ISSN 1810-1909

ВестниК
ЧУВАШСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 4 2023

Технические науки

Научный журнал

Основан в марте 1995 г.

Учредитель:
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова»

Главный редактор
А.Ю. Александров, кандидат экономических наук, доцент (Чебоксары, Россия)

Заместитель главного редактора
Г.А. Белов, доктор технических наук, профессор (Чебоксары, Россия)

Члены редакционной коллегии
В.И. Антонов, доктор технических наук, доцент (Чебоксары, Россия)
А.А. Афанасьев, доктор технических наук, профессор (Чебоксары, Россия)
В.В. Афанасьев, доктор технических наук, доцент (Чебоксары, Россия)
А.В. Булычев, доктор технических наук, профессор (Чебоксары, Россия)
Н.А. Галанина, доктор технических наук, доцент (Чебоксары, Россия)
Ю.К. Евдокимов, доктор технических наук, профессор (Казань, Россия)
Л.С. Зимин, доктор технических наук, профессор (Самара, Россия)
А.Г. Коробейников, доктор технических наук, профессор (Санкт-Петербург, Россия)
А.Б. Кувалдин, доктор технических наук, профессор (Москва, Россия)
С.Л. Кужеков, доктор технических наук, профессор (Новочеркасск, Россия)
А.Л. Куликов, доктор технических наук, доцент (Нижний Новгород, Россия)
Ю.Я. Лямец, доктор технических наук, профессор (Чебоксары, Россия)
В.И. Мелешин, доктор технических наук, профессор (Москва, Россия)
А.В. Мокеев, доктор технических наук, доцент (Архангельск, Россия)
М.Г. Попов, доктор технических наук, доцент (Санкт-Петербург, Россия)
И.Г. Сидоркина, доктор технических наук, профессор (Йошкар-Ола, Россия)
А.И. Федотов, доктор технических наук, профессор (Казань, Россия)

Журнал включен в Перечень ведущих рецензируемых научных журналов и изданий, выпускаемых в Российской Федерации, в которых должны быть опубликованы основные научные результаты диссертаций на соискание ученых степеней кандидата и доктора наук, в базы данных ВИНИТИ РАН, Научную электронную библиотеку (elibrary.ru), электронную библиотеку «Cyberleninka», международную справочную систему «Ulrich's International Periodicals Directory», индексируется в базе данных «Российский индекс научного цитирования».

Адрес редакции: 428015, Чебоксары, Московский пр., 15,
тел. (8352) 45-20-96, 58-33-63 (доб. 2030)
e-mail: vestnik210@mail.ru, vestnik@chuvsu.ru
http://www.chuvsu.ru/university/vestnik.htm

© Вестник Чувашского университета, 2023

ISSN 1810-1909

VestniK
CHUVASHSKOGO UNIVERSITETA

№ 4 2023

Technical Sciences

Scientific Journal

Since March, 1995

Founder:
Federal State Educational Budgetary Institution
of Higher Education
the Ulyanov Chuvash State University

Editor-in-Chief
A.Yu. Aleksandrov, Candidate of Economics, Associate Professor (Cheboksary, Russia)

Deputy Editor-in-Chief
G.A. Belov, Doctor of Technical Sciences, Professor (Cheboksary, Russia)

Editorial Board
V.I. Antonov, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor (Cheboksary, Russia)
A.A. Afanasyev, Doctor of Technical Sciences, Professor (Cheboksary, Russia)
V.V. Afanasyev, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor (Cheboksary, Russia)
A.V. Bulychev, Doctor of Technical Sciences, Professor (Cheboksary, Russia)
N.A. Galanina, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor (Cheboksary, Russia)
Yu.K. Evdokimov, Doctor of Technical Sciences, Professor (Kazan, Russia)
L.S. Zimin, Doctor of Technical Sciences, Professor (Samara, Russia)
A.G. Korobeinikov, Doctor of Technical Sciences, Professor (St. Petersburg, Russia)
A.B. Kuvaldin, Doctor of Technical Sciences, Professor (Moscow, Russia)
S.L. Kuzhekov, Doctor of Technical Sciences, Professor (Novocherkassk, Russia)
A.L. Kulikov, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor (Nizhny Novgorod, Russia)
Yu.Ya. Lyamets, Doctor of Technical Sciences, Professor (Cheboksary, Russia)
V.I. Meleshin, Doctor of Technical Sciences, Professor (Moscow, Russia)
A.V. Mokeev, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor (Arkhangelsk, Russia)
M.G. Popov, Doctor of Technical Sciences, Associate Professor (St. Petersburg, Russia)
I.G. Sidorkina, Doctor of Technical Sciences, Professor (Yoskar-Ola, Russia)
A.I. Fedotov, Doctor of Technical Sciences, Professor (Kazan, Russia)

The journal is included in the list of journals which are regarded as academic publications by the State Commission for Academic Degrees and Titles (VAK), in the Abstract Journal and VINITI databases, Ulrich's International Periodicals Directory, Scientific Electronic Library (elibrary.ru), Cyberleninka Electronic Library. The journal is indexed in Russian Science Citation Index.

Address: 15, Moskovskiy pr., Cheboksary, Chuvash Republic, 428015, Russia
Tel. +7(8352)45-20-96, 58-33-63 (2030)
E-mail: vestnik210@mail.ru, vestnik@chuvsu.ru
http://www.chuvsu.ru/university/vestnik.htm

© Vestnik Chuvashskogo Universiteta, 2023

DOI: 10.47026/1810-1909-2023-4-5-14

УДК 621.314
ББК 31.211

О.Н. АНДРЕЕВ, Л.Н. ВАСИЛЬЕВА, Е.К. МАТВЕЕВ, А.Л. СЛАВУТСКИЙ

ЧИСЛЕННОЕ И ЛАБОРАТОРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАСЫЩЕНИЯ ТРАНСФОРМАТОРА В ЗАВИСИМОСТИ ОТ НАЧАЛЬНОЙ ФАЗЫ ТОКА

Ключевые слова: *насыщение трансформатора тока, нелинейные искажения, фаза тока, апериодическая составляющая, вторичная обмотка.*

При коротких замыканиях в системах электроэнергетики возможны аварийные режимы, сопровождающиеся насыщением трансформаторов. При них во вторичной обмотке трансформатора возникают значительные искажения сигналов тока с возникновением апериодической составляющей и гармоник, уровень которых сопоставим с сигналом на основной промышленной частоте. Требования к устройствам релейной защиты и автоматизации предполагают необходимость определения времени от начала переходного процесса до начала искажений сигнала тока во вторичной обмотке.

Цель исследования *– анализ насыщения трансформатора в зависимости от начальной фазы переходного процесса.*

Материалы и методы. *Для моделирования участка энергосистемы использована платформа PSCAD. Модель позволяет на качественном уровне описывать насыщение понижающего трансформатора при коротком замыкании на низкой стороне с учетом гистерезисных явлений в магнитной системе. Экспериментальная проверка проводилась в лабораторных условиях с использованием измерительного (промежуточного) трансформатора тока.*

Результаты. *Показано, что в зависимости от фазы тока в момент начала переходного процесса картина насыщения и, соответственно, искажения тока существенно меняется. Искажение временной формы сигнала тока во вторичной обмотке трансформатора может начинаться как через доли периода сигнала промышленной частоты, так и через несколько периодов.*

Выводы. *Оценка режимов насыщения трансформаторов должна проводиться с учетом того, что начальные условия для переходных процессов при коротких замыканиях являются случайными и при анализе таких процессов необходим учет сдвига фаз между током и напряжением.*

Введение. В последние годы ряд работ посвящён исследованию режимов насыщения трансформаторов тока (ТТ) [5, 9]. При этом рассматриваются методы компенсации и коррекции нелинейных искажений во вторичной обмотке ТТ [8, 14]. Это необходимо для обеспечения надёжной работы устройств релейной защиты и автоматики (РЗА), в частности дифференциальных защит [1, 6, 7]. Изучаются характерные времена искажений, уровень апериодической составляющей и уровень высших гармоник во вторичной обмотке трансформатора тока [2]. Это может реализовываться при обработке и структурном анализе сигналов [4, 12, 16].

Требования ГОСТ Р 58669-2019[1] предполагают оценку времени от начала переходного процесса до начала искажений сигналов в трансформаторе. В силу сложности аналитического описания гистерезисных явлений в магнитной

[1] ГОСТ Р 58669-2019. Единая энергетическая система и изолированно работающие энергосистемы. Релейная защита. трансформаторы тока измерительные индуктивные с замкнутым магнитопроводом для защиты. Методические указания по определению времени до насыщения при коротких замыканиях. М.: Стандартинформ, 2020. 63 с.

системе трансформатора задача требует детального численного моделирования. Для аналитического описания может использоваться эквивалентирование [17, 18]. При этом моделирование самого трансформатора оказывается недостаточным. Необходимо моделирование участка энергосистемы. Современные программно-аппаратные комплексы позволяют осуществлять такое моделирование [3, 11]. Для этого требуется моделирование не только режимов трансформатора с учетом гистерезисных явлений в сердечнике, но и участков сети [5, 9]. Наиболее эффективные инструменты для такого моделирования основаны на алгоритме Доммеля (методе синтетических схем) [13].

В настоящей работе моделирование осуществляется на платформе PSCAD и экспериментально в лабораторных условиях. Показано, что при прочих равных условиях режим насыщения трансформатора существенно зависит от начальной фазы тока в момент начала переходного процесса.

Методы исследования. Для моделирования переходного процесса в энергосистеме выбрана схема с двухсторонним питанием (рис. 1). Модель позволяет на качественном уровне описывать насыщение понижающего трансформатора при коротком замыкании (КЗ) на низкой стороне. На рис. 1 представлена схема протекания токов. Выбор представленной схемы обусловлен возможностью изменения ее параметров и режимов.

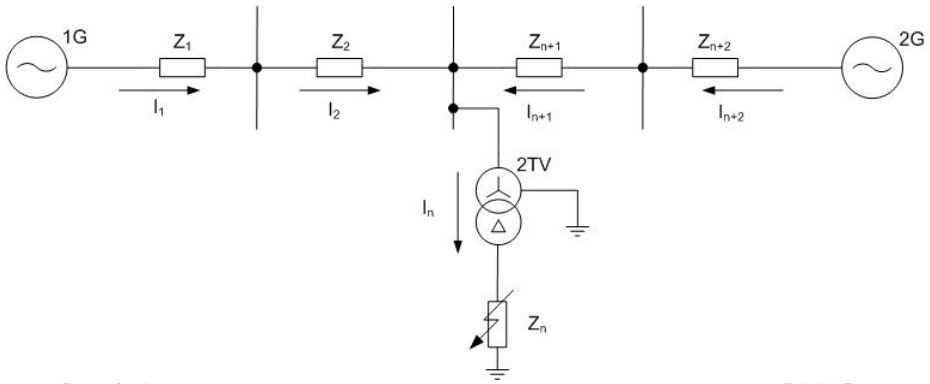


Рис. 1. Схема линии с двухсторонним питанием для моделирования в PSCAD:
1G и 2G – питающие системы 230 кВ, 50 Гц, мощностью от 100 МВА;
Z_1, Z_2 … Z_{n+2} – комплексная нагрузка; 2TV – силовой понижающий трансформатор

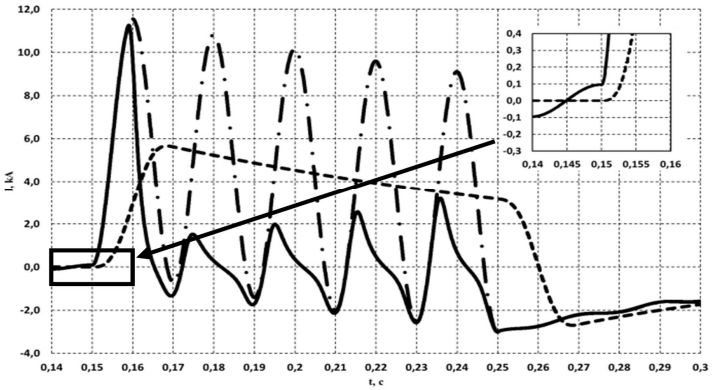
Насыщение силового трансформатора 2TV может произойти например при КЗ на его низкой стороне, если произошло трёхфазное КЗ на нагрузке Zn и ток КЗ превышает ток насыщения самого трансформатора 2TV. То есть через трансформатор 2TV протекает мощность, превышающая номинальную мощность самого трансформатора 2TV. Это может произойти при наличии ошибки в расчёте максимальных токов КЗ и, как следствие, из-за неправильно подобранного трансформатора 2TV. Также насыщение трансформатора 2TV даже при условии, что его параметры подобраны верно, может произойти при включении трансформатора 2TV на нагрузку при наличии в ней КЗ.

Мощность понижающего трансформатора 2TV 220кВ/10кВ выбиралась равной 100 МВА.

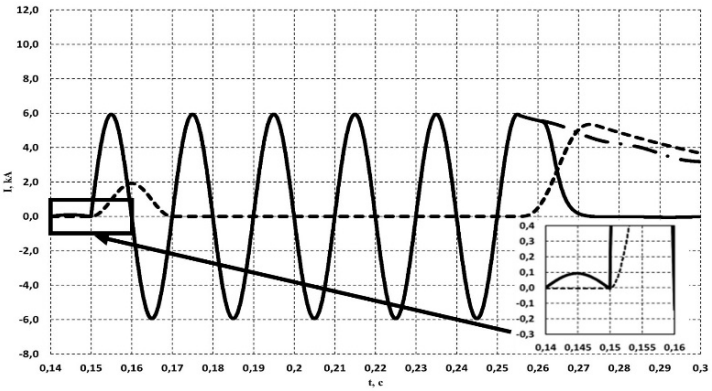
Для моделирования переходных процессов при КЗ в схеме рис. 1 использована модель ТТ «Current Transformer (CT) – JA Model», описывающая гистерезисные явления в сердечнике трансформатора на основании уравнений Джайлса–Атертона [17]. Для изменения начальных условий при моделировании переходных процессов применялся режим симуляции многоразового запуска. При моделировании задавались следующие параметры: количество витков в первичной и вторичной обмотках ТТ, мощность или сопротивление вторичной нагрузки, индуктивность рассеяния ТТ по вторичной обмотке, параметры магнитопровода (геометрические и магнитные), фаза тока при начале КЗ. Менялись параметры Z_1, Z_2 … Z_{n+2}. Для обработки сигналов в PSCAD использован алгоритм быстрого преобразования Фурье.

Результаты численного моделирования. В процессе моделирования пакет PSCAD дает возможность строить петли намагничивания трансформатора в координатах B-H во время переходного процесса при КЗ.

На рис. 2 приведены два характерных результата моделирования, отличающихся только моментом начала переходного процесса (фазой тока в первичной обмотке трансформатора, см. рис. 1).



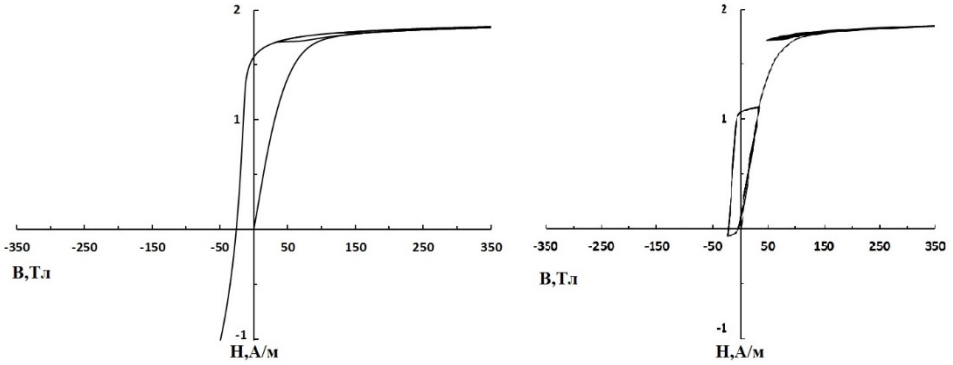
а



б

Рис. 2. Форма сигналов тока в первичной (штрихпунктирная линия) и вторичной (сплошная линия) обмотках трансформатора при КЗ в разные моменты времени: *а* – при начальной фазе тока, близкой к $\pi/2$; *б* – при начальной фазе тока, близкой к 0

На рис. 2 показаны форма токов в первичной и вторичной обмотках и апериодические составляющие (пунктир), полученные при помощи фильтра Фурье. Если в верхней части рисунка значение тока в момент начала переходного процесса близко к максимуму, то в нижней части – ток близок к нулю. То есть разница во времени начала КЗ составляет порядка четверти периода сигнала промышленной частоты. При этом картина искажения тока во вторичной обмотке принципиально отличается.



а *б*

Рис. 3. Петли намагничивания трансформатора
а – при начальной фазе тока, близкой к π/2;
б – при начальной фазе тока, близкой к 0

В первом случае апериодическая составляющая тока вместе с соответствующими нелинейными искажениями и уровнем высших гармоник сопоставимы с сигналом основной частоты [15] уже в первой четверти периода после начала переходного процесса. Во втором случае нелинейные искажения сигнала во вторичной обмотке трансформатора начинаются более чем через 100 мс после начала КЗ (примерно 5,5 периода промышленной частоты).

Апериодическая составляющая в сигнале (пунктир) получена с помощью фильтра Фурье, поэтому соответствующая временная зависимость на рис. 2 имеет временную задержку длительностью 20 мс. Этим же объясняется появление «выброса» в начале нижней части рисунка.

Соответствующие отличия наблюдаются и в петлях намагничивания сердечника для разных начальных условий переходного процесса. На рис. 3 в координатах B-H приведены гистерезисные кривые, описывающие процессы в магнитной системе трансформатора. Кривые соответствуют двум временным моментам начала переходного процесса при КЗ, показанным на рис. 2.

Таким образом, моделирование в платформе PSCAD короткого замыкания в схеме, показанной на рис. 1, позволяет констатировать принципиальные отличия в протекании переходного процесса в зависимости от начальных условий. Экспериментальная проверка проводилась в лабораторных условиях.

Лабораторное моделирование. На рис. 4 представлена схема включения измерительного (промежуточного) трансформатора тока при лабораторном моделировании.

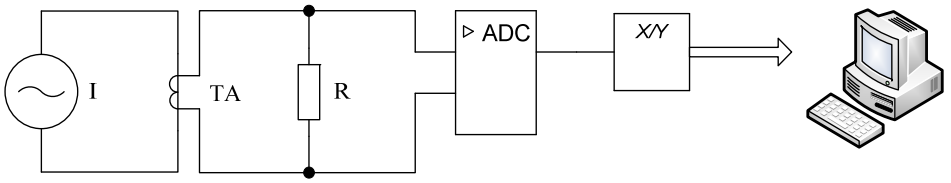


Рис. 4. Схема включения измерительного трансформатора тока

В качестве источника тока I использовался программно-аппаратный комплекс РЕТОМ. С аналогового выхода РЕТОМ подаётся ток на измерительный трансформатор тока ТА. Сигнал тока формировался в ПО «РЕТОМ. Сумма гармоник». Формула для задания тока (ГОСТ Р МЭК 61869-2-2015[1]) [11]

$$I(t) = I_0 e^{\left(-\frac{t}{\tau}\right)} \sin(\varphi) + \sqrt{2} I_1 \sin(2\pi f t + \varphi), \quad (1)$$

где I_0 – значение тока апериодической составляющей; I_1 – значение тока первой гармоники основной частоты сигнала; τ – постоянная времени; φ – начальная фаза сигнала; f – основная частота сигнала.

Последовательно с измерительным трансформатором тока ТА подключается шунт R для преобразования сигнала тока в сигнал напряжения. Полученный сигнал напряжения подаётся на вход аналогово-цифрового преобразователя ADC. Частота преобразования ADC составляет 4000 Гц. С выхода ADC оцифрованный сигнал передаётся на преобразователь интерфейсов X/Y, который, в свою очередь, по цифровому каналу связи передаёт оцифрованный сигнал тока на персональный компьютер (ПК). На ПК оцифрованный сигнал тока нормализуется (преобразуется в именованные значения тока – амперы). Для удобства восприятия информации значения приводятся к первичным величинам, т.е. данные выводятся без учета коэффициента трансформации, что позволяет сравнивать форму тока в первичной и вторичной обмотках ТА.

Параметры измерительного трансформатора тока: коэффициент трансформации 1:4000; ток насыщения – не менее 400 А.

На рис. 5 приведены характерные записи сигналов тока во вторичной обмотке ТА в разных режимах.

Как видно из рис. 5, картина нелинейных искажений сигнала существенно зависит как от амплитуды, так и от начальной фазы тока. Соотношение между апериодической составляющей и уровнем гармоник меняется во времени и носит немонотонный характер [10, 12]. Нелинейные искажения во вторичной обмотке ТТ могут начинаться как в первую четверть периода после начала переходного процесса, так и в течение нескольких периодов. Необходимо учитывать, что соотношение из формулы (1) между амплитудой апериодической составляющей I_0 и амплитудой тока на промышленной частоте I_1 в аварийных режимах может сильно нарушаться. Выбор трансформатора по заявленному току насыщения (не менее 400 А) в данном случае оказался некорректным. Как следует из рис. 5, незначительные искажения возникают даже при токе I_1 = 60 А (сплошная кривая на нижнем графике).

[1] ГОСТ Р МЭК 61869-2-2015. Группа П31. Трансформаторы измерительные. Ч. 2. Дополнительные требования к трансформаторам тока. М.: Стандартинформ, 2016. 58 с.

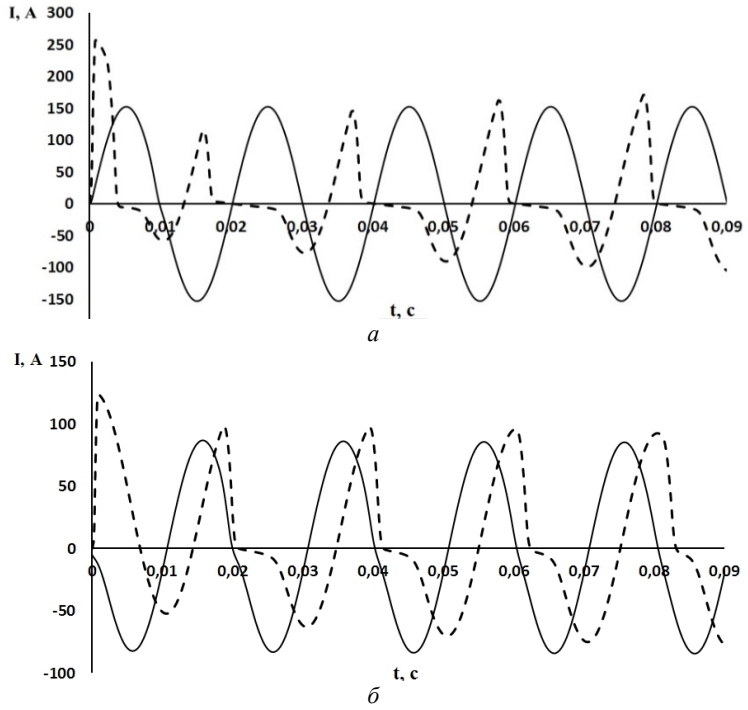


Рис. 5. Сигналы тока во вторичной обмотке измерительного трансформатора в разных режимах (с разной начальной фазой тока в момент начала переходного процесса): *а* – в соответствии с формулой (1) $\tau = 50$ мс, $I_0 = 108$ А; $I_1 = 108$ А; $\varphi = \pi/2$ (пунктирная кривая); $\varphi = 0$ (сплошная линия); *б* – $I_0 = 60$ А; $I_1 = 60$ А; $\varphi = \pi/2$ (пунктирная линия), $5\pi/6$ (сплошная линия)

Выводы. Таким образом, пример численного моделирования режимов насыщения трансформаторов при коротких замыканиях в элементах энергосистемы и их качественное сравнение с результатами экспериментальной лабораторной проверки измерительного (промежуточного) трансформатора тока позволяют сделать следующие выводы:

1. Даже с учетом значительных погрешностей при моделировании динамических процессов в магнитной системе трансформатора, результаты численного и экспериментального лабораторного моделирования качественно согласуются.

2. Нелинейные искажения тока во вторичной обмотке трансформатора принципиально зависят от начальной фазы в момент начала переходного процесса. Искажения сигнала могут начинаться как через единицы, так и через десятки и сотни миллисекунд.

3. Для оценки времени от начала переходного процесса до начала искажений сигналов в трансформаторе в соответствии с ГОСТ Р 58669-2019 обработка сигналов и оценка уровней гармоник требуют численных алгоритмов, которые обеспечивают результаты за единицы миллисекунд в отличие от традиционного фильтра Фурье, использующего временное окно, равное периоду сигнала промышленной частоты.

4. Начало переходного процесса в случайный момент времени относительно перехода сигнала тока через ноль, по-видимому, может существенно повлиять на правильность определения текущей фазы сигнала в момент начала аварийного процесса. Данный факт следует учитывать при определении направления токов короткого замыкания.

Литература

1. Анализ мероприятий, исключающих неселективные действия дифференциальных защит сборных шин при внешних двухфазных коротких замыканиях с насыщением трансформаторов тока, включённых в неповреждённую фазу / *С.Л. Кужеков, А.А. Дегтярев, Н.А. Дони и др.* // Электрические станции. 2019. № 9(1058). С. 22–29.

2. *Гуревич В.* Проблема электромагнитных воздействий на микропроцессорные устройства релейной защиты. Часть 2 // Компоненты и технологии. 2010. № 3(104). С. 91–96.

3. *Законьшек Я.В., Шамис М.А., Иванов Ф.А.* Современные программно-аппаратные комплексы на базе симулятора RTDS для моделирования по технологии Phil // Релейная защита и автоматизация электроэнергетических систем России (РЕЛАВЭКСПО-2019): сб. докл. V Междунар. науч.-практ. конф. (Чебоксары, 23–26 апреля 2019 г.). Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2019. С. 243–246.

4. *Кощеев М.И., Славутский А.Л., Славутский Л.А.* Элементарный персептрон как инструмент анализа переходных процессов // Вестник Чувашского университета. 2020. № 3. С. 84–93. DOI: 10.47026/1810-1909-2020-3-84-93.

5. *Кужеков С.Л., Дегтярев А.А., Воробьев В.С., Москаленко В.В.* Определение времени до насыщения трансформаторов тока в переходных режимах коротких замыканий // Электрические станции. 2017. № 1(1026). С. 42-47.

6. *Кужеков С.Л. Дегтярев А.А., Сербиновский Б.Б.* Обеспечение правильного функционирования дифференциальных защит сборных шин в условиях насыщения трансформаторов тока // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. 2017. Т. 60, № 4. С. 76–84. DOI: 10.17213/0136-3360-2017-4-76-84.

7. *Кужеков С.Л., Нудельман Г.С.* Обеспечение правильной работы микропроцессорных устройств дифференциальной защиты при насыщении трансформаторов тока // Электромеханика. 2009. № 4. С. 12–17.

8. *Лямец Ю.Я., Никонов И.Ю., Петряшин И.Е.* Восстановление нелинейно искажённого тока короткого замыкания по малому числу отсчётов // Электрические станции. 2021. № 1(1074). С. 31–35.

9. Математическое моделирование трансформаторов тока в режимах с глубоким насыщением магнитопроводов / *С.Л. Кужеков, А.А. Дегтярёв, Р. Forsyth и др.* // Современные направления развития релейной защиты и автоматики энергосистем: материалы 5-й Междунар. науч.-техн. конф. 1-5 июня 2015 г.: сб. докл. Междунар. науч.-техн. конф. [Электронный ресурс]. Сочи, 2015. 1 электрон. опт. диск (CD-ROM).

10. Требования к метрологическим характеристикам преобразователей аналоговых сигналов / *Р.С. Плакидин, Д.Н. Ульянов, Д.Н. Попов и др.* // Релейная защита и автоматизация. 2021. № 1(42). С. 38–44.

11. *Шамис М.А., Иванов Ф.А., Васильев С.П., Законьшек Я.* Новые возможности по детальному моделированию переходных процессов в больших энергосистемах // Современные тенденции развития цифровых систем релейной защиты и автоматики: материалы науч.-техн. Конф. молодых специалистов в рамках форума «РЕЛАВЭКСПО-2021» (Чебоксары, 20–22 апреля 2021 г.). Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2021. С. 204-207.

12. *Andreev O.N., Slavutskiy A.L., Slavutskii L.A.* Neural network in a sliding window for power grids signals structural analysis. In: IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, 2022, 990 012054. DOI 10.1088/1755-1315/990/1/012054.

13. *Dommel H.W.* Digital Computer Solution of Electromagnetic Transients in Single- and Multiphase Networks. *IEEE Transactions on power apparatus and system*s, 1969, vol. PAS-88, no. 4, pp. 388–399.

14. *Hajipour E., Vakilian M., Sanaye-Pasand M.* Current transformer saturation compensation for transformer differential re-lays *IEEE Trans. Power Deliv*, 2015, vol. 30, no. 5, pp. 2293–2302.

15. *Slavutskiy A, Slavutskii L., Slavutskaya E.* Neural Network for Real-Time Signal Processing: the Nonlinear Distortions Filtering. In: 2021 International Ural Conference on Electrical Power Engineering (UralCon), 2021, pp. 84–88. DOI: 10.1109/UralCon52005.2021.9559619.

