16.