16. *Vorobyev E., Antonov V., Ivanov N. et al.* Fundamentals of Multichannelstructural Analysis of Electrical Signals. In: 2021 Ural-Siberian Smart Energy Conference (USSEC), 2021, pp. 30–34. DOI: 10.1109/USSEC53120.2021.9655762.

17. *Zirka S.E., Moroz Y.I., Chiesa N. et al.* Implementation of Inverse Hysteresis Model Into EMTP – Part II: Dynamic Model. In: IEEE Transactions on Power Delivery, 2015, vol. 30, no. 5, pp. 2233–2241. DOI: 10.1109/TPWRD.2015.2416199.

18. *Zirka S.E., Moroz Y.I., Elovaara J. et al.* Simplified models of three-phase, five-limb transformer for studying GIC effects. *International Journal of Electrical Power & Energy Systems*, 2018, vol. 103, pp. 168–175. DOI: 10.1016/j.ijepes.2018.05.035.

АНДРЕЕВ ОЛЕГ НИКОЛАЕВИЧ – аспирант кафедры автоматики и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары, (helga013@yandex.ru; ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2974-2502).

ВАСИЛЬЕВА ЛИДИЯ НИКОЛАЕВНА – кандидат педагогических наук, доцент кафедры автоматики и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (oln2404@mail.ru; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2809-9044).

МАТВЕЕВ ЕВГЕНИЙ КОНСТАНТИНОВИЧ – магистрант кафедры автоматики и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (mzhenyak@yandex.ru).

СЛАВУТСКИЙ АЛЕКСАНДР ЛЕОНИДОВИЧ – кандидат технических наук, заместитель начальника отдела разработки программных продуктов, Обособленное подразделение ООО «Юнител Инжиниринг», Россия, Чебоксары (slavutskii@gmail.com; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6315-2445).

Oleg N. ANDREEV, Lidia N. VASILEVA,
Evgeniy K. MATVEEV, Aleksandr L. SLAVUTSKIY

NUMERICAL AND LABORATORY SIMULATION OF TRANSFORMER SATURATION DEPENDING ON THE INITIAL PHASE OF THE CURRENT

Key words: *current transformer saturation, harmonic distortion, current phase, aperiodic component, secondary winding.*

In case of short circuits in electric power systems, emergency modes are possible, accompanied by saturation of transformers. With them, significant distortion of current signals occurs in the secondary winding of the transformer with the appearance of an aperiodic component and harmonics, the level of which is comparable to the signal at the main industrial frequency. The requirements for relay protection and automation devices imply the need to determine the time from the onset of the transient process to the onset of distortion of the current signal in the secondary winding.

The purpose *of the study is to analyze the saturation of the transformer depending on the initial phase of the transition process.*

Materials and methods. *The PSCAD platform was used to model the power system section. The model makes it possible to qualitatively describe the saturation of a step-down transformer in the event of a short circuit on the low side, taking into account hysteresis phenomena in the magnetic system. Experimental verification was carried out in laboratory conditions using a measuring (intermediate) current transformer.*

Results. *It is shown that, depending on the phase of the current at the moment of the beginning of the transient process, the pattern of saturation and, accordingly, the distortion of the current changes significantly. The distortion of the time waveform of the current signal*

in the secondary winding of the transformer can begin both after fractions of the period of the power frequency signal, and after several periods.
Conclusions. *The assessment of transformer saturation modes should be carried out taking into account the fact that the initial conditions for transient processes during short circuits are random. In the analysis of such processes, it is necessary to take into account the phase shift between current and voltage.*

References

1. Kuzhekov S.L., Degtyarev A.A., Doni N.A. et al. *Analiz meropriyatiy, isklyuchayush-chikh neselektivnye deystviya differentsial'nykh zashchit sbornykh shin pri vneshnikh dvukhfaznykh korotkikh zamykaniyakh s nasyshcheniem transformatorov toka, vklyuchennykh v nepovrezhdennuyu fazu* [Analysis of measures that exclude non-selective actions of differential protection of busbars in case of external two-phase short circuits with saturation of cur-rent transformers included in the undamaged phase]. *Elektricheskie stantsii*, 2019, no. 9(1058), pp. 22–29.

2. Gurevich V. *Problema elektromagnitnykh vozdeystviy na mikroprotsessornye ustroystva releynoy zashchity. Chast' 2* [The problem of electromagnetic influences on microprocessor devices of relay protection. Part 2]. *Komponenty i tekhnologii*, 2010, no. 3(104), pp. 91–96.

3. Zakon'shek Ya.V., Shamis M.A., Ivanov F.A. *Sovremennye programmnoapparatnye kompleksy na baze simulyatora RTDS dlya modelirovaniya po tekhnologii Phil* [Modern hardware and software systems based on the RTDS simulator for modeling using Phil technology]. In: *Releinaya zashchita i avtomatizatsiya elektroenergeticheskikh sistem Rossii (RELAVEKSPO-2019): sb. dokl. V Mezhdunar. nauch.-prakt. konf. (Cheboksary, 23–26 aprelya 2019 g.).* [Proc. of 5th Int. Sci. Conf. «Relay protection and automation of electrical power systems in Russia (RELAVEXPO-2019)»]. Cheboksary, Chuvash State Univesity Publ., 2019, pp. 243–246.

4. Koshcheev, M.I., Slavutskiy A.L., Slavutskii L.A. *Elementarnyy perseptron kak instrument analiza perekhodnykh protsessov* [Elementary perceptron as a tool for transient analysis]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2020, no. 3, pp. 84–93. DOI: 10.47026/1810-1909-2020-3-84-93.

5. Kuzhekov S.L., Degtyarev A.A., Vorob'ev V.S., Moskalenko V.V. *Opredelenie vremeni do nasyshcheniya transformatorov toka v perekhodnykh rezhimakh korotkikh zamykaniy* [Determining the time to saturation of current transformers in transient short circuits]. *Elektricheskie stantsii*, 2017, no. 1(1026), pp. 42–47.

6. Kuzhekov S.L., Degtyarev A.A., Serbinovskiy B.B. *Obespechenie pravil' nogo funktsioirovaniya differentsial'nykh zashchit sbornykh shin v usloviyakh nasyshcheniya transformatorov toka* [Ensuring the correct functioning of the differential protection of busbars in conditions of saturation of current transformers]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedeniy. Elektromekhanika*, 2017, iss. 60, no. 4, pp. 76–84. DOI: 10.17213/0136-3360-2017-4-76-84.

7. Kuzhekov S.L., Nudel'man G.S. *Obespechenie pravil'noy raboty mikroprotsessornykh ustroystv differentsial'noy zashchity pri nasyshchenii transformatorov toka* [Ensuring the correct operation of microprocessor devices of differential protection in case of saturation of cur-rent transformers]. *Elektromekhanika*, 2009, no. 4, pp. 12–17.

8. Lyamets Yu.Ya., Nikonov I.Yu., Petryashin I.E. *Vosstanovlenie nelineyno iskazhennogo toka korotkogo zamykaniya po malomu chislu otschetov* [Recovery of a non-linearly distorted short-circuit current from a small number of samples]. *Elektricheskie stantsii*, 2021, no. 1(1074), pp. 31–35.

9. Kuzhekov C.L., Degtyarev A.A., Forsyth P. et al. *Matematicheskoe modelirovanie transformatorov toka v rezhimakh s glubokim nasyshcheniem magnitoprovodov* [Mathematical modeling of current transformers in modes with deep saturation of magnetic cores]. In: *Sovremennye napravleniya razvitiya releinoi zashchity i avtomatiki energosistem: materialy 5-i Mezhdunar. nauch.-tekhn. konf. 1-5 iyunya 2015 g.: sb. dokl. mezhdunar. nauch.-tekhn. konf.* [Proc. of Int. Sci. Conf. «Modern directions in the development of relay protection and automation of power systems»]. Sochi, 2015, 1 CD-ROM.

10. Plakidin R.S., Ul'yanov D.N., Popov D.N. et al. *Trebovaniya k metrologicheskim kharakteristikam preobrazovateley analogovykh signalov* [Requirements for the metrological characteristics of analog signal converters]. *Releynaya zashchita i avtomatizatsiya*, 2021, no. 1(42), pp. 38-44.

11. Shamis M.A., Ivanov F.A., Vasil'ev S.P., Zakon'shek Ya. *Novye vozmozhnosti po detal'nomu modelirovaniyu perekhodnykh protses-sov v bol'shikh energosistemakh* [New opportunities for detailed

modeling of transient processes in large power systems]. In: *Sovremennye tendentsii razvitiya tsifrovykh sistem releinoi zashchity i avtomatiki: materialy nauch.-tekhn. Konf. molodykh spetsialistov v ramkakh foruma «RELAVEKSPO-2021»* [Proc. of Int. Sci. Conf. «Modern trends in the development of digital relay protection and automation systems. RELAVEXPO-2021»]. Cheboksary, Chuvash State Univesity Publ, 2021, pp. 204–207.

12. Andreev O.N., Slavutskiy A.L., Slavutskii L.A. Neural network in a sliding window for power grids signals structural analysis. In: IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, 2022, 990 012054. DOI 10.1088/1755-1315/990/1/012054.

13. Dommel H.W. Digital Computer Solution of Electromagnetic Transients in Single- and Multiphase Networks. IEEE Transactions on power apparatus and systems, 1969, vol. PAS-88, no. 4, pp. 388–399.

14. Hajipour E., Vakilian M., Sanaye-Pasand M. Current transformer saturation compensation for transformer differential re-lays IEEE Trans. Power Deliv, 2015, vol. 30, no. 5, pp. 2293–2302.

15. Slavutskiy A, Slavutskii L., Slavutskaya E. Neural Network for Real-Time Signal Processing: the Nonlinear Distortions Filtering. In: 2021 International Ural Conference on Electrical Power Engineering (UralCon), 2021, pp. 84–88. DOI: 10.1109/UralCon52005.2021.9559619.

16. Vorobyev E., Antonov V., Ivanov N. et al. Fundamentals of Multichannelstructural Analysis of Electrical Signals. In: 2021 Ural-Siberian Smart Energy Conference (USSEC), 2021, pp. 30–34. DOI: 10.1109/USSEC53120.2021.9655762.

17. Zirka S.E., Moroz Y.I., Chiesa N. et al. Implementation of Inverse Hysteresis Model Into EMTP – Part II: Dynamic Model. In: IEEE Transactions on Power Delivery, 2015, vol. 30, no. 5, pp. 2233–2241. DOI: 10.1109/TPWRD.2015.2416199.

18. Zirka S.E., Moroz Y.I., Elovaara J. et al. Simplified models of three-phase, five-limb transformer for studying GIC effects. International Journal of Electrical Power & Energy Systems, 2018, vol. 103, pp. 168–175. DOI: 10.1016/j.ijepes.2018.05.035.

OLEG N. ANDREEV – Post-Graduate Student, Department of Automation and Control in Technical Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (helga013@yandex.ru; ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2974-2502).

LIDIA N. VASILEVA – Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Department of Automation and Control in Technical Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (oln2404@mail.ru; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2809-9044).

EVGENIY K. MATVEEV – Master's Program Student, Department of Automation and Control in Technical Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (mzhenyak@yandex.ru).

ALEKSANDR L. SLAVUTSKIY – Candidate of Technical Sciences, Deputy Head of Software Development Department, Separate Subdivision of Unitel Engineering LLC, Russia, Cheboksary (slavutskii@gmail.com; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6315-2445).

Формат цитирования: *Андреев О.Н., Васильева Л.Н., Матвеев Е.К., Славутский А.Л.* Численное и лабораторное моделирование насыщения трансформатора в зависимости от начальной фазы тока // Вестник Чувашского университета. – 2023. – № 4. – С. 5–14. DOI: 10.47026/1810-1909-2023-4-5-14.

DOI: 10.47026/1810-1909-2023-4-15-23
УДК [517.956.225:517.982.43]:621.313-465
ББК В161.68:К500.131

А.А. АФАНАСЬЕВ

ВНЕШНИЕ ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ ПРОСТРАНСТВА ПОЛОГО ЦИЛИНДРА КОНЕЧНОЙ ДЛИНЫ

Ключевые слова: *полые и сплошные цилиндры, уравнение Лапласа, граничные условия, электромеханические устройства с радиальными и аксиальными зазорами.*

Введение. *Решение уравнения Лапласа методом разделения переменных Фурье для цилиндрических областей позволяет исследовать электромеханические устройства в формате 3D.*

Цель исследования – *получение аналитических выражений для магнитных потенциалов и индукций внешних трехмерных пространств электромеханических устройств в цилиндрической системе координат.*

Материалы и методы. *Неизвестные постоянные в выражениях для рассматриваемых областей находятся из граничных условий магнитного поля на общих границах электромеханического устройства с его внешним пространством: скалярные магнитные потенциалы и магнитные индукции одинаковы, токовые листы испытывают скачок. При получении аналитических выражений использовались методы математической физики.*

Результаты исследований. *Для нахождения постоянных Фурье рассмотрены внешние трёхмерные пространства классических электромеханических устройств (генераторов, двигателей), которые в цилиндрической системе координат представляются как полыми, так и сплошными цилиндрами, стыкующимися с активными областями устройств своими цилиндрическими или торцевыми поверхностями. Получены общие выражения для магнитных потенциалов и индукций внешних пространств на основе решения уравнения Лапласа, как задачи Штурма–Лиувилля, методом разделения переменных Фурье. Проанализированы магнитные поля внешних пространств исходного полого цилиндра: наружного цилиндра с бесконечно большим радиусом; внутреннего сплошного цилиндра; торцевых цилиндров конечной длины. Эти данные дают возможность увеличить необходимое количество уравнений для нахождения требуемого числа постоянных Фурье при аналитическом расчёте электромеханических устройств методом разделения переменных.*

Выводы. *Получены аналитические выражения для граничных значений магнитных потенциалов и индукций внешнего пространства, примыкающего к активным областям электромеханических устройств с воздушными зазорами как радиального, так и аксиального вида.*

Введение. Большинство электромеханических устройств может иметь математическое описание в цилиндрических координатах. Формирование математических моделей этих устройств методом разделения переменных Фурье на основе граничных условий для магнитного поля требует обращения к условиям стыковки поля на внешней границе активной области моделируемого объекта. В этой связи анализ внешнего магнитного поля в окружающих пространствах цилиндрической формы достаточно актуален. Поскольку модели электрических машин на базе метода разделения переменных начали использоваться на практике сравнительно недавно, исследований по теме настоящей статьи также невелико. Например, решение уравнения Лапласа для пологого цилиндра конечной длины отсутствует в известных справочниках по линейным уравнениям математической физики [8].

Цель исследования – получение аналитических выражений на базе уравнений математической физики [3, 4, 7] для магнитных потенциалов и индукций внешних трехмерных пространств электромеханических устройств в цилиндрической системе координат.

Материалы и методы. Активное пространство (магнитные сердечники с воздушными зазорами между ними) большинства электромеханических устройств с радиальным воздушным зазором можно представить в виде совокупности вложенных друг в друга полых цилиндров.

В устройствах с аксиальными воздушными зазорами полые цилиндры имеют торцевую стыковку друг с другом [12].

Магнитные поля в каждом из этих цилиндров описываются на базе метода разделения переменных Фурье функциями Бесселя [1, 5, 6, 9–11]. Неизвестные постоянные этого метода находятся из условий на общих границах сопрягаемых полых цилиндров: скалярные магнитные потенциалы и магнитные индукции одинаковы, токовые листы (МДС) испытывают скачок.

Результат исследования. Для использования граничных условий на внешних границах устройств нужно иметь математическое описание магнитного поля окружающего пространства, которое можно представить также в виде полых цилиндров с соответствующими внешними значениями координат r, φ и z. Получены выражения для магнитных потенциалов и индукций для внешних пространств цилиндрической формы с конечной длиной и с различными внешними радиусами, включая и бесконечно большие.

Цилиндрическое внешнее пространство, примыкающее к наружной цилиндрической поверхности полого цилиндра конечной длины. Одной из частей наружного пространства исходного полого цилиндра заданной длины (рис. 1) является также полый цилиндр той же длины, у которого наружный радиус b стремится к бесконечности.

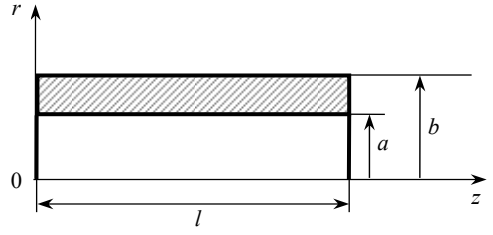


Рис. 1. Продольный разрез исходного полого цилиндра

Скалярный магнитный потенциал полого цилиндра описывается выражением [1]

$$u(r,\varphi,z) = u_1(r,\varphi,z) + u_2(r,\varphi,z)\,. \tag{1}$$

Слагаемые выражения (1) задаются формулами:

$$u_1(r,\varphi,z) = \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\left[J_n(\sqrt{\lambda_k^{(n)}}r)N_n(\sqrt{\lambda_k^{(n)}}a) - N_n(\sqrt{\lambda_k^{(n)}}r)J_n(\sqrt{\lambda_k^{(n)}}a)\right]\times$$
$$\times\left[A_{nk}\,\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_k^{(n)}}z}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_k^{(n)}}l} + B_{nk}\,\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_k^{(n)}}(l-z)}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_k^{(n)}}l}\right]\cos n\varphi, \tag{2}$$

$$u_2(r,\varphi,z)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\left[C_{nk}I_n(\sqrt{\lambda_k}r)+D_{nk}K_n(\sqrt{\lambda_k}r)\right]\sin\sqrt{\lambda_k}z\cos n\varphi\,; \qquad (3)$$

где J_n и N_n – функции Бесселя первого и второго рода соответственно; I_n и K_n – модифицированные функции Бесселя перового и второго рода, или функции Инфельда и Макдональда, соответственно; $\lambda_k^{(n)}$ – собственные числа:

$$\lambda_k=\left(\frac{\pi k}{l}\right)^2. \qquad (4)$$

Собственные числа $\lambda_k^{(n)}$ в формуле (2), соответствующие порядку n и корню k цилиндрических функций J_n и N_n, находятся в качестве корней нелинейных уравнений, зависящих только от радиусов a и b:

$$\frac{J_n(\sqrt{\lambda}a)}{J_n(\sqrt{\lambda}b)}=\frac{N_n(\sqrt{\lambda}a)}{N_n(\sqrt{\lambda}b)}. \qquad (5)$$

Будем полагать, что цилиндрическая поверхность, внешняя к исходному полому цилиндру, имеет одинаковую длину с ним и наружные радиусы: внутренний $a_1 = b$, внешний b_1.

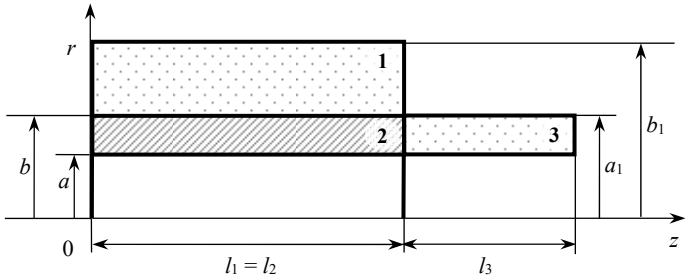


Рис. 2. Исходный полый цилиндр (2)
и его внешние цилиндрические пространства: наружное (1) и торцевое (3)

При $b_1 \to \infty$ функции J_n и N_n имеют следующие асимптотические приближения [6, 11]:

$$\begin{aligned} J_n(\sqrt{\lambda}b_1)&=\sqrt{\frac{2}{\pi\sqrt{\lambda}b_1}}\cos\left(\sqrt{\lambda}b_1-\frac{n\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right);\\ N_n(\sqrt{\lambda}b_1)&=\sqrt{\frac{2}{\pi\sqrt{\lambda}b_1}}\sin\left(\sqrt{\lambda}b_1-\frac{n\pi}{2}-\frac{\pi}{4}\right). \end{aligned} \qquad (6)$$

Из выражений (5), (6) можем записать

$$\frac{J_n(\sqrt{\lambda}a)}{N_n(\sqrt{\lambda}a)}=\frac{J_n(\sqrt{\lambda}b_1)}{N_n(\sqrt{\lambda}b_1)}=\frac{\cos\left(\sqrt{\lambda}b_1-\alpha\right)}{\sin\left(\sqrt{\lambda}b_1-\alpha\right)}=\frac{\cos\alpha+\sin\alpha\ \mathrm{tg}(\sqrt{\lambda}b_1)}{-\sin\alpha+\cos\alpha\ \mathrm{tg}(\sqrt{\lambda}b_1)}, \qquad (7)$$

где $\alpha=n\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}$.

Приняв в (7) $\sqrt{\lambda}b_1 = \pi(\infty)$, получим нелинейное уравнение для нахождения собственных чисел $\lambda_k^{(n)}$ для этого внешнего пространства

$$\frac{J_n(\sqrt{\lambda}a)}{N_n(\sqrt{\lambda}a)} = -\frac{1}{\mathrm{tg}\left(n\frac{\pi}{2}+\frac{\pi}{4}\right)}. \qquad (8)$$

В выражении (3) для потенциала $u_2(r,\varphi,z)$ при $r=b\to\infty$ модифицированная цилиндрическая функция Бесселя первого рода (функция Инфельда) $I_n(\sqrt{\lambda_k}r)$ стремиться к бесконечности. Поэтому неизвестную постоянную C_{nk} в этой формуле следует принять равной нулю, поскольку магнитный потенциал $u_2(r, \varphi, z)$ не может становиться бесконечно большим при $r = b \to \infty$.

Формула (3) для рассматриваемого внешнего пространства будет содержать только одну неизвестную постоянную D_{nk}

$$u_2(r,\varphi,z) = \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty} D_{nk} K_n(\sqrt{\lambda_k}r)\sin\sqrt{\lambda_k}z\cos n\varphi .$$

При $r = a_1 = b$ формула (2) принимает нулевое значение: $u_1(b, \varphi, z) = 0$. Тогда магнитный потенциал внешней поверхности на границе с исходной цилиндрической поверхностью при $r = b$ будет равен

$$u(b,\varphi,z) = \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty} D_{nk} K_n(\sqrt{\lambda_k}b)\sin\sqrt{\lambda_k}z\cos n\varphi .$$

Координатные составляющие магнитной индукции для внешнего пространства находятся путем дифференцирования скалярного магнитного потенциала (1) по координатам r, φ, z.

$$B(r,\varphi,z)_r = -\mu_0\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\left[\frac{dJ_n(\sqrt{\lambda_k^n}r)}{dr}N_n(\sqrt{\lambda_k^n}a_1) - \frac{dN_n(\sqrt{\lambda_k^n}r)}{dr}J_n(\sqrt{\lambda_k^n}a_1)\right]\times$$
$$\times\left[\frac{\mathrm{sh}\sqrt{\lambda_k^n}z}{\mathrm{sh}\sqrt{\lambda_k^n}l}A_{nk} + \frac{\mathrm{sh}\sqrt{\lambda_k^n}l - z}{\mathrm{sh}\sqrt{\lambda_k^n}l}B_{nk}\right]\cos n\varphi -$$
$$-\mu_0\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\left[\frac{dI_n(\sqrt{\lambda_k}r)}{dr}C_{nk} + \frac{dK_n(\sqrt{\lambda_k}r)}{dr}D_{nk}\right]\sin\sqrt{\lambda_k}z\cos n\varphi,$$

$$B(r,\varphi,z)_z = -\mu_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\left[J_n(\sqrt{\lambda_k^n}r)\,N_n(\sqrt{\lambda_k^n}a_j) - N_n(\sqrt{\lambda_k^n}r)\,J_n(\sqrt{\lambda_k^n}a_j)\right]\times$$
$$\times\left[\sqrt{\lambda_k^n}\frac{\mathrm{ch}\sqrt{\lambda_k^n}z}{\mathrm{sh}\sqrt{\lambda_k^n}l}A_{nk} - \sqrt{\lambda_k^n}\frac{\mathrm{ch}\sqrt{\lambda_k^n}(l-z)}{\mathrm{sh}\sqrt{\lambda_k^n}l}B_{nk}\right]\cos(n\varphi) -$$
$$-\mu_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\left[I_n(\sqrt{\lambda_k}r)\,C_{nk} + K_n(\sqrt{\lambda_k}r)\,D_{nk}\right]\sqrt{\lambda_k}\cos(\sqrt{\lambda_k}z)\cos(n\varphi),$$

$$B(r,\varphi,z)_{\varphi}=\frac{\mu_0}{r}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\Big[J_n(\sqrt{\lambda_k^n}r)\,N_n(\sqrt{\lambda_k^n}a_j)-N_n(\sqrt{\lambda_k^n}r)\,J_n(\sqrt{\lambda_k^n}a_j)\Big]\times$$
$$\times\left[\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_k^n}z}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_k^n}l}A_{nk}+\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_k^n}(l-z)}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_k^n}l}B_{nk}\right]n\sin(n\varphi)+$$
$$+\frac{\mu_0}{r}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\Big[I_n(\sqrt{\lambda_k}r)\,C_{nk}+K_n(\sqrt{\lambda_k}r)\,D_{nk}\Big]\sin(\sqrt{\lambda_k}\,z)\,n\sin(n\varphi),$$

где

$$\frac{dJ_n(\sqrt{\lambda_k^n}r)}{dr}=\frac{\sqrt{\lambda_k^n}}{2}\Big[J_{n-1}(\sqrt{\lambda_k^n}r)-J_{n+1}(\sqrt{\lambda_k^n}r)\Big];\qquad(9)$$
$$\frac{dN_n(\sqrt{\lambda_k^n}r)}{dr}=\frac{\sqrt{\lambda_k^n}}{2}\Big[N_{n-1}(\sqrt{\lambda_k^n}r)-N_{n+1}(\sqrt{\lambda_k^n}r)\Big];$$
$$\frac{dI_n(\sqrt{\lambda_k}r)}{dr}=\frac{\sqrt{\lambda_k}}{2}\Big[I_{n-1}(\sqrt{\lambda_k}r)+I_{n+1}(\sqrt{\lambda_k}r)\Big];\qquad(10)$$
$$\frac{dK_n(\sqrt{\lambda_k}r)}{dr}=\frac{-\sqrt{\lambda_k}}{2}\Big[K_{n-1}(\sqrt{\lambda_k}r)+K_{n+1}(\sqrt{\lambda_k}r)\Big].$$

На границе с исходной цилиндрической поверхностью, когда $r = b$, магнитные индукции будут равны

$$B(b,\varphi,z)_r=-\mu_0\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{\sqrt{\lambda_k^n}}{2}\Big\{\Big[J_{n-1}(\sqrt{\lambda_k^n}b)-J_{n+1}(\sqrt{\lambda_k^n}b)\Big]N_n(\sqrt{\lambda_k^n}b)-$$
$$-\Big[N_{n-1}(\sqrt{\lambda_k^n}b)-N_{n+1}(\sqrt{\lambda_k^n}b)\Big]J_n(\sqrt{\lambda_k^n}b)\Big\}\times$$
$$\times\left[\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_k^n}z}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_k^n}l}A_{nk}+\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_k^n}l-z}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_k^n}l}B_{nk}\right]\cos n\varphi+$$
$$+\mu_0\sum_{n=0}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\left[\frac{\sqrt{\lambda_k}}{2}\Big[K_{n-1}(\sqrt{\lambda_k}b)+K_{n+1}(\sqrt{\lambda_k}b)\Big]D_{nk}\right]\sin\sqrt{\lambda_k}z\cos n\varphi,$$

$$B(b,\varphi,z)_z=-\mu_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\Big[K_n(\sqrt{\lambda_k}b)\,D_{nk})\Big]\sqrt{\lambda_k}\cos(\sqrt{\lambda_k}z)\cos(n\varphi),$$

$$B(b,\varphi,z)_{\varphi}=\frac{\mu_0}{r}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\Big[K_n(\sqrt{\lambda_k}b)\,D_{nk}\Big]\cos(\sqrt{\lambda_k}\,z)\,n\sin(n\varphi).$$

Торцевые внешние пространства полого цилиндра конечной длины. Это внешнее пространство имеет ту же толщину, что и у исходного полого цилиндра (рис. 2). При формировании граничных условий на торцах исходного цилиндра с длиной l_1 координата z будет принимать значения ноль или l_1

$$z=0,(l_1).\qquad(11)$$

Для внешнего торцевого цилиндра с длиной $l\to\infty$ магнитный потенциал для границы (11) согласно формулам (1)–(4) будет иметь вид

$$u(r,\varphi)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\left[J_n(\sqrt{\lambda_k^{(n)}}r)N_n(\sqrt{\lambda_k^{(n)}}a)-N_n(\sqrt{\lambda_k^{(n)}}r)J_n(\sqrt{\lambda_k^{(n)}}a)\right]B_{nk}\cos n\varphi,$$

где собственные числа $\lambda_k^{(n)}$, зависящие, согласно формуле (5), только от радиусов a и b, будут иметь те же значения, что и у исходного цилиндра.

Цилиндрическое внешнее пространство, примыкающее к внутренней цилиндрической поверхности полого цилиндра конечной длины. Этим внешним пространством является сплошной цилиндр с той же длиной, что и исходный цилиндр.

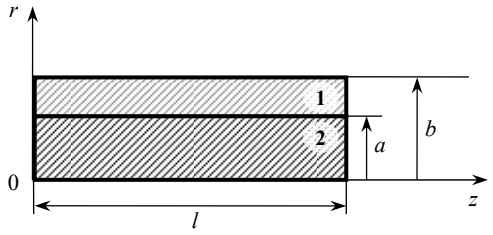


Рис. 3. Основной полый цилиндр 1 и его внутреннее пространство 2 в виде сплошного цилиндра

Из литературы, например [2, 8], известно выражение для скалярного магнитного потенциала сплошного цилиндра. Применительно к [2] имеем для скалярного магнитного потенциала сплошного цилиндра

$$u(r,\varphi,z)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}J_n(\sqrt{\lambda_{nk}}r)\left\{\left[\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nk}}z}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nk}}l}A_{nk}+\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nk}}l-z}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nk}}l}B_{nk}\right]\cos n\varphi\right\}+$$
$$+\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}\frac{I_n(\sqrt{\lambda_k}r)}{I_n(\sqrt{\lambda_k}a)}C_{nk}\sin\sqrt{\lambda_k}z\cos n\varphi, \qquad (12)$$

где a, l – соответственно радиус и длина цилиндра; $\sqrt{\lambda_{nk}}$ – корни уравнения

$$J_n(\sqrt{\lambda_{nk}}a)=0, \qquad (13)$$

$n = 1, 2, \ldots,$ – порядки функции Бесселя первого рода; $k = 1, 2, \ldots, \infty$ – номера корней;

$$\lambda_k=\left(\frac{\pi k}{l}\right)^2,\ k=1,2\ldots,\infty;$$

$I_n(\sqrt{\lambda_k}r)$ – модифицированная функция Бесселя первого рода (функция Инфельда); A_{nk}, B_{nk}, C_nk – неизвестные постоянные.

Применительно к внутренней границе $r = a$ исходного цилиндра имеем из (12), (13)

$$u(a,\varphi,z)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty}C_{nk}\sin\sqrt{\lambda_k}z\cos n\varphi.$$

Координатные составляющие магнитной индукции для внешнего пространства находятся путем дифференцирования скалярного магнитного

потенциала (12) по координатам r, φ, z. С учётом выражений (9) и (10) будем иметь

$$B(a,\varphi,z)_r = -\mu_0 \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sqrt{\lambda_{nk}}}{2}\left[J_{n-1}(\sqrt{\lambda_{nk}}a) - J_{n+1}(\sqrt{\lambda_{nk}}a)\right]\times$$
$$\times\left\{\left[\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nk}}z}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nk}}l} A_{nk} + \frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nk}}l - z}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nk}}l} B_{nk}\right]\cos n\varphi\right\} -$$
$$-\mu_0 \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\frac{\sqrt{\lambda_k}}{2}\left[I_{n-1}(\sqrt{\lambda_k}a) + I_{n+1}(\sqrt{\lambda_k}a)\right]}{I_n(\sqrt{\lambda_k}a)} C_{nk}\sin\sqrt{\lambda_k}z\cos n\varphi,$$

$$B(a,\varphi,z)_z = -\mu_0 \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty} C_{nk}\sqrt{\lambda_k}\cos(\sqrt{\lambda_k}z)\cos(n\varphi),$$

$$B(a,\varphi,z)_\varphi = \frac{\mu_0}{r}\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{k=1}^{\infty} C_{nk}\sin(\sqrt{\lambda_k}\ z)\, n\sin(n\varphi).$$

Выводы. 1. Получены выражения для граничных значений магнитных потенциалов и индукций внешнего пространства, примыкающего к активным областям электромеханических устройств с воздушными зазорами как радиального, так и аксиального вида.

2. Неизвестные постоянные в полученных граничных формулах находятся из условий на наружных границах устройства: скалярные магнитные потенциалы и магнитные индукции одинаковы, токовые листы (МДС) испытывают скачок на величину полного тока листа.

Литература

1. *Афанасьев А.А., Иванова Н.Н.* Решение уравнения Лапласа методом разделения переменных для полого цилиндра конечной длины // Вестник Чувашского университета. 2023. № 2. С. 32–40. DOI: 10.47026/1810-1909-2023-2-32-40.

2. *Боголюбов А.Н., Кравцов В.В.* Задачи по математической физике. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1998. 350 с.

3. *Бронштейн И.Н., Семендяев К.А.* Справочник по математике. М.: Наука, 1980. 975 с.

4. *Голоскоков Д.П.* Уравнения математической физики. Решение задач в системе Maple. СПб.: Питер, 2004. 539 с.

5. *Дякин В.В., Кудряшова О.В., Раевский. В.Я.* К расчету поля конечного магнитного цилиндра // Дефектоскопия. 2019. № 10. С. 24–34.

6. *Кузнецов Д.С.* Специальные функции. М.: Высш. шк., 1965. 423 с.

7. *Мизохата С.* Теория уравнений с частными производными: пер. с японск. М.: Мир, 1977. 504 с.

8. *Полянин А.Д.* Справочник по линейным уравнениям математической физики. М.: Физматлит, 2001. 576 с.

9. Справочник по специальным функциям / пер. с англ. под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. М.: Наука, 1979. 832 с.

10. *Фарлоу С.* Уравнения с частными производными для научных работников и инженеров: пер. с англ. М.: Мир, 1985. 384 с.

11. Функции Бесселя / сост. В.И. Зубов. М.: МФТИ, 2007. 51 с.

12. *Шайтор Н.* Электромеханические структуры сложных конфигураций. Вологда: Инфра-Инженерия, 2023. 168 с.

АФАНАСЬЕВ АЛЕКСАНДР АЛЕКСАНДРОВИЧ – доктор технических наук, профессор кафедры автоматики и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (afan39@mail.ru).

Aleksandr A. AFANASYEV

OUTER CYLINDRICAL SPACES OF A HOLLOW CYLINDER OF FINITE LENGTH

Key words: *hollow and solid cylinders, Laplace equation, boundary conditions, electromechanical devices with radial and axial gaps.*

Introduction*. The solution of the Laplace equation by the method of separation of Fourier variables for cylindrical domains makes it possible to study electromechanical devices in 3D format.*

The purpose of the study *is to obtain analytical expressions for magnetic potentials and inductions of external three-dimensional spaces of electromechanical devices in a cylindrical coordinate system.*

Materials and methods. *The unknown constants in the expressions for the regions under consideration are found from the boundary conditions of the magnetic field at the common boundaries of the electromechanical device with its outer space: the scalar magnetic potentials and magnetic inductions are the same, the current sheets experience a jump. When obtaining analytical expressions, the methods of mathematical physics were used.*

Research results. *To find the Fourier constants, the outer three-dimensional spaces of classical electromechanical devices (generators, motors) are considered, which in a cylindrical coordinate system are represented by both hollow and solid cylinders joining the active regions of the devices with their cylindrical or end surfaces. General expressions for magnetic potentials and inductions of external spaces are obtained based on the solution of the Laplace equation as the Sturm–Liouville problem by the Fourier method of separation of variables. The magnetic fields of the outer spaces of the original hollow cylinder are analyzed: an outer cylinder with an infinitely large radius; internal solid cylinder; end cylinders of finite length. These data make it possible to increase the required number of equations to find the required number of Fourier constants in the analytical calculation of electromechanical devices by the method of separation of variables.*

Findings. *Analytical expressions for the boundary values of magnetic potentials and inductions of the external space adjacent to the active regions of electromechanical devices with air gaps of both radial and axial form are obtained.*

References

1. Afanasyev A.A., Ivanova N.N. *Reshenie uravneniya Laplasa metodom razdeleniya peremennykh dlya pologo tsilindra konechnoi dliny* [Solution of the Laplace equation by the method of separation of variables for a length hollow cylinder]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2023, no. 2, pp. 32–40. DOI: 10.47026/1810-1909-2023-2-32-40.

2. Bogolyubov A.N., Kravtsov V.V. *Zadachi po matematicheskoi fizike* [Problems in mathematical physics]. Moscow, Moskow University Publ., 1998, 350 p.

3. Bronshtein I.N., Semendyaev K.A. *Spravochnik po matematike* [Handbook of Mathematics]. Moscow, Nauka Publ., 1980, 975 p.

4. Goloskokov D.P. *Uravneniya matematicheskoi fiziki. Reshenie zadach v sisteme Maple* [Equations of mathematical physics. Solving problems in the Maple system]. St. Petersburg, Piter Publ., 2004, 539 p.

5. Dyakin V.V., Kudryashova O.V., Raevskii V.Y. To the calculation of the field of a finite magnetic cylinder. *Russian Journal of Nondestructive Testing*, 2019, vol. 55, no. 10, pp. 734–745.

6. Kuznetsov D.S. *Spetsial'nye funktsii* [Special features]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1965, 423 p.

7. Mizokhata S. *Teoriya uravnenii s chastnymi proizvodnymi* [Theory of partial differential equations]. Moscow, Mir Publ., 1977, 504 p.

8. Polyanin A.D. *Spravochnik po lineinym uravneniyam matematicheskoi fiziki* [Handbook of Linear Equations of Mathematical Physics]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2001, 576 p.

9. Abromowitz M., Sregun I., eds. Handbook of mathematical functions with formulas, graphs and math-ematical tables Issued. National Bureau of Standarts, 1964, 470 p. (Russ. ed.: *Spravochnik po spetsial'nym funktsiyam*. Moscow, Nauka Publ., 1979, 832 p.).

10. Farlow S.J. Partial differential egnations for scientists and engineers. Wileu, 1982 (Russ. ed.: *Uravneniya s chastnymi proizvodnymi dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov*. Moscow, Mir Publ., 1985, 384 p.).

11. Zubov V.I., comp. *Funktsii Besselya* [Bessel functions]. Moscow, MFTI Publ., 2007, 51 p.

12. Shaitor N. *Elektromekhanicheskie struktury slozhnykh konfiguratsii* [Electromechanical structures of complex configurations]. Vologda, Infra-Inzheneriya Publ., 2023, 168 p.

ALEKSANDR A. AFANASYEV – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Automation and Control in Technical Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (afan39@mail.ru).

Формат цитирования: *Афанасьев А.А.* Внешние цилиндрические пространства полого цилиндра конечной длины // Вестник Чувашского университета. – 2023. – № 4. – С. 15–23. DOI: 10.47026/1810-1909-2023-4-15-23.

DOI: 10.47026/1810-1909-2023-4-24-34
УДК 621.313.13-047.72-028.45
ББК 3291.5:326-028

А.А. АФАНАСЬЕВ, В.С. ГЕНИН, Л.Н. ВАСИЛЬЕВА,
Н.Н. ИВАНОВА, В.А. ВАТКИН, Д.А. ТОКМАКОВ

АНАЛИТИЧЕСКИЙ РАСЧЁТ МАГНИТОЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ВЕНТИЛЬНОГО ДВИГАТЕЛЯ И ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИНДУКТИВНЫХ ПАРАМЕТРОВ ЕГО ОБМОТОК

Ключевые слова: *скалярный магнитный потенциал, магнитная индукция, магнитные листы, намагниченность, ферромагнитные среды, индуктивные параметры обмоток.*

Для реализации высоких динамических характеристик проектируемых вентильных двигателей и достижения должного качества переходных процессов в приводах сложных механизмов необходимо проведение исследований их электромагнитных и функциональных свойств с расчетом индуктивных параметров обмоток.
Цель исследования – *анализ электромагнитных и функциональных характеристик магнитоэлектрического вентильного двигателя и определение индуктивных параметров его обмоток.*
Материалы и методы. *Единое магнитное поле машины разбивается на совокупность горизонтальных полос (сред), анализируемых независимо друг от друга. Приняты допущения, что магнитное поле в этих полосах является плоскопараллельным, а на границах выделяемых полос выполняются условия сопряжения: скалярные магнитные потенциалы и нормальные составляющие магнитной индукции не претерпевают скачка (разрыва). В качестве источников магнитного поля рассматриваются магнитодвижущая сила обмотки статора, коэрцитивная сила магнитов и намагниченности магнитомягких ферромагнитных сред. Выражения для описания скалярных магнитных потенциалов и нормальных составляющих магнитной индукции в выделенных полосах получены с помощью метода разделения переменных Фурье.*
Результаты исследования. *Выполнено исследование электромагнитных и функциональных характеристик двигателя с использованием математической модели магнитоэлектрического вентильного двигателя на основе технологии разделения переменных Фурье с разбиением активной области на однородные участки в виде магнитных листов. Модель позволяет определить магнитные индукции для любых координатных точек x и y активной области магнитной системы двигателя. Получены выражения, описывающие индуктивные параметры обмоток, приведены уравнения состояния двигателя для случая, когда токи в фазных обмотках статора в противофазе с их ЭДС холостого хода.*
Выводы. *Математические модели вентильных двигателей, построенные на основе метода разделения переменных Фурье, позволяют определить электромагнитные характеристики двигателей и индуктивные параметры обмоток, необходимые для расчёта переходных процессов. Наиболее эффективным является управление вентильным двигателем, при котором фазные токи находятся в противофазе с ЭДС холостого хода. В этом режиме с отсутствием продольного тока и коэффициентом мощности, близким к единице, уравнения состояния двигателя имеют второй порядок.*

Введение. Современные магнитоэлектрические вентильные двигатели имеют сравнительно небольшие габаритные размеры при сохранении достаточно высоких технических характеристик благодаря применению высококоэрцитивных магнитных материалов. Они характеризуются высокими энергетическими показателями ($\cos\varphi \approx 1$, $\eta = 0{,}85 \div 0{,}98$), весьма значительной кратковременной перегрузочной способностью по моменту, достигающей 5–10-кратного

значения от номинального, высокими массогабаритными показателями [5, 7, 13].

В последнее время в результате организации взаимодействия устройств электроники и электромеханики появляются «умные», самонастраивающиеся электрические машины [8]. Чтобы эффективно управлять такой машиной, необходимо уже на стадии проектирования с высокой точностью рассчитать ее параметры и характеристики, что можно сделать, лишь определив ее электромагнитное поле [3].

Для обеспечения высоких динамических характеристик вентильного двигателя в приводах сложных механизмов, которые в большинстве случаев работают в режимах частых пусков, остановов и реверсов, и достижения должного качества переходных процессов необходимо рассчитывать в том числе и индуктивные параметры обмоток [2].

Необходимо отметить, что использование редкоземельных постоянных магнитов связано с рядом специфических проблем. Во-первых, дороговизна высококоэрцитивных магнитных материалов заставляет искать пути их экономии. Во-вторых, сложность механической обработки таких магнитных материалов вынуждает использовать простые формы магнитов, например, в виде параллелепипедов или цилиндров, что вызывает известные ограничения при разработке и модернизации двигателей [6, 12].

Цель исследования – анализ электромагнитных и функциональных характеристик магнитоэлектрического вентильного двигателя и определение индуктивных параметров его обмоток.

Материалы и методы. Единое магнитное поле машины разбивается на совокупность горизонтальных полос (сред), анализируемых независимо друг от друга. Приняты допущения, что магнитное поле в этих полосах является плоскопараллельным, а на границах выделяемых полос выполняются условия сопряжения: скалярные магнитные потенциалы и нормальные составляющие магнитной индукции не претерпевают скачка (разрыва). В качестве источников магнитного поля рассматриваются магнитодвижущая сила обмотки статора, коэрцитивная сила магнитов и намагниченности магнитомягких ферромагнитных сред. Выражения для описания скалярных магнитных потенциалов и нормальных составляющих магнитной индукции в выделенных полосах получены с помощью метода разделения переменных Фурье.

Результаты исследования. Выполнено исследование электромагнитных и функциональных характеристик двигателя с использованием математической модели магнитоэлектрического вентильного двигателя на основе технологии разделения переменных Фурье с разбиением активной области на однородные участки в виде магнитных листов. Модель позволяет определить магнитные индукции для любых координатных точек x, y активной области магнитной системы двигателя. Получены выражения, описывающие индуктивные параметры обмоток, приведены уравнения состояния двигателя для случая, когда токи в фазных обмотках статора в противофазе с их ЭДС холостого хода.

Исходный инструментарий для расчёта электромагнитных параметров. Поскольку рассчитать единое поле магнитное машины задача весьма сложная, оно разбивается на ряд локальных участков, анализируемых независимо друг от друга. На границах выделяемых участков (полос или колец) выполняются условия сопряжения магнитных полей: скалярные магнитные потенциалы и нормальные составляющие магнитной индукции не претерпевают скачка (разрыва). В рассматриваемом случае выполнено разбиение активной расчётной области на совокупность горизонтальных полос (сред), отличающихся своими конфигурациями и магнитными свойствами. Считая, что длина электрической машины велика по сравнению с её поперечными размерами, и пренебрегая кривизной поверхности расточки статора, принято допущение, что магнитное поле в элементах расчетной области является плоскопараллельным.

В качестве источников магнитного поля вентильного двигателя выступают магнитодвижущая сила (МДС) обмотки статора, коэрцитивная сила магнитов H_{cB} и намагниченности магнитомягких (ферромагнитных) сред [10]. Намагниченность M_i такой i-й среды:

$$M_i = \frac{B_i}{\mu_0} - H_i$$

(где B_i – магнитная индукция; μ_0 – магнитная постоянная; H_i – напряженность магнитного поля) может находиться с помощью известных кривых намагничивания.

Скалярные магнитные потенциалы и нормальные составляющие магнитной индукции в выделенных полосах, согласно методу разделения переменных Фурье, описываются выражениями [9, 11]

$$\begin{cases} u_n(x,y) = \sum\limits_{k=1}^{\infty} \left(B_{nk} e^{k\sigma y} + C_{nk} e^{-k\sigma y} \right) \sin k\sigma x, \\ B_{ny}(x,y) = \mu_0 \left(-\dfrac{\partial u_n}{\partial y} + \sum\limits_{k=1}^{\infty} M_{nyk} \sin k\sigma x \right) = \\ = \mu_0 \sum\limits_{k=1}^{\infty} \left(-k\sigma B_{nk} e^{k\sigma y} + k\sigma C_{nk} e^{-k\sigma y} + M_{nyk} \right) \sin k\sigma x, \end{cases} \quad (1)$$

где n – номер полосы; $\sigma = \pi / \tau$; τ – полюсное деление; $\sum\limits_{k=1}^{\infty} M_{nyk} \sin k\sigma x$ – средняя намагниченность n-й полосы, представленная в виде тригонометрического ряда; B_{nk}, C_{nk} – неизвестные постоянные, определяемые из условий равенства магнитных потенциалов и радиальных магнитных индукций на границах полос.

Результаты исследования. На границах полосы с постоянными магнитами располагаются магнитные листы с током

$$F_{\text{м}} = \frac{4}{\pi\alpha} H_{cB} h_{\text{м}} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\sin(2k-1)\alpha}{(2k-1)^2} \sin(2k-1)\sigma x,$$

где $\alpha = \dfrac{\tau - b_{\text{м}}}{\tau}$; $h_{\text{м}}$ и $b_{\text{м}}$ – высота и ширина магнитов соответственно.

На границе полос воздушного зазора и зубцов статора фиксируется магнитный лист с МДС обмотки статора.

Для повышения точности расчёта можно увеличивать количество полос (т.е. дискретизацию) активной области.

Предлагаемый метод позволяет найти магнитные индукции для любых координатных точек *x*, *y* активной области двигателя. Следовательно, первоначально заданный набор индукций, и одновременно намагниченностей, в полосах с ферромагнитными участками будет уточняться в последующие итерации.

Рассмотрим вентильный двигатель 12ДВМ 250 мощностью 150 кВт, выпускаемый Чебоксарским электроаппаратным заводом, расчётная схема которого с девятью средами показана на рис. 1.

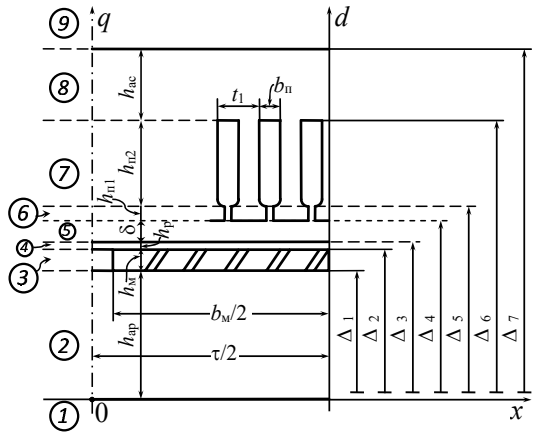


Рис. 1. Расчётная схема двигателя с девятью средами:
1, 9 – немагнитное внешнее пространство;
2, 8 – ярма сердечников соответственно ротора, статора; 3 – постоянные магниты;
4 – верхняя стенка магнитных окон «карманов»; 5 – воздушный зазор;
6 – первый зубцовый слой с пазовыми шлицами;
7 – второй зубцовый слой, пазы которого содержат клинья и проводники обмотки статора

Индуктивности взаимоиндукции двигателя будут находиться применительно к величинам магнитного потока в воздушном зазоре (полосе 5 на рис. 1), связанном в отдельности с магнитами ротора и МДС обмотки статора.

Для нормальной составляющей магнитной индукции в воздушном зазоре в соответствии с выражением (1) будет справедливо

$$B_{5y}(x,y) = \mu_0 \sigma \sum_{k=1}^{\infty} \left(-kB_{5k} e^{k\sigma y} + kC_{5k} e^{-k\sigma y} \right) \sin k\sigma x \,.$$

Эта магнитная индукция, вызванная только магнитами ротора, будет формировать с фазой А обмотки статора потокосцепление

$$\psi_A(\gamma) = l w_к \sum_{n=1}^{q} \left[\int_{t_z(n-1)}^{t_z(n-1)+\tau} B_{5y}(x-\gamma, y)dx + \int_{t_z(n-1)+\tau-y}^{t_z(n-1)+2\tau-y} B_{5y}(x-\gamma, y)dx \right], \qquad (2)$$

где $w_к$ – число витков в катушке обмотки статора; y – шаг катушки; q – число катушек в катушечной группе обмотки; l – активная длина сердечника статора; γ – сдвиг продольной оси ротора d относительно магнитной оси фазы А статора.

Индуктивность взаимоиндукции фазы А обмотки статора с магнитами ротора будет равна

$$L_{Af}(\gamma) = \Psi_A(\gamma)/H_{cB}\, h_{\text{м}}\,. \qquad (3)$$

График функции (3) показан на рис. 2. Он имеет стандартный вид с периодом 2τ.

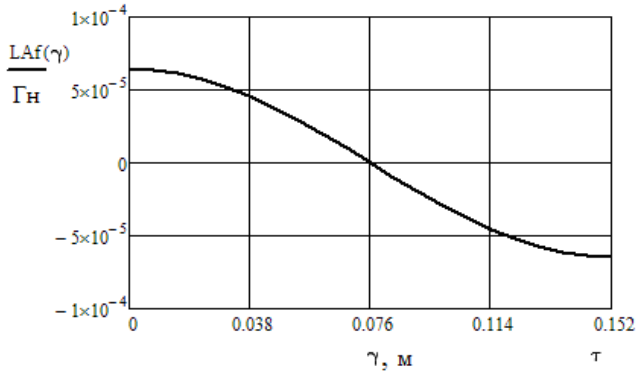


Рис. 2. Зависимость индуктивности взаимоиндукции ротора с фазой А статора от расстояния сдвига продольной оси ротора

Выражение (2) может использоваться для нахождения потокосцепления фазы А, вызванного собственным током этой фазы. Тогда для индуктивности самоиндукции фазы будем иметь

$$L_{AA}(\gamma) = \Psi_A(\gamma)/I_m\,. \qquad (4)$$

Формулы (3) и (4) можно распространить на фазы В и С, сдвинув интервал γ соответственно на расстояния $\frac{2}{3}\tau$ и $\frac{4}{3}\tau$.

График функции (4) показан на рис. 3 для случая, когда ток статора вентильного двигателя является поперечным ($I = I_q$) и ось его МДС совпадает с направлением поперечной оси ротора. Период зависимости $L_{AA}(\gamma)$ будет равен τ.

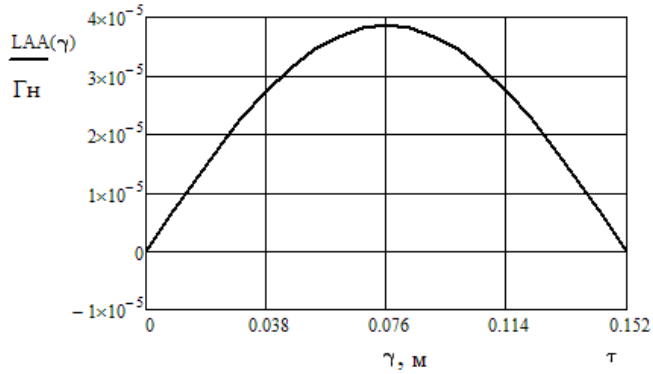


Рис. 3. Зависимость индуктивности взаимоиндукции фазы А статора от сдвига продольной оси ротора

Для продольных и поперечных индуктивностей обмотки статора можно принять

$$L_d = L_q = L_\sigma + \frac{3}{2} L_{AA} \left(\frac{\tau}{2} \right),$$

где L_σ – индуктивность рассеяния обмотки статора [4].

Дифференциальные уравнения вентильного двигателя в переходных режимах. Вентильные двигатели с постоянными магнитами за счёт широтно-импульсной модуляции (ШИМ) преобразователя частоты и цепей фильтрации имеют в обмотке статора практически синусоидальные ток и напряжение, фазные углы которых аппаратными и программными средствами могут быть привязаны к угловому положению ротора.

Будем рассматривать математическую модель двигателя, абстрагируясь от ШИМ технологии и технических средств, связывающих управление напряжением или током в обмотке статора с положением ротора.

Целесообразно, как у коллекторных двигателей постоянного тока, вводить ток в каждую фазную обмотку статора в противофазе с её ЭДС холостого хода. В этом случае в токе статора отсутствует продольная составляющая i_d, а электромагнитный момент имеет максимальное значение для данного тока. Выберем положительное направление оси q совпадающим с направлением вектора ЭДС холостого хода E_{0m}. Ось d «отстаёт» от оси q на 90° [1]. В координатах d, q токи и потокосцепления обмотки равны

$$i_d = 0,\ i_q = I,\quad \psi_d = -L_{AM} I_M,\ \psi_q = L_q i_q = L_q I, \tag{5}$$

где I – амплитуда тока статора; $I_M = H_{cB} h_м$; H_{cB} и $h_м$ – коэрцитивная сила и высота магнита соответственно.

Уравнения состояния имеют вид

$$\begin{cases} \dfrac{d\psi_d}{dt} = U_m \sin\theta - \psi_q \omega - r i_d, \\ \dfrac{d\psi_q}{dt} = -U_m \cos\theta - \psi_d \omega - r i_q, \end{cases} \tag{6}$$

$$\frac{J}{p}\frac{d\omega}{dt} = \frac{3}{2} p(\psi_d i_q - \psi_q i_d) - M_c. \tag{7}$$

Поскольку из третьего равенства (5) следует, что $\psi_d = \text{const}$, то первое уравнение (6) становится алгебраическим и его можно использовать для нахождения угла нагрузки θ

$$\theta = \arcsin\left(\frac{\psi_q \omega}{U_m} \right). \tag{8}$$

Будем решать уравнения (5)–(8) средствами математического пакета Mathcad применительно к параметрам вентильного двигателя 12ДВМ 250, имеющего $L_{AM} = 6{,}425 \cdot 10^{-5}$ Гн; $I_M = 1{,}108 \cdot 10^4$ А; $L_d = L_q = 1{,}58 \cdot 10^4$ Гн. Примем $U_m = 220 \cdot \sqrt{2}$ В; $M_c = 400$ Нм.

Результаты решения уравнений (5)–(8) при фиксированных выше параметрах показаны на рис. 4–5. Они имеют затухающий колебательный характер.

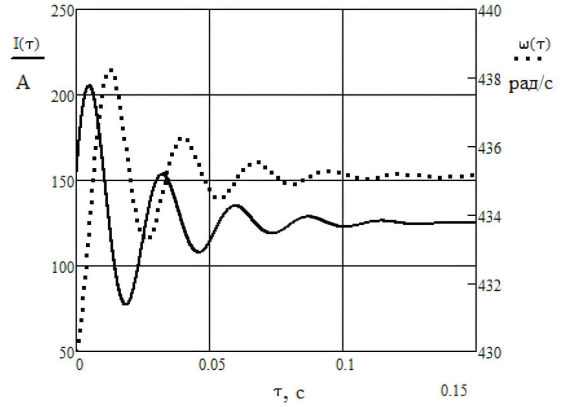


Рис. 4. Амплитуда и угловая частота тока статора

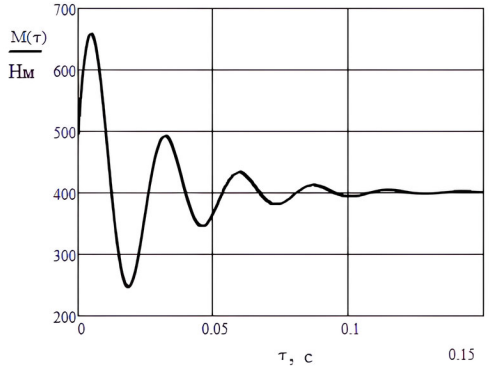


Рис. 5. Электромагнитный момент двигателя

Коэффициент мощности, график которого показан на рис. 6, определялся по формуле

$$\cos\varphi = \frac{\omega L_{AM} I_M + rI}{U_m}.$$

Из рис. 6 следует, что установившиеся значения коэффициента мощности и угла нагрузки близки соответственно к единице и нулю.

Продольное и поперечное напряжения обмотки статора, графики которых показаны на рис. 7, находились по формулам

$$U_d = \omega L_q I \; ; \; U_q = U_m \cos\theta .$$

Мгновенные значения тока и напряжения фазы А, графики которых показаны на рис. 8, вычислялись согласно выражениям

$$U_A = U_q \cos\omega t - U_d \sin\omega t \; , \; i_A = I \cos\omega t \; .$$

Из рис. 8 следует, что фазовый сдвиг между мгновенными значениями тока и напряжениями фазы А близок нулю.

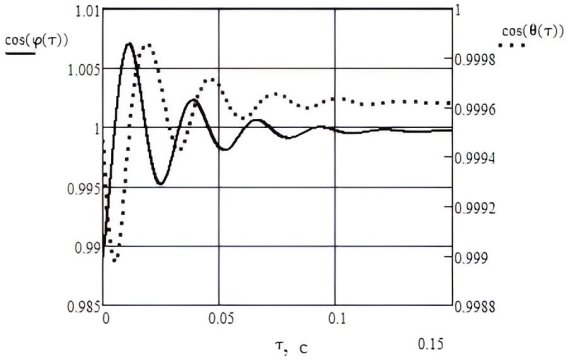


Рис. 6. Косинусы фазового угла тока и угла нагрузки

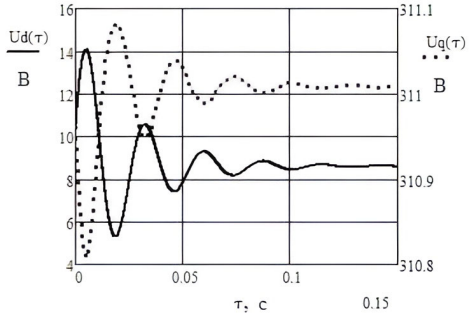


Рис. 7. Составляющие напряжения статора в координатах *d* и *q*

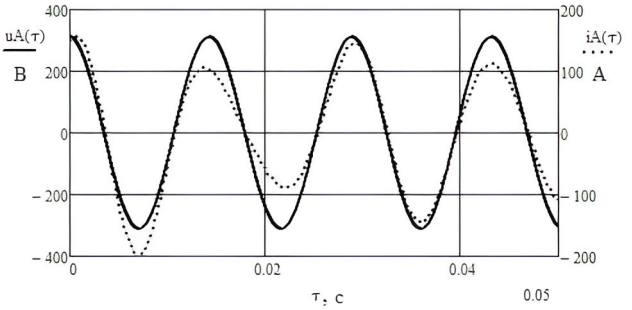


Рис. 8. Напряжение и ток обмотки статора в фазных координатах

Выводы. 1. Математические модели вентильных двигателей, построенные на основе метода разделения переменных Фурье, позволяют определить индуктивные параметры обмоток, необходимые для расчёта переходных процессов в соответствующих системах координат.

2. Наиболее эффективным является управление вентильным двигателем, при котором фазные токи находятся в противофазе с ЭДС холостого хода. В этом режиме с отсутствием продольного тока и коэффициентом мощности, близким к единице, уравнения состояния двигателя имеют второй порядок.

Литература

1. Аналитическое и численное моделирование магнитоэлектрических вентильных двигателей / *А.А. Афанасьев, В.С. Генин, В.А. Ваткин и др.* // Электричество. 2021. № 6. С. 72–78. DOI: 10.24160/0013-5380-2021-6-72-78.

2. *Афанасьев А.А.* Расчёт магнитоэлектрических вентильных двигателей методом разделения переменных Фурье // Электротехника, 2021. № 2. С. 21–27.

3. *Булатов Ю.Н., Крюков А.В., Суслов К.В.* Исследование работы самонастраивающегося прогностического регулятора скорости вращения ротора синхронного генератора на киберфизической модели турбогенераторной установки // Журнал Сибирского федерального университета. Техника и технологии. 2022. Т. 15, № 2. С. 177–191. DOI: 10.17516/1999-494X-0381.

4. *Важнов А.И.* Основы теории переходных процессов синхронной машины. М.: Госэнергоиздат, 1960. 312 с.

5. *Иванников Ю.Н., Овсянников В.Н.* Исследование температурного состояния моментного электродвигателя с ограниченным углом поворота ротора // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. 2022. Т. 30, № 2(74). С. 60–72. DOI: 10.14498/tech.2022.2.5.

6. *Исмаилов А.У., Губашева Х.А.* Перспективы замены редкоземельных элементов: новые разработки и экологически чистые альтернативы // Современные наука и образование: достижения и перспективы развития: сб. материалов XXX Междунар. науч.-практ. конф. (Москва, 7 июня 2023 г.): в 4 т. М.: Империя, 2023. Т. 4. С. 24–25.

7. *Король В.И., Ланкин М.В., Ланкин А.М.* Метод определения магнитных характеристик высококоэрцитивных постоянных магнитов с применением вейвлет-преобразования // Инженерный вестник Дона. 2021. № 6(78). С. 139–150.

8. Новгородские учёные разработали «умные» электродвигатели для буровых установок [Электронный ресурс]. URL: https://news.novgorod.ru/news/novgorodskie-uchnye-razrabotali-umnye-elektrodvigateli-dlya-burovykh-ustanovok--187824.html.

9. *Поливанов К.М.* Теоретические основы электротехники. Т. 3. Теория электромагнитного поля. М.: Энергия, 1969. 352 с.

10. *Поливанов К.М.* Ферромагнетики. М.: Госэнергоиздат, 1957. 256 с.

11. *Полянин А.Д.* Справочник по линейным уравнениям математической физики. М.: Физматлит, 2001. 576 с.

12. Проблемы применения редкоземельных постоянных магнитов в экстремальных условиях эксплуатации / *И.И. Акимов, И.Н. Буряков, С.А. Кичко и др.* // Русский инженер. 2021. № 3. С. 37–39.

13. *Chrobak A.* High and ultra-high coercive materials in spring-exchange systems – Review, simulations and perspective. Materials, 2022, vol. 15, no. 19, 6506. DOI: 10.3390/ma15196506.

АФАНАСЬЕВ АЛЕКСАНДР АЛЕКСАНДРОВИЧ – доктор технических наук, профессор кафедры автоматики и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (afan39@mail.ru).

ГЕНИН ВАЛЕРИЙ СЕМЕНОВИЧ – доктор технических наук, профессор кафедры автоматики и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (v.s.genin@mail.ru).

ВАСИЛЬЕВА ЛИДИЯ НИКОЛАЕВНА – кандидат педагогических наук, доцент кафедры автоматики и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (oln2404@mail.ru).

ИВАНОВА НАДЕЖДА НИКОЛАЕВНА – кандидат технических наук, доцент кафедры математического и аппаратного обеспечения информационных систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (niva_mail@mail.ru; ORCID: https://orcid.org/0000-0001-7130-8588).

ВАТКИН ВЛАДИМИР АЛЕКСАНДРОВИЧ – кандидат технических наук, главный конструктор отдела электрических машин, АО «ЧЭАЗ», Россия, Чебоксары (vatkinv@yandex.ru).

ТОКМАКОВ ДМИТРИЙ АНАТОЛЬЕВИЧ – директор по развитию, АО «ЧЭАЗ», Россия, Чебоксары (tokmakov_da@mail.ru).

Aleksandr A. AFANASYEV, Valery S. GENIN, Lidia N. VASILEVA, Nadezhda N. IVANOVA, Vladimir A. VATKIN, Dmitry A. TOKMAKOV

ANALYTICAL CALCULATION OF MAGNETOELECTRIC VALVE MOTOR AND DEFINITION OF INDUCTIVE PARAMETERS OF ITS WINDINGS

Key words: *scalar magnetic potentials, magnetic induction, magnetic sheets, magnetization, ferromagnetic media, inductive parameters of windings.*

To implement the dynamic properties of the designed valve motors and achieve the proper quality of transient processes in the drives of complex mechanisms, it is necessary to study their electromagnetic and functional characteristics with the calculation of the inductive parameters of the windings.

The purpose of the study *is to study the electromagnetic and functional characteristics of the magnetoelectric valve motor and determine the inductive parameters of its windings.*

Materials and methods. *The magnetic field of the machine is divided into a set of horizontal stripes (mediums), analyzed independently of each other. It is assumed that the magnetic field in these stripes is plane-parallel, and at the boundaries of the selected stripes the conjugation conditions are met: scalar magnetic potentials and normal components of magnetic induction do not undergo a jump (discontinuity). The magnetomotive force of the stator winding, the coercive force of magnets and the magnetization of soft magnetic ferromagnetic media are considered as sources of the magnetic field. Expressions for describing scalar magnetic potentials and normal components of magnetic induction in selected bands are obtained using the Fourier variable separation method.*

Research results. *A study of the electromagnetic and functional characteristics of the motor was carried out using a mathematical model of the magnetoelectric valve motor based on the Fourier method of separation of variables with the division of the active region into homogeneous sections in the form of magnetic sheets. The model enables to determine magnetic inductions for any coordinate points x, y of the active region of the motor magnetic system. Expressions describing the inductive parameters of the windings are obtained, and the equations of the state of the motor are given for the case when the currents in the phase windings of the stator are in antiphase with their no-load EMF.*

Conclusions. *Mathematical models of valve motors, built on the basis of the Fourier variable separation method, make it possible to determine the electromagnetic characteristics of motors and the inductive parameters of windings necessary for calculating transient processes. The most effective is valve motor control, when the phase currents are in antiphase with the no-load EMF. In this mode, with the absence of longitudinal current and with a power factor close to unity, the equations of state of the motor are of the second order.*

References

1. Afanasyev A.A., Genin V.S., Vatkin V.A *Analiticheskoe i chislennoe modelirovanie magnitoelektricheskikh ventil'nykh dvigatelei* [Analytical and Numerical Simulation of Magnetoelectric Valve Motors]. *Elektrichestvo*, 2021. no. 6, pp. 72–78. DOI: 10.24160/0013-5380-2021-6-72-78.

2. Afanasiev A.A. Calculating Magnetoelectric Valve Motors by the Fourier Variable Separation Method. *Russian Electrical Engineering*, 2021, vol. 92, no. 2, pp. 77–83. DOI: 10.3103/S1068371221-020024.

3. Bulatov Yu.N., Kryukov A.V., Suslov K.V. *Issledovanie raboty samonastraivayushchegosya prognosticheskogo regulyatora skorosti vrashcheniya rotora sinkhronnogo generatora na kiberfizicheskoi modeli turbogeneratornoi ustanovki* [Investigation of the Operation of a Self-Adjusting Predictive Controller of the Rotor Speed of a Synchronous Generator on a Cyber-Physical Model of a Turbogenerator Plant]. *Zhurnal Sibirskogo federal'nogo universiteta. Tekhnika i tekhnologii*, 2022, vol. 15, no. 2, pp. 177–191. DOI: 10.17516/1999-494X-0381.

4. Vazhnov A.I. *Osnovy teorii perekhodnykh protsessov sinkhronnoi mashiny* [Fundamentals of Transient Theory of a Synchronous Machine]. Moscow, Gosenergoizdat Publ., 1960, 312 p.

5. Ivannikov Yu.N., Ovsyannikov V.N. *Issledovanie temperaturnogo sostoyaniya momentnogo elektrodvigatelya s ogranichennym uglom povorota rotora* [Investigation of Thermal Field of the

Limited-Angle Torque Motor]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. Ser. Tekhnicheskie nauki*, 2022, vol. 30, no. 2(74). pp. 60–72. DOI: 10.14498/tech.2022.2.5.

6. Ismailov A.Yu., Gubasheva Kh.A. *Perspektivy zameny redkozemel'nykh elementov: novye razrabotki i ekologicheski chistye al'ternativy* [Prospects for Rare Earth Element Substitution: New Developments and Environmentally Friendly Alternatives]. In: *Sovremennye nauka i obrazovanie: dostizheniya i perspektivy razvitiya: sb. materialov XXX Mezhdunar. nauch.-prakt. konf. (Moskva, 7 iyunya 2023 g.): v 4 t.* [Proc. of 30th Int. Sci. Conf. «Modern Science and Education: Achievements and Development Prospects». 4 vols.]. Moscow, Imperiya Publ., 2023, vol. 4, pp. 24–25.

7. Korol' V.I., Lankin M.V., Lankin A.M. *Metod opredeleniya magnitnykh kharakteristik vysokokoertsitivnykh postoyannykh magnitov s primeneniem veivlet-preobrazovaniya* [Method for Determining the Magnetic Characteristics of High-Coercive Permanent Magnets Using the Wavelet Transform]. *Inzhenernyi vestnik Dona*, 2021, no. 6(78), pp. 139–150.

8. *Novgorodskie uchenye razrabotali «umnye» elektrodvigateli dlya burovykh ustanovok* [Novgorod Scientists Have Developed "Smart" Electric Motors for Drilling Rigs]. Available at: https://news.novgorod.ru/news/novgorodskie-uchnye-razrabotali-umnye-elektrodvigateli-dlya-burovykh-ustanovok--187824.html.

9. Polivanov K.M. *Teoreticheskie osnovy elektrotekhniki. T. 3. Teoriya elektromagnitnogo polya* [Theoretical Foundations of Electrical Engineering. Vol. 3: Electromagnetic Field Theory]. Moscow, Energiya Publ., 1969, 352 p.

10. Polivanov K.M. *Ferromagnetiki* [Ferromagnets]. Moscow, Gosenergoizdat Publ., 1957, 256 p.

11. Polyanin A.D. *Spravochnik po lineinym uravneniyam matematicheskoi fiziki* [Handbook of Linear Equations of Mathematical Physics]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2001, 576 p.

12. Akimov I.I., Buryakov I.N., Kichko S.A. et al. *Problemy primeneniya redkozemel'nykh postoyannykh magnitov v ekstremal'nykh usloviyakh ekspluatatsii* [Problems of Using Rare-Earth Permanent Magnets in Extreme Operating Conditions]. *Russkii inzhener*, 2021, no. 3, pp. 37–39.

13. Chrobak A. High and ultra-high coercive materials in spring-exchange systems – Review, simulations and perspective. *Materials*, 2022, vol. 15, no. 19, 6506. DOI: 10.3390/ma15196506.

ALEKSANDR A. AFANASYEV – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Automation and Control in Technical Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (afan39@mail.ru).

VALERY S. GENIN – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Automation and Control in Technical Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (v.s.genin@mail.ru).

LIDIA N. VASILEVA – Candidate of Pedagogical Sciences, Associate Professor, Department of Automation and Control in Technical Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (oln2404@mail.ru).

NADEZHDA N. IVANOVA – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Mathematical and Hardware Support of Information Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (niva_mail@mail.ru; ORCID: https://orcid.org/0000-0001-7130-8588).

VLADIMIR A. VATKIN – Candidate of Technical Sciences, Chief Designer, Department of Electrical Machines, JSC «ChEAZ», Russia, Cheboksary (vatkinv@yandex.ru).

DMITRY A. TOKMAKOV – Director for Development, JSC «ChEAZ», Russia, Cheboksary (tokmakov_da@mail.ru).

Формат цитирования: *Афанасьев А.А., Генин В.С., Васильева Л.Н., Иванова Н.Н., Ваткин В.А., Токмаков Д.А.* Аналитический расчёт магнитоэлектрического вентильного двигателя и определение индуктивных параметров его обмоток // Вестник Чувашского университета. – 2023. – № 4. – С. 24–34. DOI: 10.47026/1810-1909-2023-4-24-34.

DOI: 10.47026/1810-1909-2023-4-35-43
УДК [517.954:517.956.225]:514.113.5
ББК [В161.6:В171.4]:В151.0

А.А. АФАНАСЬЕВ, Н.Н. ИВАНОВА

РЕШЕНИЕ СМЕШАННОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ЛАПЛАСА МЕТОДОМ РАЗДЕЛЕНИЯ ПЕРЕМЕННЫХ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДЕ

Ключевые слова: *математическое моделирование, дифференциальные уравнения в частных производных эллиптического типа, уравнение Лапласа, прямоугольный параллелепипед, постоянные Фурье.*

Цель исследования *– решение краевой задачи для уравнения Лапласа в прямоугольном параллелепипеде методом разделения переменных и оценка полученных при этом постоянных разделения переменных Фурье.*
Материалы и методы. *Для решения краевой задачи для уравнения Лапласа использовались методы математической физики. Исходная задача была разбита на три стандартные, в которых неоднородные граничные условия заданы только на двух параллельных сторонах, а на остальной части они принимались равными 0.*
Результаты исследования. *Краевая задача для уравнения Лапласа в прямоугольном параллелепипеде была разбита на три задачи. Получены частные решения этих задач при заданных граничных условиях. Произведена оценка постоянных разделения переменных Фурье.*
Выводы*. Решение уравнения Лапласа для параллелепипеда является суммой решений трёх частных задач. Граничные функции параллелепипеда являются нечётными периодическими по двум переменным функциями, периоды которых равны длинам соответствующих сторон параллелепипеда. Постоянные Фурье частичных решений задачи являются коэффициентами разложения граничных периодических функций двух переменных в тригонометрический ряд Фурье. В двумерных рядах решения уравнения Лапласа для нечётных и для совокупности одновременно чётных и нечётных гармоник постоянные Фурье отличаются только знаками.*

При исследовании реальных технологических процессов и явлений природы методами математического моделирования важным этапом является построение математической модели [9, 10]. Широкий класс математических моделей представляют собой дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка эллиптического типа, к которым относится и уравнение Лапласа [1, 2, 8, 9, 15, 16].

Цель исследования – решение краевой задачи для уравнения Лапласа в прямоугольном параллелепипеде методом разделения переменных и оценка полученных при этом постоянных Фурье.

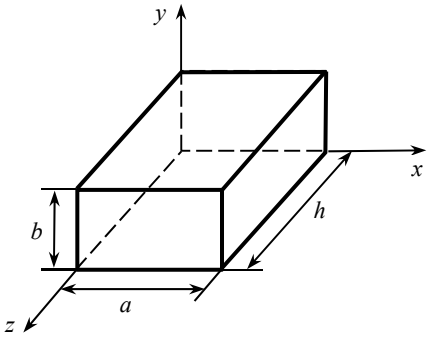
Материалы и методы. Для решения краевой задачи для уравнения Лапласа использовались методы математической физики и математического анализа [3–6, 12, 13]. Исходная задача была разбита на три стандартные, в которых неоднородные граничные условия заданы только на двух параллельных сторонах, а на остальной части они принимались равными 0.

Результаты исследования. Решение краевой задачи для уравнения Лапласа в прямоугольном параллелепипеде (рисунок)

$$\Delta u = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0,\ 0 < x < a,\ 0 < y < b,\ 0 < z < h, \tag{1}$$

будем искать при следующих граничных условиях [3–6, 12, 13]:

$$\begin{cases} u(x=0) = \varphi_1(y,z),\ u(x=a) = \varphi_2(y,z), \\ u(y=0) = \psi_1(x,z),\ u(y=b) = \psi_2(x,z), \\ u(z=0) = \gamma_1(x,y),\ u(z=h) = \gamma_2(x,y). \end{cases} \tag{2}$$



Прямоугольный параллелепипед

Исходную задачу разобьем на три задачи [14]. В первой задаче уравнение Лапласа (1) необходимо решить при следующих граничных условиях:

$$\begin{aligned} &u(x=0) = 0,\ u(x=a) = 0, \\ &u(y=0) = 0,\ u(y=b) = 0, \\ &u(z=0) = \gamma_1(x,y),\ u(z=h) = \gamma_2(x,y). \end{aligned} \tag{3}$$

Частное решение (1) при граничных условиях (3) будем искать в виде

$$u(x,y,z) = \vartheta(x,y)Z(z). \tag{4}$$

После подстановки (4) в уравнение Лапласа (1) получим два обыкновенных дифференциальных уравнения

$$\begin{aligned} &\Delta_2 \vartheta(x,y) + \lambda \vartheta(x,y) = 0,\ 0 < x < a,\ 0 < y < b, \\ &u(x=0) = 0,\ u(x=a) = 0,\ u(y=0) = 0,\ u(y=b) = 0; \end{aligned} \tag{5}$$

$$d^2 Z(z)/dz^2 - \lambda Z(z) = 0,\ 0 < z < h, \tag{6}$$

где λ – постоянная разделения переменных.

Дифференциальное уравнение (5) является задачей Штурма–Лиувилля для прямоугольника. Для нахождения собственных функций и собственных значений ненулевые решения этой задачи запишем в виде

$$\vartheta(x,y) = X(x)Y(y) \neq 0,$$

подставляя которые в (5), получим

$$\frac{X''(x)}{X(x)} = -\frac{Y''(y)}{Y(y)} - \lambda = -\mu.$$

Из этого выражения находим два обыкновенных дифференциальных уравнения с нулевыми начальными значениями для неизвестных функций $X(x)$ и $Y(y)$

$$X''(x)+\mu X(x)=0;\;\; Y''(x)+\nu Y(y)=0, \tag{7}$$

где $\nu=\lambda-\mu$.

Из уравнений (7) следуют выражения для собственных функций и собственного значения задачи Штурма–Лиувилля для прямоугольника

$$\vartheta_{nm}(x,y)=\sin\frac{n\pi}{a}x\sin\frac{m\pi}{b}y;$$

$$\lambda^1_{nm}=\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2+\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2.$$

Дифференциальное уравнение (6) имеет решение

$$Z(z)=A\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda}z}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda}h}+B\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda}(h-z)}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda}h},$$

где

$$\lambda=\lambda^1_{nm}=\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2+\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2;$$

A, B = const.

Частное решение первой задачи находится в виде

$$u_{nm}(x,y,z)=\vartheta_{nm}(x,y)\left[A_{nm}\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^1_{nm}}z}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^1_{nm}}h}+B_{nm}\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^1_{nm}}(h-z)}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^1_{nm}}h}\right].$$

Таким образом, решение первой задачи представляется в виде разложения по построенным частным решениям

$$u_1(x,y,z)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\sin\frac{n\pi}{a}x\sin\frac{m\pi}{b}y\left[A_{nm}\frac{sh\sqrt{\lambda^1_{nm}}z}{sh\sqrt{\lambda^1_{nm}}h}+B_{nm}\frac{sh\sqrt{\lambda^1_{nm}}(h-z)}{sh\sqrt{\lambda^1_{nm}}h}\right]. \tag{8}$$

Постоянные Фурье A_{nm}, B_{nm} в (8) определяются из граничных условий (3):

$$\begin{aligned}A_{nm}&=\frac{4}{ab}\int_0^a\int_0^b\gamma_2(x,y)\sin\frac{n\pi}{a}x\sin\frac{m\pi}{b}y\,dxdy;\\ B_{nm}&=\frac{4}{ab}\int_0^a\int_0^b\gamma_1(x,y)\sin\frac{n\pi}{a}x\sin\frac{m\pi}{b}y\,dxdy.\end{aligned} \tag{9}$$

Из (9) следует, во-первых, что граничные функции $\gamma_1(x, y)$ и $\gamma_2(x, y)$ являются нечётными периодическими (по x с периодом a, по y с периодом b) функциями, во-вторых, постоянные Фурье A_{nm} и B_{nm} являются коэффициентами разложения этих периодических функций двух переменных в тригонометрический ряд Фурье [7].

Во второй задаче уравнение Лапласа (1) необходимо решить при следующих граничных условиях:

$$\begin{aligned}&u(x=0)=0,\,u(x=a)=0,\\ &u(y=0)=\psi_1(x,z),\,u(y=b)=\psi_2(x,z),\\ &u(z=0)=0,\,u(z=h)=0.\end{aligned}$$

Выполняя действия, аналогичные тем, которые были произведены при решении первой задачи, для второй задачи получим

$$u_2(x,y,z)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\sin\frac{n\pi}{a}x\sin\frac{m\pi}{h}z\left[C_{nm}\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^2}y}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^2}b}+D_{nm}\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^2}(b-y)}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^2}b}\right], \quad (10)$$

где

$$\begin{aligned}\lambda_{nm}^2&=\left(\frac{n\pi}{a}\right)^2+\left(\frac{m\pi}{h}\right)^2,\\ C_{nm}&=\frac{4}{ah}\int_0^a\int_0^h\psi_2(x,z)\sin\frac{n\pi}{a}x\sin\frac{m\pi}{h}z\,dxdz;\\ D_{nm}&=\frac{4}{ah}\int_0^a\int_0^h\psi_1(x,z)\sin\frac{n\pi}{a}x\sin\frac{m\pi}{h}z\,dxdz.\end{aligned} \quad (11)$$

Анализируя выражения (11), отметим, во-первых, что граничные функции $\psi_1(x, z)$ и $\psi_2(x, z)$ являются нечётными периодическими (по x с периодом a и по z с периодом h), во-вторых, постоянные Фурье C_{nm} и D_{nm} являются коэффициентами разложения этих периодических функций двух переменных в тригонометрический ряд Фурье [7].

В третьей задаче уравнение Лапласа (1) необходимо решить при следующих граничных условиях:

$$\begin{aligned}&u(x=0)=\varphi_1(y,z),\ u(x=a)=\varphi_1(y,z),\\ &u(y=0)=0,\ u(y=b)=0,\\ &u(z=0)=0,\ u(z=h)=0.\end{aligned}$$

Решение этой задачи получено в виде

$$u_3(x,y,z)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\sin\frac{n\pi}{b}y\sin\frac{m\pi}{h}z\left[E_{nm}\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^3}x}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^3}a}+F_{nm}\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^3}(a-x)}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^3}a}\right], \quad (12)$$

где

$$\begin{aligned}\lambda_{nm}^3&=\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2+\left(\frac{m\pi}{h}\right)^2,\\ E_{nm}&=\frac{4}{bh}\int_0^b\int_0^h\varphi_2(y,z)\sin\frac{n\pi}{b}y\sin\frac{m\pi}{h}z\,dydz;\\ F_{nm}&=\frac{4}{bh}\int_0^b\int_0^h\varphi_1(y,z)\sin\frac{n\pi}{b}y\sin\frac{m\pi}{h}z\,dydz.\end{aligned} \quad (13)$$

Из (13) следует, что, во-первых, что граничные функции $\varphi_1(x, y)$ и $\varphi_2(x, y)$ являются нечётными, периодическими (по y с периодом b и по z с периодом h), во-вторых, постоянные Фурье E_{nm} и F_{nm} являются коэффициентами разложения этих периодических функций двух переменных в тригонометрический ряд Фурье [7].

Полное решение $u(x, y, z)$ задачи (1) при краевых условиях (2) равно сумме частичных решений (8), (10) и (12) трех рассмотренных задач:

$$u(x,y,z)=u_1(x,y,z)+u_2(x,y,z)+u_3(x,y,z). \quad (14)$$

С точки зрения расчёта электромеханических устройств, в которых источники магнитного поля располагаются снизу и сверху, интерес представляет второе решение $u_2(x, y, z)$ [1, 2, 7, 11].

Дифференцируя уравнение (14) по переменным x, y и z, можем получить выражения для составляющих магнитной индукции $B_x(x, y, z)$, $B_y(x, y, z)$ и $B_z(x, y, z)$

$$\begin{cases} B_x(x,y,z) = B_{1x}(x,y,z) + B_{2x}(x,y,z) + B_{3x}(x,y,z), \\ B_y(x,y,z) = B_{1y}(x,y,z) + B_{2y}(x,y,z) + B_{3y}(x,y,z), \\ B_z(x,y,z) = B_{1z}(x,y,z) + B_{2z}(x,y,z) + B_{3z}(x,y,z), \end{cases}$$

где

$$B_{1x}(x,y,z) = -\mu_0 \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} \frac{n\pi}{a}\cos\frac{n\pi}{a}x \sin\frac{m\pi}{b}y \left[A_{nm}\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^1_{nm}}z}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^1_{nm}}h} + B_{nm}\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^1_{nm}}(h-z)}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^1_{nm}}h}\right],$$

$$B_{2x}(x,y,z) = -\mu_0 \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} \frac{n\pi}{a}\cos\frac{n\pi}{a}x \sin\frac{m\pi}{h}z \left[C_{nm}\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^2_{nm}}y}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^2_{nm}}b} + D_{nm}\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^2_{nm}}(b-y)}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^2_{nm}}b}\right], \quad (15)$$

$$B_{3x}(x,y,z) = -\mu_0 \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} \sqrt{\lambda^3_{nm}} \sin\frac{n\pi}{b}y \sin\frac{m\pi}{h}z \left[E_{nm}\frac{\operatorname{ch}\sqrt{\lambda^3_{nm}}x}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^3_{nm}}a} - F_{nm}\frac{\operatorname{ch}\sqrt{\lambda^3_{nm}}(a-x)}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^3_{nm}}a}\right],$$

$$B_{1y}(x,y,z) = -\mu_0 \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} \frac{m\pi}{b}\sin\frac{n\pi}{a}x \cos\frac{m\pi}{b}y \left[A_{nm}\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^1_{nm}}z}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^1_{nm}}h} + B_{nm}\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^1_{nm}}(h-z)}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^1_{nm}}h}\right],$$

$$B_{2y}(x,y,z) = -\mu_0 \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} \sqrt{\lambda^2_{nm}} \sin\frac{n\pi}{a}x \sin\frac{m\pi}{h}z \left[C_{nm}\frac{\operatorname{ch}\sqrt{\lambda^2_{nm}}y}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^2_{nm}}b} - D_{nm}\frac{\operatorname{ch}\sqrt{\lambda^2_{nm}}(b-y)}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^2_{nm}}b}\right], \quad (16)$$

$$B_{3y}(x,y,z) = -\mu_0 \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} \frac{n\pi}{b}\cos\frac{n\pi}{b}y \sin\frac{m\pi}{h}z \left[E_{nm}\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^3_{nm}}x}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^3_{nm}}a} + F_{nm}\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^3_{nm}}(a-x)}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^3_{nm}}a}\right],$$

$$B_{1z}(x,y,z) = -\mu_0 \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} \sqrt{\lambda^1_{nm}} \sin\frac{n\pi}{a}x \sin\frac{m\pi}{b}y \left[A_{nm}\frac{\operatorname{ch}\sqrt{\lambda^1_{nm}}z}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^1_{nm}}h} - B_{nm}\frac{\operatorname{ch}\sqrt{\lambda^1_{nm}}(h-z)}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^1_{nm}}h}\right],$$

$$B_{2z}(x,y,z) = -\mu_0 \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} \frac{m\pi}{h}\sin\frac{n\pi}{a}x \cos\frac{m\pi}{h}z \left[C_{nm}\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^2_{nm}}y}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^2_{nm}}b} + D_{nm}\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^2_{nm}}(b-y)}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^2_{nm}}b}\right], \quad (17)$$

$$B_{3z}(x,y,z) = -\mu_0 \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} \frac{m\pi}{h}\sin\frac{n\pi}{b}y \cos\frac{m\pi}{h}z \left[E_{nm}\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^3_{nm}}x}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^3_{nm}}a} + F_{nm}\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^3_{nm}}(a-x)}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda^3_{nm}}a}\right].$$

Взаимная связь постоянных разделения переменных Фурье. Наиболее важным для практики является вариант, когда присутствуют только граничные функции $\psi_1(x, z)$ и $\psi_2(x, z)$ соответственно на нижней и верхней сторонах параллелепипеда. Согласно формулам (15)–(17) будем иметь

$$B_{2x}(x,y,z)=-\mu_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{n\pi}{a}\cos\frac{n\pi}{a}x\sin\frac{m\pi}{h}z\left[C_{nm}\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^2}y}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^2}b}+D_{nm}\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^2}(b-y)}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^2}b}\right], \quad (18)$$

$$B_{2y}(x,y,z)=-\mu_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\sqrt{\lambda_{nm}^2}\sin\frac{n\pi}{a}x\sin\frac{m\pi}{h}z\left[C_{nm}\frac{\operatorname{ch}\sqrt{\lambda_{nm}^2}y}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^2}b}-D_{nm}\frac{\operatorname{ch}\sqrt{\lambda_{nm}^2}(b-y)}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^2}b}\right], \quad (19)$$

$$B_{2z}(x,y,z)=-\mu_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{m\pi}{h}\sin\frac{n\pi}{a}x\cos\frac{m\pi}{h}z\left[C_{nm}\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^2}y}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^2}b}+D_{nm}\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^2}(b-y)}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^2}b}\right]. \quad (20)$$

Полагая, что внутри рассматриваемого прямоугольника расположен магнит с намагниченностью $M(n, m)$, направленной по оси y, будем иметь магнитные потоки Φ_{1y} в нижней ($y = 0$) и Φ_{2y} верхней ($y = b$) сторонах параллелепипеда. Учитывая разную ориентацию этих сторон относительно направления оси y, из (19) будем иметь

$$\Phi_{1y}=\mu_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\sqrt{\lambda_{nm}^2}\left[C_{nm}\frac{1}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^2}b}-D_{nm}\frac{\operatorname{ch}\sqrt{\lambda_{nm}^2}b}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^2}b}\right]\int_0^a\int_0^h\sin\frac{n\pi}{a}x\sin\frac{m\pi}{h}z\,dxdz+M(n,m)ah=$$

$$=\mu_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\sqrt{\lambda_{nm}^2}\left[C_{nm}\frac{1}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^2}b}-D_{nm}\frac{\operatorname{ch}\sqrt{\lambda_{nm}^2}b}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^2}b}\right]\frac{4ah}{\pi^2nm}+M(n,m)ah,$$

$$\Phi_{2y}=-\mu_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\sqrt{\lambda_{nm}^2}\left[C_{nm}\frac{ch\sqrt{\lambda_{nm}^2}b}{sh\sqrt{\lambda_{nm}^2}b}-D_{nm}\frac{1}{sh\sqrt{\lambda_{nm}^2}b}\right]\int_0^a\int_0^h\sin\frac{n\pi}{a}x\sin\frac{m\pi}{h}z\,dxdz-M(n,m)ah=$$

$$=-\mu_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\sqrt{\lambda_{nm}^2}\left[C_{nm}\frac{ch\sqrt{\lambda_{nm}^2}b}{sh\sqrt{\lambda_{nm}^2}b}-D_{nm}\frac{1}{sh\sqrt{\lambda_{nm}^2}b}\right]\frac{4ah}{\pi^2nm}-M(n,m)ah.$$

Из условия $\Phi_{1y} + \Phi_{2y} = 0$ находим

$$C_{nm}-D_{nm}\operatorname{ch}\sqrt{\lambda_{nm}^2}b-C_{nm}\operatorname{ch}\sqrt{\lambda_{nm}^2}b+D_{nm}=0.$$

Откуда следует важное равенство

$$C_{nm}=-D_{nm}. \quad (21)$$

Применительно к формуле (33) будем иметь

$$\Phi_{1x}=\mu_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{n\pi}{a}\int_0^b\int_0^h\sin\frac{m\pi}{h}z\left[C_{nm}\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^2}y}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^2}b}+D_{nm}\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^2}(b-y)}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^2}b}\right]dydz=$$

$$=-\mu_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{nh}{ma}(\cos m\pi-1)\frac{\operatorname{ch}\sqrt{\lambda_{nm}^2}b-1}{\sqrt{\lambda_{nm}^2}sh\sqrt{\lambda_{nm}^2}b}(C_{nm}+D_{nm}),$$

$$\Phi_{2x}=-\mu_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{n\pi}{a}\cos n\pi\int_0^b\int_0^h\sin\frac{m\pi}{h}z\left[C_{nm}\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^2}y}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^2}b}+D_{nm}\frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^2}(b-y)}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^2}b}\right]dydz=$$

$$=\mu_0\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty}\frac{nh}{ma}\cos n\pi(\cos m\pi-1)\frac{\operatorname{ch}\sqrt{\lambda_{nm}^2}b-1}{\sqrt{\lambda_{nm}^2}sh\sqrt{\lambda_{nm}^2}b}(C_{nm}+D_{nm}).$$

Из условия $\Phi_{1x} + \Phi_{2x} = 0$ находим

$$\left(\cos m\pi - 1\right)\left(\cos n\pi - 1\right)\left(C_{nm} + D_{nm}\right) = 0. \qquad (22)$$

Из равенства (22) следует, что при нечётных значениях порядков гармоник n и m будет справедливо ранее полученное равенство (21). Такой же результат будет иметь место, когда одни из гармоник будут чётны, а другие нечётны.

Обращаясь к формуле магнитной индукции (20), найдём

$$\Phi_{1z} = \mu_0 \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} \frac{m\pi}{h} \int_0^a\int_0^b \sin\frac{n\pi}{a}x \left[C_{nm} \frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^2}\,y}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^2}\,b} + D_{nm} \frac{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^2}\,(b-y)}{\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^2}\,b} \right] dxdy =$$

$$= -\mu_0 \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} \frac{ma}{nh}\left(\cos n\pi - 1\right) \frac{\operatorname{ch}\sqrt{\lambda_{nm}^2}\,b - 1}{\sqrt{\lambda_{nm}^2}\operatorname{sh}\sqrt{\lambda_{nm}^2}\,b}\left(C_{nm} + D_{nm}\right),$$

$$\Phi_{2z} = -\mu_0 \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} \frac{m\pi}{h}\cos m\pi \int_0^a\int_0^b \sin\frac{n\pi}{a}x \left[C_{nm} \frac{sh\sqrt{\lambda_{nm}^2}\,y}{sh\sqrt{\lambda_{nm}^2}\,b} + D_{nm} \frac{sh\sqrt{\lambda_{nm}^2}\,(b-y)}{sh\sqrt{\lambda_{nm}^2}\,b} \right] =$$

$$= \mu_0 \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=1}^{\infty} \frac{ma}{nh}\cos m\pi\left(\cos n\pi - 1\right) \frac{ch\sqrt{\lambda_{nm}^2}\,b - 1}{\sqrt{\lambda_{nm}^2}\,sh\sqrt{\lambda_{nm}^2}\,b}\left(C_{nm} + D_{nm}\right).$$

Из условия $\Phi_{1z} + \Phi_{2z} = 0$ находим выражение, совпадающее с формулой (22).

Выводы. 1. Решение уравнения Лапласа для параллелепипеда является суммой решений трёх частных задач.

2. Граничные функции параллелепипеда являются нечётными периодическими по двум переменным функциями, периоды которых равны длинам соответствующих сторон параллелепипеда.

3. Постоянные Фурье частичных решений задачи являются коэффициентами разложения граничных периодических функций двух переменных в тригонометрический ряд Фурье.

4. В двумерных рядах решения уравнения Лапласа для нечётных и для совокупности одновременно чётных и нечётных гармоник постоянные Фурье отличаются только знаками.

Литература

1. *Афанасьев А.А.* Метод разделения переменных в аналитических расчётах электрических машин. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2022. 278 с.

2. *Афанасьев А.А.* Трёхмерная аналитическая модель сверхминиатюрного магнитоэлектрического вентильного двигателя // Электротехника. 2023. № 7. С. 15–21.

3. *Боголюбов А.Н., Кравцов В.В.* Задачи по математической физике. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1998. 350 с.

4. *Будак Б.М., Фомин С.В.* Кратные интегралы и ряды. М.: Наука, 1965. 608 с.

5. *Голоскоков Д.П.* Уравнения математической физики. Решение задач в системе Maple. СПб.: Питер, 2004. 539 с.

6. *Зайцев В.Ф., Полянин А.Д.* Справочник по линейным обыкновенным дифференциальным уравнениям. М.: Факториал, 1997. 304 с.

7. *Иванов-Смоленский А.В.* Электромагнитные силы и преобразование энергии в электрических машинах. М.: Высш. шк., 1989. 312 с.

8. *Куралбаев З.* Решение задачи Коши для дифференциального уравнения с отрицательным знаком при старшей производной // The Scientific Heritage. 2022. № 103. С. 63–66.

9. *Ковалев С.В.* Комплексные исследования научных и технических проблем с применением современной технологии математического моделирования и вычислительного эксперимента // Современная наука: актуальные проблемы теории и практики. Сер. Естественные и технические науки. 2019. № 12. С. 66–70.

10. *Пестриков В.М.* Математические методы в инженерии. СПб.: ВШТЭ СПбГУПТД, 2023. 158 с.

11. *Поливанов К.М.* Теоретические основы электротехники: в 3 т. Т. 3. Теория электромагнитного поля. М.: Энергия, 1969. 352 с.

12. *Полянин А.Д.* Справочник по линейным уравнениям математической физики. М.: Физматлит, 2001. 576 с.

13. *Фарлоу С.* Уравнения с частными производными для научных работников и инженеров: пер. с англ. М.: Мир, 1985. 384 с.

14. *Холодова С.Е., Перегудин С.И.* Дополнительные разделы высшей математики. СПб.: Университет ИТМО, 2020. 89 с.

15. *Abu Arqub O.* Numerical simulation of time-fractional partial differential equations arising in fluid flows via reproducing Kernel method. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 2020, vol. 30, no. 11, pp. 4711–4733.

16. *Wang F., Zhao Q., Chen Z., Fan C.M.* Localized Chebyshev collocation method for solving elliptic partial differential equations in arbitrary 2D domains. Applied Mathematics and Computation, 2021, vol. 397, 125903. DOI: 10.1016/j.amc.2020.125903.

АФАНАСЬЕВ АЛЕКСАНДР АЛЕКСАНДРОВИЧ – доктор технических наук, профессор кафедры автоматики и управления в технических системах, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (afan39@mail.ru).

ИВАНОВА НАДЕЖДА НИКОЛАЕВНА – кандидат технических наук, доцент кафедры математического и аппаратного обеспечения информационных систем, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (niva_mail@mail.ru; ORCID: https://orcid.org/0000-0001-7130-8588).

Aleksandr A. AFANASYEV, Nadezhda N. IVANOVA

SOLUTION TO A MIXED BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR THE LAPLACE EQUATION BY SEPARATION OF VARIABLES IN A RECTANGULAR PARALLELEPIPED

Key words: *mathematical modeling, partial differential equations of elliptic type, Laplace equation, rectangular parallelepiped, Fourier constants.*

The aim of the study *is to solve the boundary value problem for the Laplace equation in a rectangular parallelepiped by the method of separation of variables and to estimate the obtained Fourier variable separation constants.*

Materials and methods. *Methods of mathematical physics were used to solve the boundary value problem for the Laplace equation. The initial problem was divided into three standard ones, in which the inhomogeneous boundary conditions were given only on two parallel sides, for the rest of the problem they being assumed to be equal to 0.*

Results. *The boundary value problem for the Laplace equation in a rectangular parallelepiped has been broken down into three problems. Partial solutions to these problems under given boundary conditions have been obtained. The Fourier variable separation constants are estimated.*

Findings. *The solution to the Laplace's equation for a parallelepiped is the sum of the solutions to three partial problems. The boundary functions of a parallelepiped are odd periodic over two variable functions whose periods are equal to the lengths of the corresponding sides of the parallelepiped. The Fourier constants of partial solutions to the problem are the coefficients of the expansion of the boundary periodic functions of two variables into a trigonometric Fourier series. In two-dimensional series of the solution to the Laplace's equation for odd-numbered harmonics and for a set of simultaneously even and odd harmonics, the Fourier constants differ only in signs.*

References

1. Afanasyev A.A. *Metod razdeleniya peremennykh v analiticheskikh raschetakh elektricheskikh mashin* [Method of Variable Separation in Analytical Calculations of Electrical Machines]. Cheboksary, Chuvash University Publ., 2022, 278 p.

2. Afanasyev A.A. *Trekhmernaya analiticheskaya model' sverkhminiatyurnogo magnitoelektricheskogo ventil'nogo dvigatelya* [Three-Dimensional Analytical Model of a Superminiature Permanent Magnet Synchronous Motor]. Elektrotekhnika, 2023, no. 7, pp. 15–21.

3. Bogolyubov A.N., Kravtsov V.V. *Zadachi po matematicheskoi fizike* [Problems in Mathematical Physics]. Moscow, Moscow University Publ., 1998, 350 p.

4. Budak B.M., Fomin S.V. *Kratnye integraly i ryady* [Multiples of integrals and series]. Moscow, Nauka Publ., 1965, 608 p.

5. Goloskokov D.P. *Uravneniya matematicheskoi fiziki. Reshenie zadach v sisteme Maple* [Equations of Mathematical Physics. Problem solving in the Maple system]. St. Petersburg, Piter Publ., 2004, 539 p.

6. Zaitsev V.F., Polyanin A.D. *Spravochnik po lineinym obyknovennym differentsial'nym uravneniyam* [Reference to Linear Ordinary Differential Equations]. Moscow, Faktorial Publ., 1997, 304 p.

7. Ivanov-Smolenskii A.V. *Elektromagnitnye sily i preobrazovanie energii v elektricheskikh mashinakh* [Electromagnetic Forces and Energy Conversion in Electrical Machines]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1989, 312 p.

8. Kuralbaev Z. *Reshenie zadachi Koshi dlya differentsial'nogo uravneniya s otritsatel'nym znakom pri starshei proizvodnoi* [Solving the Cauchy Problem for a Differential Equation with a Negative Sign at a Senior Derivative]. *The Scientific Heritage*, 2022, no. 103, pp. 63–66.

9. Kovalev S.V. *Kompleksnye issledovaniya nauchnykh i tekhnicheskikh problem s primeneniem sovremennoi tekhnologii matematicheskogo modelirovaniya i vychislitel'nogo eksperimenta* [Comprehensive Research of Scientific and Technical Problems Uzsing Modern Technology of Mathematical Modeling and Computational Experiment]. *Sovremennaya nauka: aktual'nye problemy teorii i praktiki. Ser. Estestvennye i tekhnicheskie nauki*, 2019, no. 12, pp. 66–70.

10. Pestrikov V.M. *Matematicheskie metody v inzhenerii* [Mathematical Methods in Engineering]. St. Petersburg, 2023, 158 s.

11. Polivanov K.M. *Teoreticheskie osnovy elektrotekhniki: v 3 t. T. 3. Teoriya elektromagnitnogo polya* [Theoretical Foundations of Electrical Engineering: in 3 vols. Vol. 3: Electromagnetic Field Theory]. Moscow, Energiya Publ., 1969, 352 p.

12. Polyanin A.D. *Spravochnik po lineinym uravneniyam matematicheskoi fiziki* [Handbook of Linear Equations of Mathematical Physics]. Moscow, Fizmatlit Publ., 2001, 576 p.

13. Farlow St.J. Partial differential egnations for scientists and engineers. Wileu, 1982 (Russ. ed.: *Uravneniya s chastnymi proizvodnymi dlya nauchnykh rabotnikov i inzhenerov*. Moscow, Mir Publ., 1985, 384 p.).

14. Kholodova S.E., Peregudin S.I. *Dopolnitel'nye razdely vysshei matematiki* [Additional Sections of Higher Mathematics]. St. Petersburg, 2020, 89 p.

15. Abu Arqub O. Numerical simulation of time-fractional partial differential equations arising in fluid flows via reproducing Kernel method. *International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow*, 2020, vol. 30, no. 11, pp. 4711–4733.

16. Wang F., Zhao Q., Chen Z., Fan C.M. Localized Chebyshev collocation method for solving elliptic partial differential equations in arbitrary 2D domains. *Applied Mathematics and Computation*, 2021, vol. 397, 125903. DOI: 10.1016/j.amc.2020.125903.

ALEKSANDR A. AFANASYEV – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Automation and Control in Technical Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (afan39@mail.ru).

NADEZHDA N. IVANOVA – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Mathematical and Hardware Support of Information Systems, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (niva_mail@mail.ru; ORCID: https://orcid.org/0000-0001-7130-8588).

Формат цитирования: *Афанасьев А.А., Иванова Н.Н.* Решение смешанной краевой задачи для уравнения Лапласа методом разделения переменных в прямоугольном параллелепипеде // Вестник Чувашского университета. – 2023. – № 4. – С. 35–43. DOI: 10.47026/1810-1909-2023-4-35-43.

DOI: 10.47026/1810-1909-2023-4-44-56

УДК 620.179.162
ББК 30.820.51

М.Г. БАШИРОВ, Д.Ш. АКЧУРИН,
К.Н. КУВАЙЦЕВ, Д.Е. МАКСИМОЧКИН

НЕЙРОСЕТЕВАЯ ОБРАБОТКА ЭЛЕКТРОМАГНИТНО-АКУСТИЧЕСКОГО СИГНАЛА ДЛЯ ИДЕНТИФИКАЦИИ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ И ПОВРЕЖДЕННОСТИ ЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ОБОРУДОВАНИЯ*

Ключевые слова: *напряженно-деформированное состояние, электромагнитно-акустическое преобразование, амплитудные и фазовые спектры гармоник, частотные характеристики, искусственные нейронные сети, машинное обучение.*

Цель исследования *– разработка и обучение искусственной нейронной сети для идентификации напряженно-деформированного состояния и поврежденности металла энергетического оборудования по значениям параметров гармонических составляющих сигнала электромагнитно-акустического преобразователя.*

Материалы и методы. *Экспериментальное исследование взаимосвязи параметров гармонических составляющих сигнала электромагнитно-акустического преобразователя с напряженно-деформированным состоянием и поврежденностью структуры стандартных образцов металлов, разработка искусственной нейронной сети и методики её обучения идентификации напряженно-деформированного состояния и поврежденности структуры металла согласно диаграмме нагружения.*

Результаты. *Анализ изменения микроструктуры и частотных моделей стандартных образцов сталей, используемых в энергетическом машиностроении, подтвердил возможность идентификации напряженно-деформированного состояния и поврежденности структуры металлов по значениям параметров гармонических составляющих сигнала электромагнитно-акустического преобразователя. Для решения этой задачи разработана и обучена искусственная нейронная сеть. После обучения эффективность сети по идентификации напряженно-деформированного состояния и поврежденности структуры металлов достигла значения 92,16%, что для задач распознавания технического состояния металлических конструктивных элементов оборудования электроустановок является приемлемым.*

Выводы. *Использование искусственной нейронной сети для идентификации напряженно-деформированного состояния и поврежденности металлических конструкций по значениям параметров гармоник сигнала электромагнитно-акустического преобразователя позволяет выявить зоны концентрации механических напряжений и повреждения структуры металла на ранней стадии развития, тем самым повысить надежность и безопасность эксплуатации оборудования электроустановок.*

Электроэнергетическое и электротехническое оборудование электростанций, электрических сетей, подстанций, электроустановок потребителей очень разнообразно по номенклатуре, но все они имеют в своем составе различные динамические или статические металлические конструктивные составляющие, в значительной мере определяющие надежность и безопасность всей системы

* Исследование выполнено при поддержке гранта РНФ, проект № 22-29-00327 «Исследование взаимосвязанных изменений механических, электрофизических и акустических свойств металлов для реализации интеллектуальной электромагнитно-акустической системы идентификации напряженно-деформированного состояния и поврежденности нефтегазового оборудования».

производства и потребления электроэнергии. Механические повреждения являются одними из самых распространенных повреждений металлических конструктивных элементов оборудования электроустановок, к ним можно отнести износ и срыв резьбы деталей узлов крепления, трещины и разрушения несущих опорных конструкций, корпусов, лап крепления, роторов, статоров, подшипниковых узлов. Как показали результаты расследования комиссией Ростехнадзора причин аварии на Саяно-Шушенской ГЭС, крупнейшей в истории России аварии на гидроэнергетическом объекте, основной причиной аварии явилось разрушение шпилек крепления крышки турбины гидроагрегата, имевших усталостные повреждения, под действием динамических нагрузок [1]. Согласно статистическим данным и результатам анализа причин аварий на энергоустановках, подконтрольных органам Ростехнадзора, в 2021 г. произошел рост общего количества аварий на 47% по сравнению с таковым за аналогичный период 2020 г. Отмечается, что основными техническими причинами аварий на субъектах электроэнергетики явились износ оборудования в процессе эксплуатации и производственные дефекты, приводящие к механическим повреждениям и разрушениям оборудования [3]. Результаты анализа причин аварий на объектах электроэнергетики показывают, что разрушения оборудования могут произойти даже при допустимых расчетных значениях механических нагрузок. Это объясняется тем, что различные повреждения металла оборудования ослабляют конструкцию, формируют локальные зоны концентрации механических напряжений, существенно превышающих расчетные значения. Как установлено многочисленными исследованиями, процесс деградации конструкционных свойств металла зарождается в зонах локальных концентраций механических напряжений, в них возникают неоднородности структуры металла микро- и субмикронных размеров, которые развиваются в макродефекты, приводящие к разрушению оборудования.

В настоящее время электроэнергетический комплекс страны претерпевает глубокую модернизацию в соответствии с энергетической стратегией России на основе использования инновационной организационно-технологической платформы интеллектуальной энергосистемы с активно-адаптивной сетью (ИЭС ААС), являющейся единым энергоинформационным комплексом с интеллектуальным управлением и непрерывным контролем технического состояния и режима работы всех его элементов. Помимо снижения стоимости производства и передачи электрической энергии, снижения технических и коммерческих потерь при транспортировке, внедрение новой концепции позволяет существенно повысить надежность электрооборудования за счет дистанционного интеллектуального диагностического мониторинга технического состояния. Для дистанционного интеллектуального диагностического мониторинга напряженно-деформированного состояния и поврежденности металла энергетического оборудования необходимы соответствующие методы и средства неразрушающего контроля.

Выпускаемый в России спектр средств неразрушающего контроля и диагностики позволяет выявлять уже развитые, недопустимые, согласно нормативным документам, дефекты металла в процессе изготовления, монтажа

и эксплуатации энергетического оборудования. Но для предотвращения возникновения аварий, связанных с разрушением оборудования, необходимо выявлять зоны повышенной концентрации механических напряжений и контролировать состояние структуры металла для выявления дефектов на ранних стадиях развития. Поэтому проблема разработки новых методов и средств контроля напряженно-деформированного состояния оборудования и выявления дефектов на уровне структуры металла является весьма актуальной.

В последние годы для контроля энергетического оборудования начали применять методы и средства, основанные на использовании электромагнитно-акустического преобразования (ЭМАП), позволяющие бесконтактно выявлять дефекты металлов и контролировать их напряженно-деформированное состояние. Но из-за низкой эффективности двойного взаимного преобразования электромагнитных и акустических волн они существенно уступают традиционным акустическим средствам с контактными пьезоэлектрическими преобразователями в чувствительности и точности, не позволяют выявлять микротрещины и анализировать пространственно-временное распределение механических напряжений [5, 6, 9]. Отечественные и зарубежные ученые опубликовали много работ по результатам теоретических и экспериментальных исследований, направленных на повышение чувствительности и информативности электромагнитно-акустических методов и средств контроля [2, 13, 15, 16]. Но они в основном направлены на совершенствование конструкции ЭМАП и разработку различных способов выделения и обработки информации, содержащейся в параметрах акустических волн, информативный потенциал электромагнитной составляющей ЭМАП при этом не был достаточно исследован.

В работе [14] предложен новый подход к совершенствованию электромагнитно-акустического метода контроля, основанный на использовании «параметров временных и пространственных гармоник вторичного электромагнитного поля, которые, в свою очередь, преобразуются в параметры гармонических оставляющих выходного сигнала ЭМАП. Обратная задача – идентификация напряженно-деформированного состояния и уровня поврежденности структуры металла оборудования по значениям параметров гармонических составляющих сигнала ЭМАП может быть решена применением метода спектрального анализа». Но из-за большого объема исходной информации, которую необходимо при этом обработать, без использования современных интеллектуальных нейросетевых технологий это сделать практически невозможно, учитывая опыт подобных исследований, схожих по количеству обрабатываемых данных [7, 8, 12, 17–20].

Цель настоящего исследования – разработка и обучение искусственной нейронной сети (ИНС) для идентификации напряженно-деформированного состояния и поврежденности металла энергетического оборудования по значениям параметров гармонических составляющих сигнала ЭМАП.

Материалы и методы исследования. Для экспериментального исследования взаимосвязи параметров сигнала ЭМАП с напряженно-деформированным состоянием и поврежденностью структуры металлов и формирования

нового подхода к выделению и обработке параметров электромагнитно-акустического преобразования были использованы методика и информационно-измерительный комплекс, описанные в работе [9]. В качестве образцов металлов для проведения исследований были выбраны широко используемые в энергетическом машиностроении стали марок Ст3сп и 09Г2С, из которых были изготовлены пропорциональные плоские стандартные образцы по ГОСТ 1497-84. Металлы. Методы испытаний на растяжение[1].

Исследования по схеме одноосного статического растяжения образцов проводились с использованием испытательных машин УММ-5 и Walter + Bai LF ТТМ-600. В качестве генератора импульсов тока, электромагнитно-акустического преобразователя, усилителя сигнала электромагнитно-акустического преобразователя и согласованного фильтра в составе информационно-измерительного комплекса были использованы соответствующие модули серийно выпускаемого компанией «Октанта» электромагнитно-акустического толщиномера ЕМ4000 с программным обеспечением ScanView. Прибор позволяет подключать любые устройства на базе ОС Android, анализировать электромагнитно-акустические сигналы в формате А-скан, В-скан, выбирать параметры обработки сигнала. С помощью ЭМАП генерировались акустические импульсы в объеме исследуемых образцов стали и исследовалось изменение пространственных и временных гармонических составляющих вторичного электромагнитного поля над их поверхностью в процессе изменения напряженно-деформированного состояния. Для спектрального анализа сигнала ЭМАП использовано программное обеспечение WinПОС «Expert». Металлографический анализ и регистрация изменений в структуре сталей в процессе испытаний образцов осуществлялись с использованием металлургического микроскопа Микромед МЕТ С.

В процессе испытаний образцов стали снимались диаграммы растяжения и на них отмечались контрольные точки О, А, В, Д, Р, в которых существенно изменялись механические, электрофизические и акустические свойства металла: исходное состояние металла σ_0; предел пропорциональности $\sigma_{пц}$; предел упругости $\sigma_{уп}$; предел текучести $\sigma_т$; предел временного сопротивления (прочности) $\sigma_в$; напряжение непосредственно перед разрушением образца $\sigma_р$. В контрольных точках проводился металлографический анализ изменений в структуре металла и спектральный анализ сигнала ЭМАП. С учетом обратимой деформации образцов они нагружались до значений напряжений и деформаций, соответствующих точкам С, Е, К на диаграмме растяжения, превышающих их значения в контрольных точках (рис. 1).

Применением частного случая метода динамической идентификации при импульсном входном воздействии на объект исследования – метода моментов [4, 10] – на основе анализа параметров сигнала ЭМАП формируется интегральный параметр $W(p)$ в операторной форме, характеризующий совокупность механических, акустических и электрофизических свойств образца металла, соответствующих напряжённо-деформированному состоянию и поврежденности структуры согласно диаграмме растяжения [6].

[1] ГОСТ 1497-84. Металлы. Методы испытаний на растяжение. М.: Стандартинформ, 2008. 26 с.

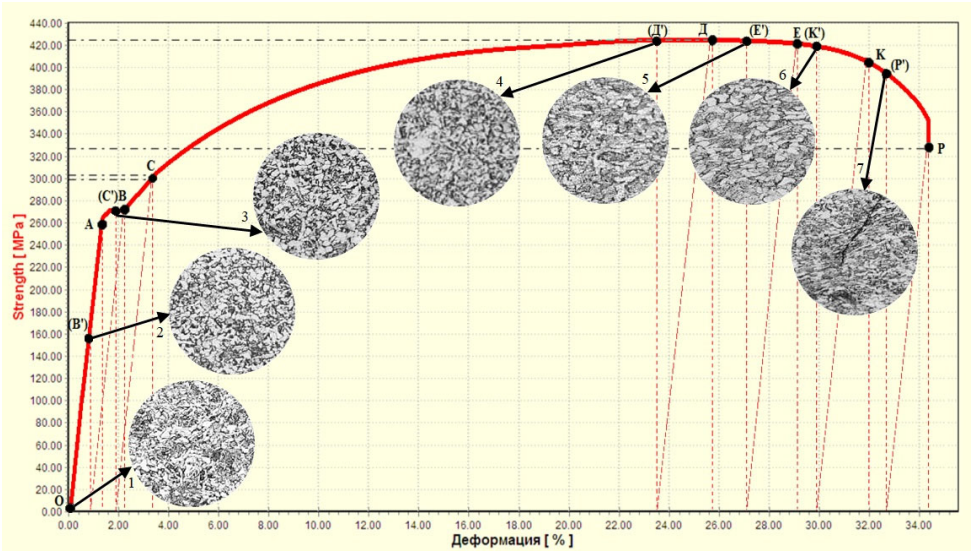


Рис. 1. Диаграмма растяжения образца из стали Ст3сп

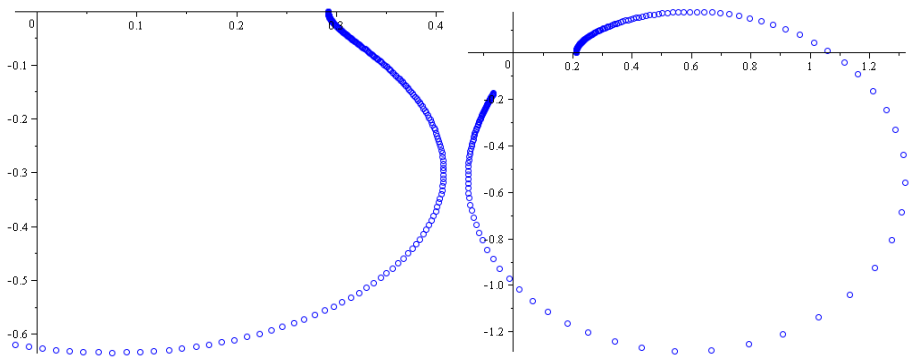
Путем замены оператора p на $j\omega$ получаем частотные модели напряженно-деформированного состояния образцов [6, 7]:

$$W(j\omega) = \frac{Y(j\omega)}{X(j\omega)} = K\frac{b_0 + b_1\cdot(j\omega) + ... + b_m\cdot(j\omega)^m}{a_0 + a_1\cdot(j\omega) + ... + a_n\cdot(j\omega)^n} = K\frac{B(j\omega)}{A(j\omega)}, \quad (1)$$

где $Y(j\omega)$ и $X(j\omega)$ – сигналы отклика и воздействия ЭМА преобразователя в частотной форме; $B(j\omega)$ и $A(j\omega)$ – многочлены числителя и знаменателя; K – коэффициент передачи; a_i, b_i – коэффициенты многочленов числителя и знаменателя.

Каждой точке диаграммы растяжения металла соответствует своя частотная модель (1), формируемая совокупностью гармонических составляющих сигнала ЭМА преобразователя, поэтому по значениям параметров гармонических составляющих сигнала можно решить обратную задачу – идентифицировать текущее напряженно-деформированное состояние образца металла. Графическим изображением частотной модели является амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ) объекта контроля на комплексной плоскости. На рис. 2 в качестве примера представлены АФЧХ образца из стали Ст3сп в исходном состоянии и при остаточном напряжении растяжения 320 МПа.

АФЧХ наглядно демонстрируют, что с изменением напряженно-деформированного состояния и поврежденности структуры образцов металла происходит изменение параметров частотных характеристик и, соответственно, параметров спектра гармонических составляющих сигнала ЭМАП. Для решения обратной задачи – идентификации напряженно-деформированного состояния и поврежденности структуры металла в соответствии с диаграммой нагружения используется искусственная нейронная сеть, обученная по результатам экспериментальных исследований.



а *б*

Рис. 2. Амплитудно-фазовые частотные характеристики (АФЧХ) образца стали Ст3сп при растяжении: *а* – без нагрузки; *б* – при нагрузке 320 Мпа

Результаты. Для идентификации напряженно-деформированного состояния и поврежденности металла по значениям параметров гармонических составляющих сигнала ЭМА преобразователя разработана и обучена ИНС. Реализация проекта осуществлялась с использованием языка программирования C#, среды разработки Microsoft Visual Studio, библиотеки ML.NET, основанной на фреймворке .NET. В основе ML.NET лежит модель машинного обучения. Эта модель определяет шаги, которые необходимо выполнить для получения прогнозов на основе входных данных [11]. Была выбрана интеллектуальная модель классификатора данных, которая прогнозирует их распределение по нескольким классам (категориям). При обучении используется набор данных с метками, обученный классификатор уже может распределять по классам новые данные без меток.

В качестве инструмента обработки данных в ИНС-классификаторе выступает полиномиальная логистическая регрессия, которая является разновидностью множественной регрессии, общее назначение которой состоит в анализе связи между несколькими независимыми переменными (называемыми также регрессорами или предикторами) и зависимой переменной. В процессе обучения с учителем на вход и выход ИНС подаются соответствующие параметры, по значениям которых она подстраивает веса своих синаптических связей в соответствии с алгоритмом, стремящимся минимизировать ошибку. Для каждого входного вектора существует целевой вектор на выходе. Вместе они образуют представительскую или обучающую выборку. Вычисления ошибок и подстройка весов осуществляются до тех пор, пока ошибка по всему обучающему массиву не достигнет приемлемо низкого уровня.

Структура ИНС на основе модели логистической регрессии изображена на рис. 3, она содержит 3 слоя:

– входной слой (первый слой в нейронной сети, который принимает входящие сигналы и передает их на последующие уровни);
– скрытый (вычислительный) слой;
– выходной слой (последний слой в сети, целевая функция).

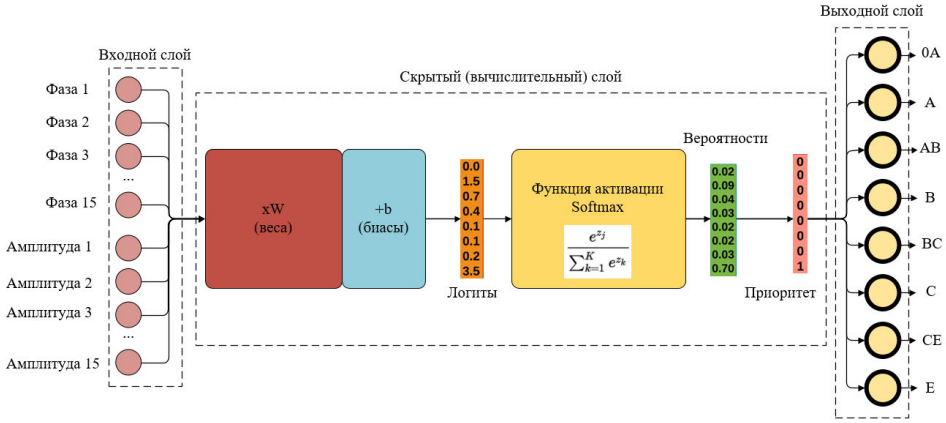


Рис. 3. Структура искусственной нейронной сети

Входными данными для ИНС служат амплитуды и фазы первых 15 гармоник сигнала ЭМАП. Выборка данных формируется в формате MS Excel для дальнейшей загрузки в ИНС для ее обучения (рис. 4). Одна строка соответствует одному измерению, состоит из 30 значений и метки класса (заранее задаем известную точку на диаграмме напряженно деформированного состояния, так как применяем «обучение с учителем»).

a1	a2	a3	a4	a5	a6	a7	a8	a9	a10	a11	a12	a13	a14	a15	f1	f2	f3	f4	f5	f6	f7	f8	f9	f10	f11	f12	f13	f14	f15	res
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	1,21	0,85	0,49	0,13	-0,23	-0,59	-0,95	-1,32	1,46	1,09	0,72	0,34	-0,03	-0,40	-0,78	0A
0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	1,22	0,86	0,50	0,14	-0,22	-0,58	-0,94	-1,31	1,47	1,10	0,73	0,35	-0,02	-0,39	-0,77	0A
-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	-0,01	1,20	0,84	0,48	0,12	-0,24	-0,60	-0,96	-1,33	1,45	1,08	0,71	0,33	-0,04	-0,41	-0,79	0A
-0,39	-0,39	-0,39	-0,39	-0,39	-0,39	-0,39	-0,39	-0,40	-0,41	-0,42	-0,44	-0,46	-0,48	-0,51	1,25	0,92	0,60	0,27	-0,06	-0,38	-0,71	-1,04	-1,37	1,43	1,10	0,76	0,42	0,07	-0,27	0A
-0,38	-0,38	-0,38	-0,38	-0,38	-0,38	-0,38	-0,38	-0,39	-0,40	-0,41	-0,43	-0,45	-0,47	-0,50	1,26	0,93	0,61	0,28	-0,05	-0,37	-0,70	-1,03	-1,36	1,44	1,11	0,77	0,43	0,08	-0,26	0A
-0,40	-0,40	-0,40	-0,40	-0,40	-0,40	-0,40	-0,40	-0,41	-0,42	-0,43	-0,45	-0,47	-0,49	-0,52	1,24	0,91	0,59	0,26	-0,07	-0,39	-0,72	-1,05	-1,38	1,42	1,09	0,75	0,41	0,06	-0,28	0A
-0,17	-0,16	-0,14	-0,11	-0,08	-0,05	-0,01	0,03	0,06	0,10	0,12	0,13	0,13	0,10	0,05	1,24	0,92	0,59	0,26	-0,07	-0,39	-0,72	-1,05	-1,38	1,43	1,09	0,76	0,43	0,09	-0,24	0A
-0,16	-0,15	-0,13	-0,10	-0,07	-0,04	0,00	0,04	0,07	0,11	0,13	0,14	0,14	0,11	0,06	1,25	0,93	0,60	0,27	-0,06	-0,38	-0,71	-1,04	-1,37	1,44	1,10	0,77	0,44	0,10	-0,23	0A
-0,18	-0,17	-0,15	-0,12	-0,09	-0,06	-0,02	0,02	0,05	0,09	0,11	0,12	0,12	0,09	0,04	1,23	0,91	0,58	0,25	-0,08	-0,40	-0,73	-1,06	-1,39	1,42	1,08	0,75	0,42	0,08	-0,25	0A
-0,12	-0,12	-0,11	-0,11	-0,11	-0,10	-0,10	-0,10	-0,09	-0,09	-0,09	-0,09	-0,10	-0,11	-0,12	1,21	0,86	0,50	0,14	-0,22	-0,58	-0,94	-1,31	1,47	1,10	0,73	0,35	-0,03	-0,40	-0,78	0A
-0,11	-0,11	-0,10	-0,10	-0,10	-0,09	-0,09	-0,09	-0,08	-0,08	-0,08	-0,08	-0,09	-0,10	-0,11	1,22	0,87	0,51	0,15	-0,21	-0,57	-0,93	-1,30	1,48	1,11	0,74	0,36	-0,02	-0,39	-0,77	0A
-0,13	-0,13	-0,12	-0,12	-0,12	-0,11	-0,11	-0,11	-0,10	-0,10	-0,10	-0,10	-0,11	-0,12	-0,13	1,20	0,85	0,49	0,13	-0,23	-0,59	-0,95	-1,32	1,46	1,09	0,72	0,34	-0,04	-0,41	-0,79	0A
-0,18	-0,18	-0,16	-0,15	-0,13	-0,10	-0,07	-0,05	-0,02	0,01	0,03	0,05	0,06	0,06	0,04	1,24	0,91	0,59	0,26	-0,07	-0,40	-0,73	-1,06	-1,40	1,41	1,08	0,74	0,41	0,07	-0,26	0A
-0,17	-0,17	-0,15	-0,14	-0,12	-0,09	-0,06	-0,04	-0,01	0,02	0,04	0,06	0,07	0,07	0,05	1,25	0,92	0,60	0,27	-0,06	-0,39	-0,72	-1,05	-1,39	1,42	1,09	0,75	0,42	0,08	-0,25	0A
-0,19	-0,19	-0,17	-0,16	-0,14	-0,11	-0,08	-0,06	-0,03	0,00	0,02	0,04	0,05	0,05	0,03	1,23	0,90	0,58	0,25	-0,08	-0,41	-0,74	-1,07	-1,41	1,40	1,07	0,73	0,40	0,06	-0,27	0A
-0,22	-0,22	-0,22	-0,21	-0,21	-0,20	-0,19	-0,19	-0,18	-0,18	-0,19	-0,20	-0,21	-0,23	-0,26	1,25	0,92	0,59	0,27	-0,06	-0,39	-0,72	-1,05	-1,38	1,42	1,09	0,75	0,41	0,06	-0,28	0A
-0,21	-0,21	-0,21	-0,20	-0,20	-0,19	-0,18	-0,18	-0,17	-0,17	-0,18	-0,19	-0,20	-0,22	-0,25	1,26	0,93	0,60	0,28	-0,05	-0,38	-0,71	-1,04	-1,37	1,43	1,10	0,76	0,42	0,07	-0,27	0A
-0,23	-0,23	-0,23	-0,22	-0,22	-0,21	-0,20	-0,20	-0,19	-0,19	-0,20	-0,21	-0,22	-0,24	-0,27	1,24	0,91	0,58	0,26	-0,07	-0,40	-0,73	-1,06	-1,39	1,41	1,08	0,74	0,40	0,05	-0,29	0A
0,81	0,82	0,82	0,83	0,84	0,85	0,86	0,87	0,87	0,87	0,87	0,85	0,83	0,79	0,73	1,24	0,91	0,58	0,25	-0,08	-0,41	-0,74	-1,07	-1,40	1,41	1,07	0,74	0,40	0,07	-0,27	0A
0,82	0,83	0,83	0,84	0,85	0,86	0,87	0,88	0,88	0,88	0,88	0,86	0,84	0,80	0,74	1,25	0,92	0,59	0,26	-0,07	-0,40	-0,73	-1,06	-1,39	1,42	1,08	0,75	0,41	0,08	-0,26	0A
0,80	0,81	0,81	0,82	0,83	0,84	0,85	0,86	0,86	0,86	0,86	0,84	0,82	0,78	0,72	1,23	0,90	0,57	0,24	-0,09	-0,42	-0,75	-1,08	-1,41	1,40	1,06	0,73	0,39	0,06	-0,28	0A
1,28	1,27	1,27	1,27	1,27	1,26	1,25	1,24	1,22	1,20	1,16	1,11	1,05	0,97	0,88	1,24	0,91	0,58	0,25	-0,08	-0,41	-0,74	-1,08	-1,41	1,40	1,07	0,73	0,40	0,06	-0,27	0A
1,29	1,28	1,28	1,28	1,28	1,27	1,26	1,25	1,23	1,21	1,17	1,12	1,06	0,98	0,89	1,25	0,92	0,59	0,26	-0,07	-0,40	-0,73	-1,07	-1,40	1,41	1,08	0,74	0,41	0,07	-0,26	0A

Рис. 4. Выборка входных данных

Далее входные данные поступают на скрытый слой и формируют весовую матрицу и векторы смещения (биасы). Логиты – это векторы необработанных (ненормализованных) прогнозов, генерируемые моделью классификации. Данная модель, в свою очередь, передается в функцию нормализации. Модель решает задачу многоклассовой классификации, поэтому логиты становятся входными данными для функции активации – softmax. Затем функция softmax генерирует вектор (нормализованных) вероятностей с одним значением для каждого возможного класса.

Функция активации softmax математически записывается как

$$S(y)_i = \frac{\exp(y_i)}{\sum_{j=1}^{n} \exp(y_i)}, \quad (2)$$

где $\boldsymbol{y}$ – является входным вектором для функции softmax S (он состоит из n элементов для n классов); $\exp(y_i)$ – стандартная экспоненциальная функция.

Состояния функции активации softmax (2) соответствуют 8 заданным состояниям выходных нейронов, определяющих наибольшую вероятность принадлежности к одному из 8 диапазонов между контрольными точками на диаграмме растяжения.

Обучение ИНС осуществляется средствами библиотеки ML.NET следующим образом:

1) осуществляется выбор сценария обучения в зависимости от поставленной задачи;

2) осуществляется выбор среды обучения (персональный компьютер или выделенный удаленный сервер);

3) загружается выборка данных в формате .csv, .txt либо база данных SQL Server;

4) устанавливается длительность обучения (с).

В процессе обучения ИНС построитель моделей ML.NET исследует отдельные модели алгоритмов классификации, используя разные параметры, и выбирает среди них оптимальную модель для предоставленного набора данных. Следует отметить главное достоинство данного построителя моделей: он достаточно прост в использовании, так как процесс построения и исследования моделей полностью автоматизирован. Но в то же время это и главный недостаток данного инструмента: по своей сути построитель моделей представляет собой «черный ящик» ввиду отсутствия возможности оперирования пользователем тонкими ручными настройками и регулировками.

После загрузки заранее сформированной обучающей выборки, состоящей из 586 строк MS Excel (около 50–80 строк на каждый класс), автоматический построитель моделей ML.NET исследовал 183 модели, среди которых выделил наилучшую, точность которой достигает 92,16% (рис. 5).

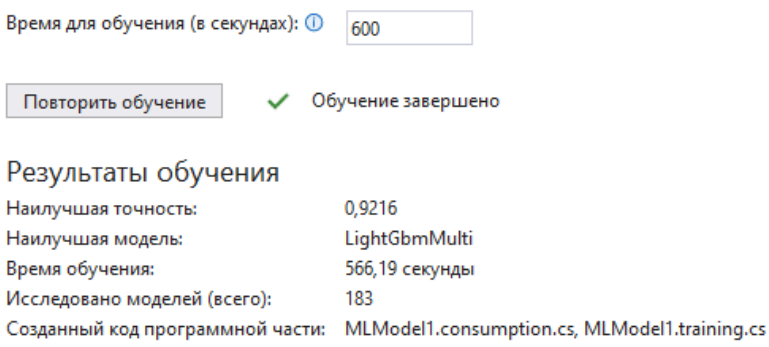


Рис. 5. Представление результата обучения ИНС

Результатом обучения ИНС является интеллектуальная модель, которая хранится внутри сформированного исполнительного файла программы. При загрузке новых экспериментальных данных гармонических составляющих в программу входные данные обращаются к уже готовой интеллектуальной модели, которая, в свою очередь, формирует предположение, в каком промежутке между контрольными точками диаграммы напряженно-деформированного состояния находится исследуемый образец металла.

Выводы. В зонах повышенной концентрации механических напряжений металлических конструктивных элементов энергетического оборудования зарождаются неоднородности структуры металла микро- и субмикронных размеров, которые под действием постоянных и переменных нагрузок развиваются в макродефекты, приводящие к разрушению. Ранняя идентификация напряженно-деформированного состояния и поврежденности структуры металла позволяет предотвратить аварии, связанные с отказом и разрушением оборудования. Одним из перспективных направлений решения этой задачи является использование электромагнитно-акустического преобразования, информативный потенциал которого на сегодняшний день исследован недостаточно полно.

По результатам исследований предложено применение в качестве интегрального параметра для идентификации напряженно-деформированного состояния и поврежденности металла оборудования частотной модели, получаемой на основе спектрального анализа сигнала ЭМАП.

Использование искусственной нейронной сети для анализа параметров частотной модели позволяет упростить процесс идентификации напряженно-деформированного состояния и поврежденности металла конструкций, повысить её достоверность и, соответственно, надежность и безопасность эксплуатации электрооборудования. Для повышения достоверности идентификации напряженно-деформированного состояния и поврежденности металла электрооборудования будут продолжены экспериментальные исследования, направленные на расширение обучающей базы данных частотных моделей.

Литература

1. Акт технического расследования причин аварии на Саяно-Шушенской ГЭС 17 августа 2009 года [Электронный ресурс]. URL: http://www.gosnadzor.ru/news/aktSSG_bak.doc (дата обращения: 07.08.2023).

2. *Алешин Н.П.* Исследование выявляемости поверхностных объемных дефектов при ультразвуковом контроле с применением волн Рэлея, генерируемых электромагнитно-акустическим преобразователем // Дефектоскопия. 2021. № 5. С. 22–30.

3. Анализ причин аварий на энергоустановках, подконтрольных органам Ростехнадзора за 2021 год [Электронный ресурс] // Ростехнадзор. Северо-Западное Управление: сайт. URL: http://szap.gosnadzor.ru/activity/energonadzor/nesc_sluch/Анализ%20причин%20аварий%20за%202021.pdf / (дата обращения 07.08.2023).

4. *Аязян Г.К., Хоробров В.Р., Галиев Р.М.* Метод идентификации динамических характеристик объектов с запаздыванием // Автоматизация и метрологическое обеспечение в нефтяной промышленности: межвуз. науч. сб. Уфа: Изд-во УНИ, 1980. С. 29–33.

5. *Баширов М.Г., Баширова Э.М., Юсупова И.Г., Акчурин Д.Ш.* Исследование способов повышения эффективности электромагнитно-акустического преобразования средств диагностики энергетического оборудования // Промышленная энергетика. 2022. № 10. С. 2–9.

6. *Баширов М.Г., Хуснутдинова И.Г., Хуснутдинова Л.Г., Усманов Д.Р.* Электромагнитно-акустический метод оценки технического состояния энергетического оборудования // Промышленная энергетика. 2016. № 12. С. 8–13.

7. *Иванов С.О., Никандров М.В., Славутский Л.А.* Нейросетевое моделирование релейной защиты с временной задержкой // Вестник Чувашского университета. 2022. № 3. С. 53–60. DOI: 10.47026/1810-1909-2022-3-53-60.

8. *Кощеев М.И., Ларюхин А.А., Славутский А.Л.* Использование адаптивных нейроалгоритмов для распознавания аномальных режимов систем вторичного оборудования электроэнергетики // Вестник Чувашского университета. 2019. № 1. С. 47–58.

9. Моделирование и экспериментальное исследование влияния механических напряжений и поврежденности металла нефтегазового оборудования на параметры электромагнитно-акустического преобразования / *М.Г Баширов., Э.М. Баширова, И.Г. Юсупова и др.* // Нефтегазовое дело. 2023. Т. 21, № 1. С. 183–194.

10. *Огородников Ю.И.* Задача параметрической идентификации моделей управляемых динамических систем как проблема моментов // Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2017. Т. 56, № 4. С. 33–40.

11. *Скоросуева О.И.* Функциональные возможности ML.NET // Современные научные исследования и инновации. 2023. № 5 [Электронный ресурс]. URL: https://web.snauka.ru/issues/-2023/05/100324 (дата обращения: 19.10.2023).

12. *Славутский Л.А., Славутская Е.В.* Нейросетевая обработка сигналов: задачи без «глубокого обучения» // Вестник Чувашского университета. 2023. № 2. С. 151–160. DOI: 10.47026/1810-1909-2023-2-151-160.

13. *Углов А.Л., Хлыбов А.А., Бычков А.Л., Кувшинов М.О.* О неразрушающем контроле остаточных напряжений в деталях осесимметричной формы из стали 03Н17К10В10МТ // Вестник ИжГТУ имени М.Т. Калашникова. 2019. Т. 22, № 4. С. 3–10.

14. *Хуснутдинова И.Г., Баширов М.Г.* Оценка технического состояния и ресурса безопасной эксплуатации технологических трубопроводов на основе электромагнитно-акустического эффекта // Нефтегазовое дело. 2019. № 1. С. 144–162.

15. *Ducousso M., Reverdy F.* Real-time imaging of microcracks on metallic surface using total fo-cusing method and plane wave imaging with Rayleigh waves. *NDT E Int*., 2020, vol. 116, p. 102311.

16. *Jiang C., Li Z., Zhang Z., Wang S.* New Design to Rayleigh Wave EMAT Based on Spatial Pulse Compression. *Sensors (Basel)*, 2023, vol. 23(8), 3943.

17. *Leroux S., Bohez S., Verbelen T.* et al. Resource-constrained classification using a cascade of neural network layers. In: International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN), 2015, pp. 1–7, DOI: 10.1109/IJCNN.2015.7280601.

18. *Leroux S., Verbelen T., Simoens P.* et al. Iterative neural networks for adaptive inference on resource-constrained devices. *Neural Comput & Applic*, 2022, vol. 34, pp. 10321–10336. DOI: 10.1007/s00521-022-06910-5.

19. *Oh J.W., Jeong J.* Convolutional neural network and 2-D image based fault diagnosis of bearing without retraining. In: 3rd International Conference (ICDA 2019), 2019, pp. 134–138. DOI: 10.1145/3314545.3314563.

20. *Wang S., Huang S., Wang Q. et al.* Accelerated optimizations of an electromagnetic acoustic transducer with artificial neural networks as metamodels, J. Sens. Sens. Syst., 6, 2017, pp. 269–284.

БАШИРОВ МУССА ГУМЕРОВИЧ – доктор технических наук, профессор кафедры электрооборудования и автоматики промышленных предприятий, Институт нефтепереработки и нефтехимии, Уфимский государственный нефтяной технический университет, Россия, Салават (eapp@yandex.ru; ORCID: https://orcid.org/0000-0001-7493-6803).

АКЧУРИН ДАМИР ШАМИЛЕВИЧ – аспирант, ассистент кафедры электрооборудования и автоматики промышленных предприятий, Институт нефтепереработки и нефтехимии, Уфимский государственный нефтяной технический университет, Россия, Салават (akihiro177@mail.ru; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2174-8216).

КУВАЙЦЕВ КИРИЛЛ НИКОЛАЕВИЧ – магистрант направления «Автоматизация технологических процессов и производств», Институт нефтепереработки и нефтехимии, Уфимский государственный нефтяной технический университет, Россия, Салават (kirill.kuvaitsev@mail.ru).

МАКСИМОЧКИН ДМИТРИЙ ЕФИМОВИЧ – магистрант направления «Автоматизация технологических процессов и производств», Институт нефтепереработки и нефтехимии, Уфимский государственный нефтяной технический университет, Россия, Салават (03maksimochkin.de@bashgaz.ru).

Mussa G. BASHIROV, Damir Sh. AKCHURIN,
Kirill N. KUVAYTSEV, Dmitry E. MAKSIMOCHKIN

NEURAL NETWORK PROCESSING OF ELECTROMAGNETIC ACOUSTIC SIGNALS TO IDENTIFY THE STRESS-STRAIN STATE AND DAMAGE OF POWER EQUIPMENT

Key words: *stress-strain state, electromagnetic-acoustic diagnostic method, amplitude and phase spectra of harmonics, frequency characteristics, artificial neural networks, machine learning.*

The purpose of the study *is to develop and train an artificial neural network to identify the stress-strain state and damage to the metal of power equipment based on the values of the parameters of the harmonic components of the electromagnetic-acoustic transducer signal.*
Materials and methods. *Experimental study of the relationship between the parameters of the harmonic components of the signal of an electromagnetic-acoustic transducer with the stress-strain state and damage to the structure of standard metal samples, development of an artificial neural network and methods for its training to identify the stress-strain state and damage to the structure of the metal according to the loading diagram.*
Results. *Analysis of changes in the microstructure and frequency models of standard steel samples used in power engineering confirmed the possibility of identifying the stress-strain state and damage to the structure of metals based on the values of the parameters of the harmonic components of the electromagnetic-acoustic transducer signal. To solve this problem, an artificial neural network has been developed and trained. After training, the effectiveness of the network in identifying the stress-strain state and damage to the structure of metals reached 92.16%, which is acceptable for the tasks of recognizing the technical condition of metal structural elements of electrical installation equipment.*
Conclusions. *The use of an artificial neural network to identify the stress-strain state and damage to metal structures based on the harmonic parameters of the electromagnetic-acoustic transducer signal enables to identify areas of concentration of mechanical stress and damage to the metal structure at the early stage of development, thereby increasing reliability and safety operation of electrical equipment.*

References

1. *Akt tekhnicheskogo rassledovaniya prichin avarii na Sayano-Shushenskoi GES 17 avgusta 2009 goda* [Report of technical investigation into the causes of the accident at the Sayano-Shushenskaya HPP on August 17, 2009]. Available at: http://www.gosnadzor.ru/news/aktSSG_bak.doc (Accessed Data: 2023, Aug. 7).

2. Aleshin N.P. *Issledovanie vyyavlyaemosti poverkhnostnykh ob"emnykh defektov pri ul'trazvukovom kontrole s primeneniem voln Releya, generiruemykh elektromagnitno-akusticheskim preobrazovatelem* [Study of the detectability of surface volumetric defects during ultrasonic testing using Rayleigh waves generated by an electromagnetic-acoustic transducer]. *Defektoskopiya*, 2021, no. 5, pp. 22–30.

3. *Analiz prichin avarii na energoustanovkakh, podkontrol'nykh organam Rostekhnadzora za 2021 god* [Analysis of the causes of accidents at power plants controlled by Rostechnadzor for 2021]. Available at: http://szap.gosnadzor.ru/activity/energonadzor/nesc_sluch/Analiz%20prichin%20avarii-%20za%202021.pdf (Accessed Data: 2023, Aug. 7).

4. Ayazyan G.K., Khorobrov V.R., Galiev R.M. *Metod identifikatsii dinamicheskikh kharakteristik ob"ektov s zapazdyvaniem* [Method for identifying the dynamic characteristics of objects with delay]. *Avtomatizatsiya i metrologicheskoe obespechenie v neftyanoi promyshlennosti: mezhvuz. nauchy sbornik* [Automation and metrological support in the oil industry: Scientific Collection]. Ufa, Publ. UNI, 1980, pp. 29–33.

5. Bashirov M.G., Bashirova E.M., Yusupova I.G., Akchurin D.Sh. *Issledovanie sposobov povysheniya effektivnosti elektromagnitno-akusticheskogo preobrazovaniya sredstv diagnostiki*

energeticheskogo oborudovaniya [Research on ways to increase the efficiency of electromagnetic-acoustic conversion of diagnostic tools for power equipment]. *Promyshlennaya energetika*, 2022, no. 10, pp. 2–9.

6. Bashirov M.G., Khusnutdinova I.G., Khusnutdinova L.G., Usmanov D.R. *Elektromagnitno-akusticheskii metod otsenki tekhnicheskogo sostoyaniya energeticheskogo oborudovaniya* [Electromagnetic-acoustic method for assessing the technical condition of power equipment]. *Promyshlennaya energetika*, 2016, no. 12, pp. 8–13.

7. Ivanov S.O., Nikandrov M.V., Slavutskii L.A. *Neirosetevoe modelirovanie releinoi zashchity s vremennoi zaderzhkoi* [Neural network modeling of relay protection with time delay]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2022, no. 3, pp. 53–60. DOI: 10.47026/1810-1909-2022-3-53-60.

8. Koshcheev M.I., Laryukhin A.A., Slavutskii A.L. *Ispol'zovanie adaptivnykh neiroalgoritmov dlya raspoznavaniya anomal'nykh rezhimov sistem vtorichnogo oborudovaniya elektroenergetiki* [Using adaptive neuroalgorithms to recognize anomalous modes of secondary equipment systems in the electrical power industry]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2019, no. 1, pp. 47–58.

9. Bashirov M.G., Bashirova E.M., Yusupova I.G. et al. *Modelirovanie i eksperimental'noe issledovanie vliyaniya mekhanicheskikh napryazhenii i povrezhdennosti metalla neftegazovogo oborudovaniya na parametry elektromagnitno-akusticheskogo preobrazovaniya* [Modeling and experimental study of the influence of mechanical stresses and metal damage of oil and gas equipment on the parameters of electromagnetic-acoustic conversion]. *Neftegazovoe delo*, 2023, vol. 21, no. 1, pp. 183–194.

10. Ogorodnikov Yu.I. *Zadacha parametricheskoi identifikatsii modelei upravlyaemykh dinamicheskikh sistem kak problema momentov* [The problem of parametric identification of models of controlled dynamic systems as a problem of moments]. *Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie*, 2017, vol. 56, no. 4, pp. 33–40.

11. Skorosueva O.I. *Funktsional'nye vozmozhnosti ML.NET* [Functionality ML.NET]. *Sovremennye nauchnye issledovaniya i innovatsii*, 2023, no. 5. Available at: https://web.snauka.ru/issues/-2023/05/100324 (Accessed Date: 2023, Aug. 7).

12. Slavutskii L.A., Slavutskaya E.V. *Neirosetevaya obrabotka signalov: zadachi bez «glubokogo obucheniya»* [Neural network signal processing: tasks without “deep learning”]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2023, no. 2, pp. 151–160. DOI: 10.47026/1810-1909-2023-2-151-160.

13. Uglov A.L., Khlybov A.A., Bychkov A.L., Kuvshinov M.O. *O nerazrushayushchem kontrole ostatochnykh napryazhenii v detalyakh osesimmetrichnoi formy iz stali 03N17K10V10MT* [On non-destructive testing of residual stresses in axisymmetrically shaped parts made of steel 03N17K10V10MT]. *Vestnik IzhGTU imeni M.T. Kalashnikov*a, 2019, vol. 22, no. 4, pp. 3–10.

14. Khusnutdinova I.G., Bashirov M.G. *Otsenka tekhnicheskogo sostoyaniya i resursa bezopasnoi ekspluatatsii tekhnologicheskikh truboprovodov na osnove elektromagnitno-akusticheskogo effekta* [Assessment of the technical condition and resource of safe operation of process pipelines based on the electromagnetic-acoustic effect]. *Neftegazovoe delo*, 2019, no. 1, pp. 144–162.

15. Ducousso M., Reverdy F. Real-time imaging of microcracks on metallic surface using total fo-cusing method and plane wave imaging with Rayleigh waves. *NDT E Int*., 2020, vol. 116, p. 102311.

16. Jiang C., Li Z., Zhang Z., Wang S. New Design to Rayleigh Wave EMAT Based on Spatial Pulse Compression. *Sensors (Basel)*, 2023, vol. 23(8), 3943.

17. Leroux S., Bohez S., Verbelen T. et al. Resource-constrained classification using a cascade of neural network layers. In: International Joint Conference on Neural Networks (IJCNN), 2015, pp. 1–7, DOI: 10.1109/IJCNN.2015.7280601.

18. Leroux S., Verbelen T., Simoens P. et al. Iterative neural networks for adaptive inference on resource-constrained devices. *Neural Comput & Applic*, 2022, vol. 34, pp. 10321–10336. DOI: 10.1007/s00521-022-06910-5.

19. Oh J.W., Jeong J. Convolutional neural network and 2-D image based fault diagnosis of bearing without retraining. In: 3rd International Conference (ICDA 2019), 2019, pp. 134–138. DOI: 10.1145/3314545.3314563.

20. Wang S., Huang S., Wang Q. et al. Accelerated optimizations of an electromagnetic acoustic transducer with artificial neural networks as metamodels, J. Sens. Sens. Syst., 6, 2017, pp. 269–28.

MUSSA G. BASHIROV – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Electrical Equipment and Automation of Industrial Enterprises, Institute of Oil Refining and Petrochemistry, Ufa State Petroleum Technical University, Russia, Salavat (eapp@yandex.ru; ORCID: https://orcid.org/0000-0001-7493-6803).

DAMIR Sh. AKCHURIN – Post-Graduate Student, Assistant Lecturer, Department of Electrical Equipment and Automation of Industrial Enterprises, Institute of Oil Refining and Petrochemicals, Ufa State Petroleum Technical University, Russia, Salavat (akihiro177@mail.ru; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-2174-8216).

KIRILL N. KUVAYTSEV – Master's Program Student of the Direction «Automatization of Technological Processes and Productions», Institute of Oil Refining and Petrochemistry, Ufa State Petroleum Technical University, Russia, Salavat (kirill.kuvaitsev@mail.ru).

DMITRY E. MAKSIMOCHKIN – Master's Program Student of the Direction «Automatization of Technological Processes and Productions», Institute of Oil Refining and Petrochemistry, Ufa State Petroleum Technical University, Russia, Salavat (03maksimochkin.de@bashgaz.ru).

Формат цитирования: *Баширов М.Г., Акчурин Д.Ш., Кувайцев К.Н., Максимочкин Д.Е.* Нейросетевая обработка электромагнитно-акустического сигнала для идентификации напряженно-деформированного состояния и поврежденности энергетического оборудования // Вестник Чувашского университета. – 2023. – № 4. – С. 44–56. DOI: 10.47026/1810-1909-2023-4-44-56.

DOI: 10.47026/1810-1909-2023-4-57-65

УДК 621.31
ББК 31.2

Д.В. БОРТНИК, А.И. ОРЛОВ

СРАВНЕНИЕ АРХИТЕКТУР НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ В ЗАДАЧЕ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПОТРЕБЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОЭНЕРГИИ ПРЕДПРИЯТИЕМ

Ключевые слова: *нейронная сеть, рекуррентные нейронные сети, WaveNet, прогнозирование, одномерные сверточные сети.*

Прогнозирование потребления электроэнергии является ключевым инструментом для предприятий, энергоснабжающих и электросетевых организаций. Точное прогнозирование позволяет планировать распределение ограниченных ресурсов электросетевого хозяйства, а также управлять спросом на электроэнергию. Повышение точности прогнозирования электропотребления становится особенно важным в условиях распространения технологий управления спросом.

Целью исследования *является повышение точности прогнозирования электропотребления объектом электроснабжения при использовании нейронных сетей.*

Материалы и методы. *В работе использован набор данных, содержащий профиль мощности предприятия за трехмесячный период, а также дополнительные данные, такие как время суток, день недели, выходные и праздничные дни, месяц. Набор данных разделен на тренировочную и контрольную части. Произведены предварительная обработка данных, проектирование архитектуры нейронной сети, обучение и тестирование. Критериями качества обучения выбраны средняя абсолютная ошибка, среднеквадратическая ошибка и коэффициент детерминации.*

Результаты исследования. *В работе выполнен сравнительный анализ трех архитектур нейронных сетей: одномерной сверточной сети, рекуррентной нейронной сети с долговременной и краткосрочной памятью и WaveNet, на основе которого были оценены их показатели качества прогнозирования электропотребления. Показано, что все рассматриваемые архитектуры нейронных сетей подходят для применения в задаче прогнозирования электропотребления. Сети с долговременной и краткосрочной памятью показали хорошие результаты в прогнозировании мощности, благодаря их способности обрабатывать долгосрочные временные зависимости. Архитектура WaveNet превзошла как рекуррентные нейронные сети на основе модели с долговременной и краткосрочной памятью, так и одномерные сверточные сети по выбранным критериям.*

Выводы. *Исследование позволило сделать вывод о том, что использование нейронных сетей, особенно архитектур с долговременной и краткосрочной памятью и WaveNet, эффективно для прогнозирования электропотребления. Качество прогнозирования существенно зависит от выбора гиперпараметров и предварительной обработки исходных данных. Перспективу дальнейших исследований в данной области составляет изучение влияния различных факторов на точность прогнозирования, а также оптимизация процесса обучения нейронных сетей.*

Введение. Нейронные сети широко применяются для моделирования сложных процессов, классификации и прогнозирования различных процессов, в том числе в электроэнергетике. Так, прогнозирование энергопотребления позволяет предприятиям планировать распределение ресурсов. Для сетевых организаций прогнозирование потребления позволяет обеспечить стабильность сети и более эффективно управлять спросом на энергию.

Для решения задач прогнозирования временных рядов существует несколько методов, включая регрессионный анализ и использование нейронных

сетей [1]. Метод регрессии основан на статистическом анализе связи между зависимой переменной и одной или несколькими независимыми переменными. В контексте прогнозирования временных рядов это означает использование прошлых значений временного ряда в качестве независимых переменных для прогнозирования будущих значений.

К типам нейронных сетей, применяемых для анализа временных рядов, относятся рекуррентные нейронные сети (RNN), сверточные нейронные сети (CNN) [6] и нейронные сети типа WaveNet [7]. Возможность предсказания последовательностей в рекуррентных нейронных сетях связана с сохранением текущего состояния и передачей его в следующую итерацию. К наиболее распространенным типам таких сетей относятся простая рекуррентная нейронная сеть (Simple RNN) и нейронная сеть с долгой кратковременной памятью (LSTM) [13]. Сверточные нейронные сети (CNN), обычно используемые при анализе изображений, могут применяться также для прогнозирования временных рядов [10]. Одна из возможных архитектур CNN для такой задачи – это 1D сверточная нейронная сеть, описанная в работе [12]. Архитектура нейронной сети WaveNet предполагает использование длинных сверточных фильтров, которые позволяют запоминать длительные зависимости во временном ряду. В отличие от сверточных нейронных сетей, которые используют фильтры фиксированной длины, WaveNet использует фильтры с переменной длиной.

Известно большое количество работ, в которых нейронные сети применяются для прогнозирования временных рядов. Так, в статьях [3, 4] авторы описывают результаты исследований, направленные на повышение точности краткосрочного прогнозирования суточных графиков активной мощности. В работе использовались четыре прогнозные модели, включая сингулярный спектральный анализ (SSA), метод наименьших квадратов, тригонометрическую интерполяцию, а также нейронные и нечеткие нейронные сети (ННС). Настоящая работа посвящена исследованию новых архитектур нейронных сетей в задаче прогнозирования электропотребления.

К проблемам, с которыми обычно сталкиваются при прогнозировании энергопотребления, относятся:

1. Игнорирование значимых факторов, влияющих на энергопотребление. Так, некоторые модели учитывают только временные зависимости без учета сезонности, погодных условий, дневного ритма и других факторов.

2. Отсутствие точных данных. Например, информация о погодных условиях или об изменении потребления может быть неполной или неточной, что может привести к неточным прогнозам.

3. Изменения в потреблении электроэнергии со временем из-за различных факторов, таких как изменение образа жизни людей, изменение технических характеристик оборудования и совершенствование производственных процессов. Нейросетевые модели не всегда способны адаптироваться к таким динамическим изменениям, что приводит к неточности прогнозов.

4. Взаимосвязь потребления электроэнергии с экономическими показателями, например, ценами на энергоносители [8].

Решение этих проблем предполагает создание более точных и гибких моделей прогнозирования, использование более широкого набора исходных

данных, а также учет неопределенности и непредсказуемости в моделях прогнозирования [13].

Целью исследования является сравнение точности работы трех различных архитектур нейронных сетей – одномерной сверточной сети, WaveNet и рекуррентной нейронной сети с моделью LSTM – при прогнозировании энергопотребления.

Новизна заключается в применении архитектуры WaveNet, изначально разработанной для моделирования звуковых сигналов, прогнозирования энергопотребления с использованием причинно-следственных сверток, что позволяет сети фиксировать долгосрочные зависимости в данных.

Материалы и методы. В работе приводится сравнение качества прогнозирования энергопотребления при использовании нейронных сетей различных архитектур: одномерной сверточной нейронной сети CNN, сети типа WaveNet и рекуррентной нейронной сети на основе модели LSTM.

В качестве критериев качества обучения нейронной сети обычно применяются метрики MSE, MAE, R^2 [9]. Средняя квадратичная ошибка (MSE) определяется как среднее значение квадратов разностей между прогнозами модели и фактическими значениями. Средняя абсолютная ошибка (MAE) рассчитывается как среднее значение разностей абсолютных значений между прогнозируемыми и фактическими значениями. Метрики MSE и MAE показывают, насколько близки в среднем прогнозные значения к фактическим. Для качественной модели данные метрики близки к нулю. Коэффициент детерминации (R^2) применительно к задаче прогнозирования определяется как $1 – D(e)/D(y)$, где $D(e)$ – дисперсия разностей прогнозных и фактических значений; $D(y)$ – дисперсия прогнозных значений. Значение метрики R^2 находится в диапазоне от 0 до 1, где 1 означает идеальное соответствие модели данным, а 0 означает, что модель не соответствует данным лучше, чем простое среднее значение.

В качестве набора данных использовался трехмесячный профиль потребления мощности предприятием, включающий 2210 значений. В качестве дополнительных факторов использовались такие параметры, как время суток, день недели, месяц. Из 2210 часов профиля мощности 1000 часов использовалось для обучения модели, 1210 для валидации. На вход модели подавался 300-часовой фрагмент профиля мощности, на выходе получали 200 часов прогнозного профиля мощности, после чего выполнялось сравнение прогнозных и истинных значений.

Использованы такие методы исследования, как сбор данных, предварительная обработка данных, проектирование архитектуры нейронной сети, обучение и тестирование, оценка производительности, статистический анализ. Расчеты проводились с использованием модулей Tensorflow и Keras [2] для языка программирования Python [11].

Результаты исследования. Рассмотрим результат работы рекуррентной нейронной сети (RNN) с долговременной кратковременной памятью (LSTM), которые обычно применяются для задач последовательной обработки данных, включая прогнозирование временных рядов. Использование RNN с LSTM для прогнозирования энергопотребления включает следующие этапы:

1. Предварительная подготовка данных для использования при обучении и тестировании RNN: сбор данных, их нормализация, добавление информации

о таких параметрах, влияющих на потребление электроэнергии, как время суток, день недели, выходные и праздничные дни, месяц [5].

2. Разработка модели: определение архитектуры нейронной сети, точная настройка таких гиперпараметров, как количество скрытых слоев, скорость обучения и размер пакета, для оптимизации производительности модели и точности прогнозирования [15].

3. Обучение и проверка RNN на предварительно обработанных данных [10].

4. Оценка качества обучения нейронной сети: после обучения RNN с LSTM производится оценка точности прогнозирования. Для этого применялись следующие метрики: среднеквадратическая ошибка (MSE), средняя абсолютная ошибка MAE и коэффициент детерминации (R^2).

В качестве альтернативы RNN с LSTM рассматривалась одномерная сверточная сеть (CNN) [14], которая имеет только одну входную переменную. Архитектура CNN состоит из сверточного слоя, принимающего входные данные временных рядов, за которым следуют один или несколько полносвязных слоев, преобразующих выходные данные сверточного слоя в окончательные выходные данные. Сверточный слой выполняет серию сверток входных данных (временных рядов), используя набор обучаемых фильтров или ядер. В результате CNN фиксирует закономерности и тенденции в данных временных рядов. Сверточный слой способен обнаруживать локальные закономерности в исходных временных рядах, в то время как полносвязные слои могут захватывать более глобальные закономерности.

В работе также рассматривалась архитектура глубокой нейронной сети типа WaveNet. Сеть составлена из 3 расширенных сверточных слоев, которые позволяют фиксировать долгосрочные временные зависимости в данных. Каждый сверточный слой использует набор обучаемых фильтров или ядер для извлечения признаков из входных данных временных рядов.

Изменение метрики потерь нейронных сетей типов LSTM, CNN и WaveNet при обучении в зависимости от номера эпохи показана на рис. 1. Результаты обучения представлены на рис. 2. Метрика потерь (loss) является числовой оценкой разницы между прогнозируемыми значениями модели и фактическими значениями (целевыми данными) во время обучения. Она представляет собой меру того, насколько хорошо модель справляется с задачей прогнозирования. Обычно метрика потерь вычисляется как функция от разницы между прогнозируемыми и целевыми значениями. В случае регрессии распространенной метрикой потерь является среднеквадратичная ошибка (mean squared error, MSE). Низкое значение метрики потерь обычно указывает на более точную модель. В контексте прогнозирования энергопотребления, минимальное значение метрики потерь 0,04 может указывать на то, что модель достаточно обучена.

Результаты расчета значений метрик MSE, MAE, R^2 для нейронных сетей типов LSTM, CNN и WaveNet в рассматриваемой задаче прогнозирования представлены в таблице.

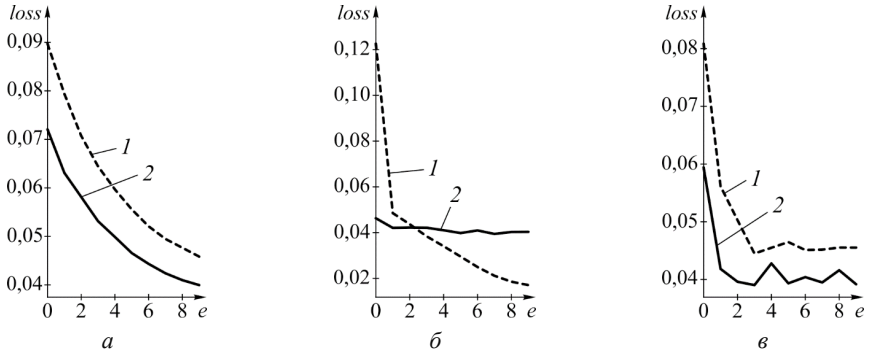


Рис. 1. Метрика потерь *loss(MSE)* нейронных сетей типов LSTM (*а*), CNN (*б*), WaveNet (*в*) при обучении в зависимости от номера эпохи *e*:
1 – тренировочный набор данных; 2 – контрольный набор данных

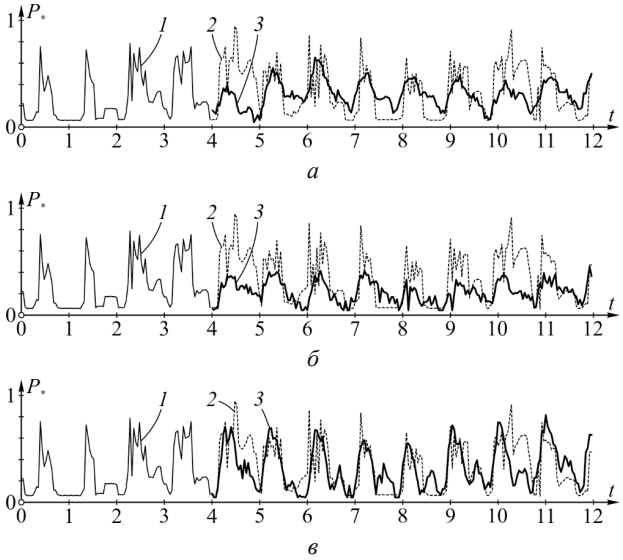


Рис. 2. Результаты предсказания профиля мощности нейронных сетей типов LSTM (*а*), CNN (*б*), WaveNet (*в*): P_* – мощность, усредненная на интервале в 1 ч, о.е.; *t* – время, сут.; 1 – фрагмент профиля мощности, используемого в качестве тренировочного; 2 – фактические значения профиля мощности; 3 – результат предсказания

Метрики качества работы нейронной сети на контрольном наборе данных

Тип нейронной сети	MSE	MAE	R^2
RNN с LSTM-ячейками	0,043	0,116	0,126
CNN	0,046	0,163	0,065
WaveNet	0,033	0,146	0,337

Оценивая результаты предсказания профилей мощности, представленные на рис. 2, и метрики качества, можно отметить, что RNN с LSTM в целом удовлетворительно справляются с задачей прогнозирования, но с увеличением глубины прогноза точность значительно падает. Как показывают результаты

моделирования, архитектура WaveNet по сравнению с архитектурами LSTM и CNN позволяет фиксировать сложные закономерности в данных, включая нелинейные отношения и сезонность при прогнозировании как на краткосрочном, так и на долгосрочном интервале. Недостатком WaveNet является ее вычислительная сложность.

С точки зрения практической значимости для прогнозирования профиля мощности выбор оптимальной архитектуры нейронной сети зависит от конкретного объекта электроснабжения. Важно отметить, что качество прогнозирования зависит не только от архитектуры нейронной сети, но и от выбора гиперпараметров, наличия дополнительных рядов данных, связанных с потреблением электроэнергии, а также от качества предварительной подготовки исходных данных в целом. Учет типа потребителя электроэнергии, корректный выбор дополнительных наборов данных, коррелирующих с целевым профилем мощности, требует дополнительных экспериментов с более длительными профилями мощности, что может составлять перспективу дальнейших исследований по теме работы.

Вывод. 1. Рекуррентные нейронные сети (RNN) и их варианты: сети с долговременной кратковременной памятью (LSTM), сверточные нейронные сети (CNN) и WaveNets могут применяться для прогнозирования профилей мощности.

2. Показано, что LSTM хорошо работают в задачах прогнозирования мощности, поскольку они могут обрабатывать долгосрочные зависимости и иметь память о прошлых событиях. CNN и WaveNets также могут подходить для задач прогнозирования мощности, где важны локальные временные закономерности и долгосрочные зависимости, соответственно.

3. Точность прогнозирования с использованием рассмотренных архитектур нейронных сетей зависит от длины обучающей выборки и количества дополнительных параметров, сложности модели и выбора гиперпараметров. Не самая высокая точность валидации в рассматриваемых примерах объясняется случайным характером потребления электроэнергии с периодом 2–3 ч с практически равномерной плотностью вероятности.

Литература

1. *Алексеева И. Ю.* Краткосрочное прогнозирование электропотребления в электроэнергетических системах с использованием искусственных нейронных сетей: автореф. дис. … канд. техн. наук. Иваново, 2014. 20 с.

2. *Арзамасцев А.А., Крючин О.В., Азарова П.А., Зенкова Н.А*. Универсальный программный комплекс для компьютерного моделирования на основе искусственной нейронной сети с самоорганизацией структуры // Вестник Тамбовского университета. Сер. Естественные и технические науки. 2006. Т. 11, вып. 5. С. 372–375.

3. *Вялкова С.А., Корнюкова О.А., Надтока И.И.* Разработка моделей краткосрочного прогнозирования суточных графиков активной мощности г. Москвы // Проблемы машиноведения: материалы V Междунар. науч.-техн. конф. Омск: Изд-во ОмГТУ, 2021. С. 166–173.

4. *Вялкова С.А., Надтока И.И.* Прогнозирование суточных графиков активной мощности мегаполиса с учетом прогнозных данных естественной освещенности // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. 2020. Т. 63, № 5. С. 67–71.

5. Мультипликативная модель сезонного энергопотребления предприятий / *Р.Р. Ахметьянов, Л.А. Делегодина, Н.П. Копылова и др.* // Автометрия. 2008. Т. 44, № 3. С. 106–118.

6. *Надтока И.И., Аль Зихери Б. М.* Байесовская нейросетевая модель для краткосрочного прогнозирования электропотребления региона // Студенческая научная весна: материалы регион. науч.-практ. конф. студ., аспирантов и молодых ученых вузов Ростов. обл. Новочеркасск: ЮРГПУ (НПИ), 2012. С. 136–138.

7. *Орельен Ж.* Прикладное машинное обучение с помощью Scikit-Learn, Keras и TensorFlow: концепции, инструменты и техники для создания интеллектуальных систем. 2-е изд.: пер. с англ. СПб.: ООО «Диалектика», 2020. 1040 с.

8. *Соловьева И.А., Дзюба А.П.* Прогнозирование электропотребления с учетом факторов технологической и рыночной среды // Научный диалог. 2013. № 7(19). С. 97–111.

9. *Aileen N.* Practical Time Series Analysis: Prediction with Statistics and Machine Learning, O'Reilly Media; 1st edition (November 5, 2019), 504 p.

10. *Chollet F.* Deep Learning with Python. 2nd ed. Manning Publications, 2021, 384 p.

11. *Hyndman R.J.*, Athanasopoulos G. Forecasting: principles and practice. Publisher: OTexts, 2013. 291 p.

12. *Lazzeri F.* Machine Learning for Time Series Forecasting with Python. 1st ed. Wiley, 2020, 224 p.

13. *Ruey S.T.* Multivariate Time Series Analysis: With R and Financial Applications. 1st ed. Wiley, 2013, 520 p.

14. *Shayeghi H.* STLF Based on Optimized Neural Network Using PSO // International Journal of Electrical and Computer Engineering. 2009. 4:10. P. 1190–1199.

15. *Zelinka I., Chen G., Rössler O.E., Snášel V., Abraham A.* Nostradamus 2013: Prediction, Modeling and Analysis of Complex Systems. Springer International Publishing, Switzerland, 2013, 550 p.

БОРТНИК ДЕНИС ВАЛЕРЬЕВИЧ – аспирант кафедры электроснабжения и технической диагностики, Марийский государственный университет, Россия, Йошкар-Ола (bortnik_denis16@mail.ru; ORCID: https://orcid.org/0009-0002-7010-8271).

ОРЛОВ АЛЕКСАНДР ИГОРЕВИЧ – кандидат технических наук, заведующий кафедрой электромеханики, Марийский государственный университет, Россия, Йошкар-Ола (a.i.orlov@yandex.ru; ORCID: https://orcid.org/0000-0003-1152-6668).

Denis V. BORTNIK, Aleksandr I. ORLOV

COMPARISON OF NEURAL NETWORK ARCHITECTURES TO PREDICTING ELECTRICITY CONSUMPTION BY ENTERPRISE

Key words: *neural network, recurrent neural networks, WaveNet, prediction, one-dimensional convolutional networks.*

Forecasting of electricity consumption is a key tool for enterprises, energy supply and power grid organizations. Accurate forecasting enables to plan the distribution of limited resources of the power grid facilities, as well as to manage the demand for electricity. In the context of modern demand management technologies, improving the accuracy of forecasting of electricity consumption becomes especially important.

The purpose of the study *is to improve the accuracy of predicting power consumption by the power supply object using neural networks.*

Materials and methods. *The work used a data set containing a profile of the enterprise's capacity for a three-month period, as well as additional data, such as time of day, day of the week, weekends and holidays, month. The data set is divided into training and control parts. Preliminary data processing, neural network architecture design, training and testing were carried out. The criteria for the quality of training are the mean absolute error, the mean square error and the coefficient of determination.*

Research results. *In the work, a comparative analysis of three neural network architectures was performed: a one-dimensional convolutional network, a recurrent neural*

network with long-term and short-term memory, and WaveNet, on the basis of which their indicators of the quality of power consumption forecasting were evaluated. It was shown that all considered architectures of neural networks are suitable for the use in the issue of predicting power consumption. Long-term and short-term memory networks have shown good results in power prediction due to their ability to handle long-term time dependencies. The WaveNet architecture outperformed both long-term and short-term memory model-based recurrent neural networks and one-dimensional convolutional networks by selected criteria.

Conclusions. *The study led to the conclusion that the use of neural networks, especially architectures with long-term and short-term memory and WaveNet, is an effective approach for predicting power consumption. The quality of forecasting significantly depends on the choice of hyperparameters and preliminary processing of the initial data. Prospect for further research in this area is studying the influence of various factors on the accuracy of forecasting and optimization of the learning process of neural networks.*

References

1. Alekseeva I.Yu. *Kratkosrochnoe prognozirovanie elektropotrebleniia v elektroenergeticheskikh sistemakh s ispol'zovaniem iskusstvennykh neironnykh setei: avtoref. dis. ... kand. tekhn. nauk* [Short-term forecasting of energy consumption in the electrical systems using artificial neural networks. Abstract of Cand. Diss.]. Ivanovo, 2014. P. 9–10.

2. Arzamastsev A.A., Kriuchin O.V., Azarova P.A., Zenkova N.A. *Universal'nyi programmnyi kompleks dlia komp'iuternogo modelirovaniia na osnove iskusstvennoi neironnoi seti s samoorganizatsiei struktury g. Tambov* [Universal software complex for computer modeling based on artificial neural network with self-organizational structure in Tambov]. *Vestnik Tambovskogo universiteta. Ser. Estestvennye nauki i tekhnicheskie nauki*, 2006, vol. 11, iss. 5, pp. 372–375.

3. Vyalkova S.A., Kornyukova O.A., Nadtoka I.I. *Razrabotka modelei kratkosrochnogo prognozirovaniya sutochnykh grafikov aktivnoi moshchnosti g. Moscow.* [Development of models for short-term forecasting of daily schedules of active power in Moscow.]. In: *Problemy mashinovedeniya: materialy V Mezhdunar. nauch.-tekhn. konf.* [Proc. of the V Int. Sci. and Tech. Conf. «Problems of machine science»]. Omsk, 2021, pp. 166–173.

4. Vyalkova S.A., Nadtoka I.I. *Prognozirovanie sutochnykh grafikov aktivnoi moshchnosti megapolisa s uchetom prognoznykh dannykh estestvennoi osveshchennosti* [Forecasting daily schedules of the active power of the metropolis, taking into account the predictive data of natural illumination]. *Izvestiya vysshikh uchebnykh zavedenii. Elektromekhanika*, 2020, vol. 63, no. 5, pp. 67–71.

5. Akhmet'ianov R.R., Delegodina L.A., Kopylova N.P. et al. *Mul'tiplikativnaia model' sezonnogo energopotrebleniia predpriiatii* [Multiplicative model of seasonal energy consumption at enterprises]. *Avtometriya*, 2008, vol. 44, no. 3, pp. 106–118.

6. Nadtoka I.I., Al' Zikheri B.M. *Baiesovskaia neirosetevaia model' dlia kratkosrochnogo prognozirovaniia elektropotrebleniia regiona g. Novocherkassk* [Bayes neural network model for short-term forecasting energy consumption in the region in Novocherkassk]. In: *Studencheskaia nauchnaia vesna: Materialy regional'noi nauchno-prakticheskoi konferentsii studentov, aspirantov i molodykh uchenykh vuzov Rostovskoi oblasti* [Proc. of Sci. Conf. «Student Scientific Spring»]. Novocherkassk, 2012, pp. 136–138.

7. Aurélien G. Hands-on machine learning with Scikit-Learn, Keras, and TensorFlow Bejing [etc.]: O`Reilly, cop. 2020, 856 p. (Russ. ed.: *Prikladnoe mashinnoe obuchenie s pomoshch'yu Scikit-Learn, Keras i TensorFlow: kontseptsii, instrumenty i tekhniki dlya sozdaniya intellektual'nykh system. 2-e izd.* St. Petersburg, Dialektika Publ., 2020, 1040 p.).

8. Solov'eva I.A., Dziuba A.P. *Prognozirovanie elektropotrebleniia s uchetom faktorov tekhnologicheskoi i rynochnoi sredy* [Energy consumption forecasting with the factors of technological and market environment]. *Nauchnyi dialog,* 2013, no. 7 (19), pp. 97–111.

9. Aileen N. Practical Time Series Analysis: Prediction with Statistics and Machine Learning, O'Reilly Media; 1st ed. (November 5, 2019), 504 p.

10. Chollet F. Deep Learning with Python. 2nd ed. Manning Publications, 2021, 384 p.

11. Hyndman R.J., Athanasopoulos G. Forecasting: principles and practice. Publisher: OTexts, 2013. 291 p.

12. Lazzeri F. Machine Learning for Time Series Forecasting with Python. 1st ed. Wiley, 2020, 224 p.

13. *R*uey S.T. Multivariate Time Series Analysis: With R and Financial Applications. 1st ed. Wiley, 2013, 520 p.

14. Shayeghi H. STLF Based on Optimized Neural Network Using PSO // International Journal of Electrical and Computer Engineering. 2009. 4:10. P. 1190–1199.

15. *Z*elinka I., Chen G., Rössler O.E., Snášel V., Abraham A. Nostradamus 2013: Prediction, Modeling and Analysis of Complex Systems. Springer International Publishing, Switzerland, 2013. 550 p.

DENIS V. BORTNIK – Post-Graduate Student, Department of Power Supply and Technical Diagnostics, Mari State University, Russia, Yoshkar-Ola (bortnik_denis16@mail.ru; ORCID: https://orcid.org/0009-0002-7010-8271).

ALEKSANDR I. ORLOV – Candidate of Technical Sciences, Head of the Department of Electromechanics, Mari State University, Russia, Yoshkar-Ola (karlorlov@gmail.com; ORCID: https://orcid.org/0000-0003-1152-6668).

Формат цитирования: *Бортник Д.В., Орлов А.И.* Сравнение архитектур нейронных сетей в задаче прогнозирования потребления электроэнергии предприятием // Вестник Чувашского университета. – 2023. – № 4. – С. 57–65. DOI: 10.47026/1810-1909-2023-4-57-65.

DOI: 10.47026/1810-1909-2023-4-66-73
УДК 621.318.3
ББК 31.264.36

Е.Г. ВАСИЛЬЕВ, И.П. ИВАНОВ, А.В. МИХАЙЛОВ

ПРОЕКТНЫЕ ПАРАМЕТРЫ МАГНИТНОЙ СИСТЕМЫ С ПОЛЫМ СЕРДЕЧНИКОМ ОДНОПОЛЮСНОГО ГЕРМЕТИЧНОГО КОНТАКТОРА ПОСТОЯННОГО ТОКА

Ключевые слова: *герметичный контактор, броневой электромагнит, проектирование, электромагнитная сила, численное моделирование, проектные параметры, магнитная индукция.*

Однополюсные герметичные контакторы постоянного тока производятся многими зарубежными электротехническими компаниями, а современные аналоги российского производства отсутствуют. Одной из проблем при создании таких контакторов является проектирование магнитной системы, которой и посвящена статья.
Целью исследования *является выявление оптимальных магнитодвижущих и электромагнитных сил броневого электромагнита с полым сердечником.*
Материалы и методы. *Исследования выполнены на основе магнитной системы контактора EV200 компании Kilovac с учетом возможных уточнений ее геометрических параметров. Расчет электромагнитной силы проведен путем численного моделирования методом конечных элементов в Comsol Multiphysics.*
Результаты исследования*. Описаны особенности конструкции магнитной системы, применяемой в контакторах фирм Gigavac и Kilovac. Проведены расчетные исследования электромагнитной силы при различных соотношениях геометрических параметров узла «якорь–сердечник», характеризующих отличительные особенности магнитной системы. Получены зависимости электромагнитной силы от конструктивных параметров броневого электромагнита с полым сердечником. По результатам распределения магнитной индукции выполнена оценка правильности выбора параметров магнитной системы.*
Выводы*. Предложенные подходы расчета электромагнитных и магнитодвижущих сил проверены сопоставлением результатов расчета с данными промышленного образца и могут быть использованы при разработке контакторов российского производства.*

Введение. В однополюсных герметичных контакторах (ОГК), предлагаемых рядом зарубежных компаний, например Gigavac (США) [6], Kilovac (США) [7], TDK (Япония) [9], Kissling (Германия) [11], HONGFA (Китай) [8] и др., применяются магнитные системы (электромагниты) броневого типа как традиционного, так и оригинального исполнения. Некоторые вопросы исследования традиционных магнитных систем (МС) броневого типа, учитывающие особенности применения их в ОГК, рассмотрены в [5] и [12], а основы теории и проектирования этих МС широко освещены в технической литературе, например, в [2–4] и т.п.

МС наиболее распространенных ОГК (серий Gigavac [6], Kilovac [7] и др.) представляют собой электромагнит (ЭМ) броневого типа оригинальной конструкции с якорем, размещенным внутри сердечника. В имеющихся публикациях отсутствуют сведения по исследованию таких систем. Единственное упоминание встретилось в [10], где рассмотрен способ повышения удароустойчивости одного варианта исполнения МС такого типа.

Поэтому исследование подходов проектирования МС, которые могут быть использованы при разработке российских аналогов, является актуальной проблемой.

Целью настоящего исследования является выявление оптимальных проектных параметров, а именно магнитодвижущей и электромагнитной сил броневого электромагнита с полым сердечником простой и технологичной конструкции.

Материалы и методы исследования. Для пояснения особенностей конструкции и установления характерных соотношений геометрических параметров МС, влияющих на магнитодвижущую силу F и электромагнитную силу $P_э$, использована разработанная по технологиям реверс-инжиниринга 3D модель контактора EV200 компании Kilovac, предлагаемая по результатам предварительного анализа известных ОГК [6–9, 11 и др.] в качестве прототипа при разработке российского аналога. Магнитодвижущие силы (МДС) установлены с использованием традиционного метода графического сопоставления статических силовых характеристик МС (электромагнита). Расчетные исследования электромагнитной силы выполнены путем численного моделирования в программном комплексе Comsol Multiphysics. Оптимальность параметров оценена по результатам анализа графических зависимостей и степени насыщения материала МС.

Результаты исследований. Упрощенное изображение контактора с указанием основных конструктивных элементов приведено на рис. 1. Конструкция компактна, проста, без винтовых и защелкивающих соединений, что позволяет автоматизировать сборку.

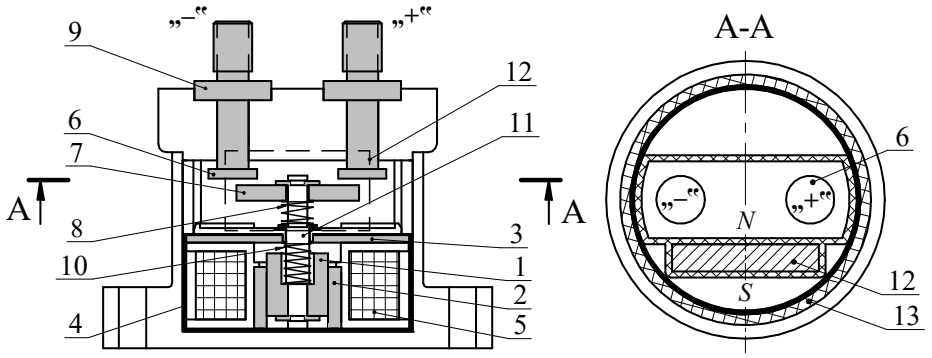


Рис. 1. Упрощенное изображение герметичного контактора, выполненное на основе 3D модели:
1 – якорь; 2 – полый сердечник; 3 – стоп (фланец); 4 – магнитопровод; 5 – катушка; 6 – неподвижные контакт-детали; 7 – мостик контактный; 8 – пружина контактная; 9 – выводы главной цепи; 10 – пружина возвратная; 11 – шток, соединяющий мостик с якорем; 12 – постоянный магнит для гашения дуги; 13 – корпус

Магнитную систему контактора составляют (рис. 2, *а*) цилиндрический якорь 1 со ступенчатым отверстием, полый сердечник 2, фланец 3 в виде диска с отверстием, магнитопровод 4 чашеобразной формы и обмотка управления 5.

В отличие от МС броневого типа с внутренним воротничком [2–4], который можно принять как конструктивный аналог, в рассматриваемой МС нерабочий торец якоря перемещается в пределах высоты сердечника, который является отдельным конструктивным элементом, а не составной частью

(воротничком) магнитопровода; причем в качестве магнитного полюса притяжения рабочего торца якоря служит часть фланца с отверстием (без какого-либо стопа). Другой характерной особенностью МС ОГК является комбинированный (ресурсосберегающий) режим управления, именуемый часто, например, в [4], как «форсированное» управление, который обеспечивается разными параметрами широтно-импульсной модуляции напряжения на обмотке при включении и удерживании электромагнита. Эти особенности, несомненно, влияют на параметры МС, что важно учесть при проектировании новых МС.

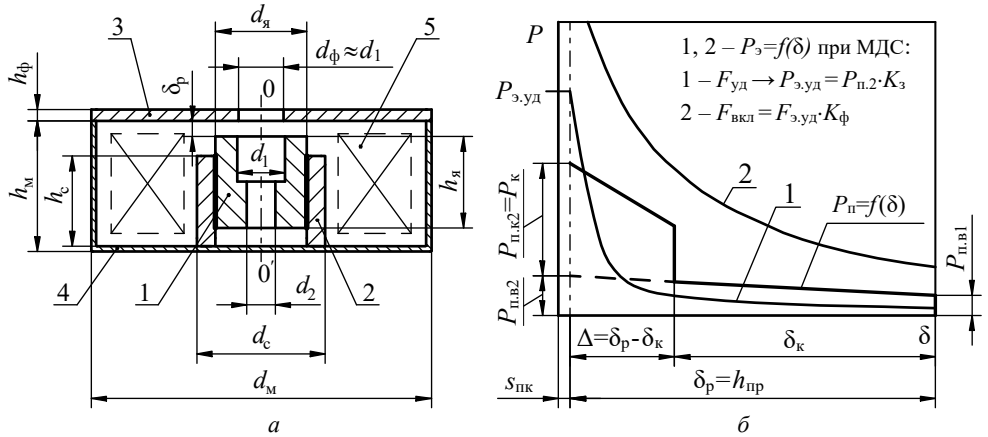


Рис. 2. Эскиз электромагнита (*а*) и его силовые характеристики $P_{пр} = f(\delta)$ и $P_э = f(\delta)$ (*б*):
$P_п$ – противодействующие силы пружин возврата $P_{п.в.}$ и контактного нажатия $P_{п.к.}$;
$P_э$ – электромагнитные силы при разных МДС обмотки F;
1 – якорь; 2 – сердечник; 3 – стоп; 4 – магнитопровод; 5 – катушка

Общая компоновка и основные характеристики и параметры МС (геометрические размеры, рабочий зазор, действующие силы и т.п.) определяются в общем случае видом изделия, в котором используется эта МС, и степенью новизны разрабатываемого аналога. В отношении МС нового ОГК, разрабатываемого по технологиям реверс-инжиниринга, указанные показатели являются известными, и поэтому основная задача проектирования сводится к оптимизации МС с учетом результатов выбора МДС и выявленных зависимостей электромагнитной силы от особенностей этой МС, в первую очередь от соотношений геометрических параметров узла «якорь–сердечник» и новых требований (при необходимости).

Расчет магнитодвижущих сил (МДС) удобно вести относительно электромагнитной силы удерживания якоря, которая может быть определена с использованием графических построений (рис. 2, *б*) как

$$P_{э.уд} = K_з (P_к + P_{п.в.2}),$$

где $P_к$ – контактное нажатие; $P_{п.в.2}$ – сила возвратной пружины в сжатом состоянии; $K_з$ – коэффициент запаса, обеспечивающий надежное удерживание с учетом разброса параметров и внешних механических воздействий ($K_з$=1,2÷1,5).

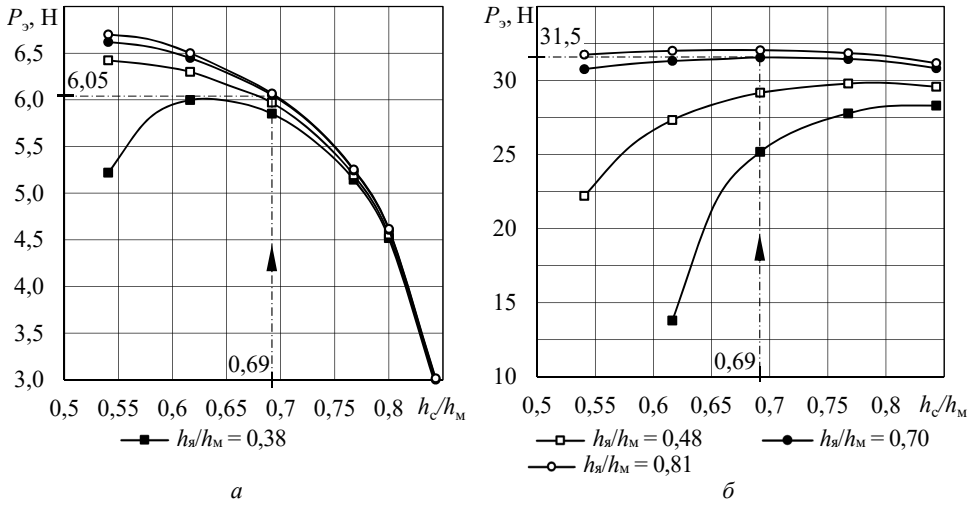
По результатам расчета МС при известном значении $P_{э.уд}$ находится МДС удерживания $F_{уд}$ и при заданном коэффициенте включения (форсировки) $K_ф$ – значение МДС включения $F_{вкл}$:

$$F_{вкл} = K_ф F_{уд}.$$

Проверка правильности выбранных МДС может быть выполнена сопоставлением силовых характеристик МС. В качестве примера на рис. 2, *б* приведены противодействующие характеристики МС промышленного образца контактора и ее расчетные тяговые характеристики при $F_{уд}$=130 А и $F_{вкл}$=660 А.

Одной из основных задач проектирования рассматриваемой МС является определение оптимальных величин геометрических параметров элементов конструкции, определяющих ее отличие. Наиболее характерные из них (рис. 2, *а*): высота $h_с$ и диаметр $d_с$ полого сердечника 2; высота $h_я$ и диаметры $d_я$ и d_1 якоря 1; диаметр фланца $d_ф$ ($d_ф \approx d_1$) и технологический зазор $\delta_т$ между якорем 1 и полым сердечником 2. Параметры якоря 1 и сердечника 2 могут варьироваться в определенном диапазоне для конкретного типоразмера МС (для типоисполнения контактора по номинальному току), которые удобно выразить при расчетах относительно габаритов МС: высоты $h_м$ и диаметра $d_м$ магнитопровода (в примерах расчета $h_м$=18,5 мм, $d_м$=47,6 мм). В качестве критерия оценки этих соотношений при исследованиях выбрана электромагнитная сила $P_э$.

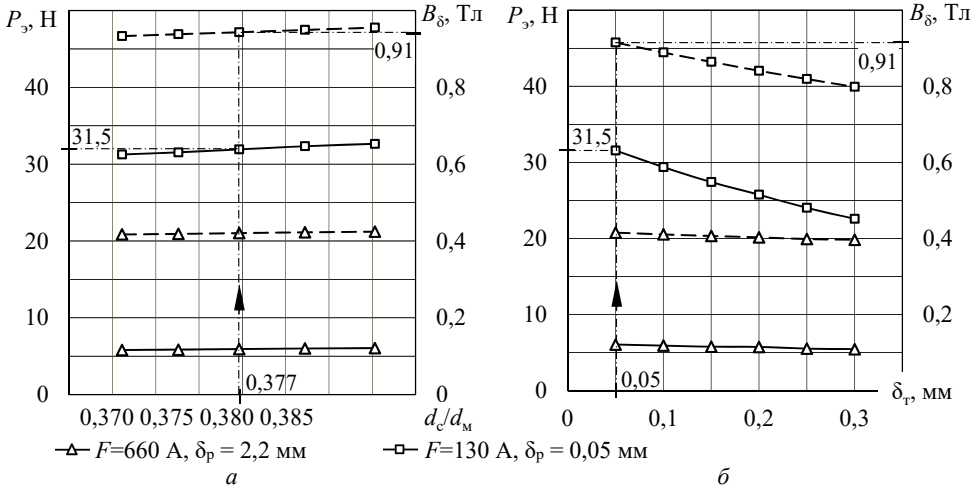
На рис. 3 представлены результаты расчетов силы $P_э$ в зависимости от соотношений $h_с/h_м$ при различных значениях соотношения $h_я/h_м$ для характерных режимов работы МС. Как следует из рис. 3, максимальные значения $P_э$ обеспечиваются при $(h_я/h_м)>0{,}7$ и $(h_с/h_м) \approx (0{,}6 \div 0{,}7)$. Значения параметров, выделенные штрихпунктирными линиями, соответствуют данным образцам и являются близкими к оптимальным.



а *б*

Рис. 3. Расчетные зависимости электромагнитной силы ($P_э$) от соотношения высот сердечника и магнитопровода ($h_с/h_м$) при разных соотношениях высот якоря и магнитопровода ($h_я/h_м$) в режиме включения (а) при F = 660 А, $\delta_р$ = 2,2 мм и в режиме удерживания (*б*) при F = 130 А, $\delta_р$ = 0,05 мм

На рис. 4, *а* приведены зависимости электромагнитной силы от соотношения диаметров сердечника и магнитопровода (МС) $d_с/d_м$. При расчетах значения других диаметров ($d_я$, $d_ф$, d_1 и d_2) установлены исходя из условия равенства площадей сечений сердечника и якоря при фиксированных значениях $d_с$. При МДС включения сила $P_э$ с изменением диаметра $d_с$ практически не меняется, а при МДС удерживания изменяется не более чем на 6%. Также несущественно меняется сила $P_э$ с изменением технологического зазора $\delta_т$ в пределах, возможных от конструктивного выполнения этого узла (рис. 4, *б*). Наибольшее уменьшение $P_э$ с увеличением $\delta_т$ возможно в режиме удерживания якоря до 28%.

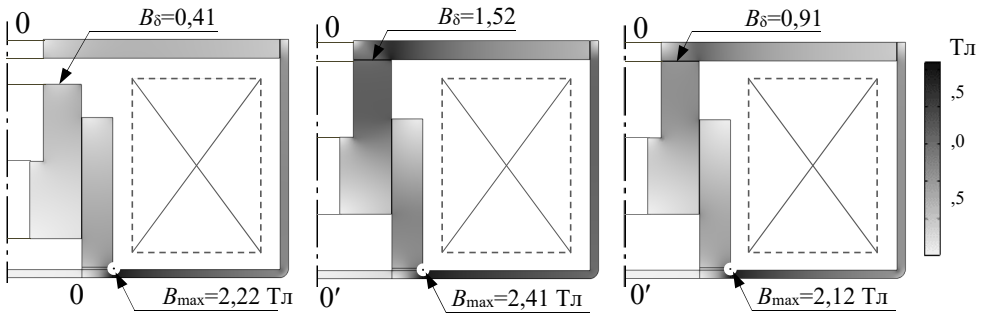


а *б*

Рис. 4. Зависимости силы $P_э$ (сплошные линия) и индукции в зазоре $B_δ$ (штриховые линии) от соотношения диаметров $d_с/d_м$ (а) и от величины технологического зазора $\delta_т$ между якорем и сердечником (б) при разных МДС обмотки и рабочих зазорах

Оценка выбора геометрических размеров МС выполнена по результатам расчета магнитной индукции в сечениях магнитопроводящих деталей и в рабочем зазоре МС при разных значениях МДС обмотки, рабочего зазора и геометрических параметров узла «якорь–сердечник». На рис. 5 в фоновом изображении показано распределение индукции для наиболее характерных режимов работы МС. При притянутом якоре в начальный момент включения, который длится менее 100 мс, значительная часть МС находится в состоянии, близком к насыщению (рис. 5, *б*), и индукция составляет B = (1,5÷2,4) Тл, а при срабатывании (рис. 5, *а*) и удерживании (рис. 5, *в*) индукция в основной части МС составляет порядка B = (0,4÷0,95) Тл, что близко к граничному значению $B_{гр}$, при котором относительная магнитная проницаемость максимальная [1] (у применяемых в электромагнитах сталей марок 10895, 10850 и Ст.10 – $B_{гр}$ = 0,8÷0,95 Тл.).

Магнитная индукция в рабочем зазоре $B_δ$, следовательно, на поверхности притянутых магнитных полюсов при разных соотношениях геометрических параметров системы близка к граничной $B_{гр}$. Все это свидетельствует о правильном выборе сечений магнитопроводящих деталей МС.



а *б* *в*

Рис. 5. Распределение магнитной индукции при разных режимах работы и параметрах системы:
а – трогание якоря ($\delta_р$ = 2,2 мм, $\delta_т$ = 0,05 мм, F = 660 А);
б – включенное состояние в режиме форсировки ($\delta_р$ = 0,05 мм, $\delta_т$ = 0,05 мм, F = 660 А);
в – удерживание ($\delta_р$ = 0,05 мм, $\delta_т$ = 0,05 мм, F = 130 А)

Единственно, что следует отметить, – высокое значение индукции на стыке основания сердечника с магнитопроводом (на рис. 5 указаны максимальные расчетные значения в точке).

Интерес представляет степень влияния на работу МС сил трения между якорем и сердечником, возникающих из-за электромагнитных сил их взаимного притяжения вследствие возможных технологических несоосностей. Как показывают результаты экспериментов, такие силы в МС с минимальным технологическим зазором $\delta_т \approx$0,05 мм составляют не более 13,3 г, это около 2,6% от силы пружины возврата. Поэтому при расчетах ими можно пренебречь.

Выводы. 1. Предложен подход определения магнитодвижущих сил обмотки управления броневой МС с полым сердечником, проектируемого по технологиям реверс-инжиниринга, исходя из режима удерживания якоря.

2. Получены расчетные зависимости электромагнитной силы от конструктивных параметров характерного для рассматриваемой МС узла «якорь–сердечник», по результатам которых установлены оптимальные значения этих параметров.

3. Выполнена оценка правильности выбора параметров МС сопоставлением расчетных значений магнитной индукции в МС с граничным значением индукции материала, при котором относительная магнитная проницаемость максимальна.

Литература

1. *Васильев Е.Г.*, *Иванов И.П.*, *Самуилов Д.В.*, *Свинцов Г.П.* Обобщенные электромагнитные характеристики клапанных электромагнитов модульных контакторов // Вестник Чувашского университета. 2018. № 3. С. 33–43.

2. *Лобов Б.Н., Медведев В.В., Чамлай С.В.* О влиянии соотношений геометрических параметров электромагнита броневого типа с внутренним воротничком на развиваемые им электромагнитные усилия // Промышленная энергетика. 2023. № 1. С. 24–31. DOI: 10.34831/EP.2023.26.40.004.

3. *Любчик М.А.* Оптимальное проектирование силовых электромагнитных механизмов. М.: Энергия, 1974. 392 с.

4. *Никитина О.А.* Усовершенствование методик синтеза форсированных втяжных броневых электромагнитов постоянного напряжения: дис. канд. техн. наука. Чебоксары, 2017. 140 с.

5. *Bo Zhang, Miao Zhang, Ting Dong.* High-Fidelity Digital Twin Modeling Method for Contactor Operation Simulation. *13th International Symposium on Linear Drives for Industry Applications (LDIA)*. Wuhan, China, 2021, pp. 1–4. DOI: 10.1109/LDIA49489.2021.9505888.

6. Contactors Gigavac. Available at: https://www.sensata.com/products/gigavac-power-contactors-fuses (Accessed Date 2023, July 3).

7. Contactors Kilovac. Available at: https://www.te.com/usa-en/products/brands/kilovac.html?tab=pgp-story (Accessed Date 2023, July 3).

8. High Voltage DC Relay Hongfa. Available at: https://www.hongfa.com/en/Product/List/NewEnergy (Accessed Date 2023, July 3).

9. High-Voltage Contactors TDK. Available at: https://www.tdk-electronics.tdk.com/en/hvc_presentation (Accessed Date 2023, July 3).

10. *Naka Y., Shiba Y., Sakurai Y.* "SVE135" Sealed High-Voltage Contactor Having High Overcurrent Withstand Capability. *Fuji Electric Review,* 2017, vol. 63, no. 3, pp. 174–179.

11. Power Relays Kissling. Available at: https://www.te.com/usa-en/products/brands/kissling.html?tab=pgp-story (Accessed Date 2023, July 3).

12. *Sakata M., Takemoto T.* Simulation Technology Supporting Development of Sealed High-Voltage Contactors. *Fuji Electric Review*, 2017, vol. 63, no 3, pp. 180–185.

ВАСИЛЬЕВ ЕВГЕНИЙ ГЕОРГИЕВИЧ – старший научный сотрудник, АО «ВНИИР-Прогресс», Россия, Чебоксары (veg@vniir.ru).

ИВАНОВ ИВАН ПЕТРОВИЧ – кандидат технических наук, главный научный сотрудник, АО «ВНИИР-Прогресс», Россия, Чебоксары (ipivanov@vniir.ru).

МИХАЙЛОВ АЛЕКСЕЙ ВАЛЕРЬЕВИЧ – кандидат технических наук, руководитель направления, АО «ВНИИР-Прогресс»; и.о. заведующего кафедрой электрических и электронных аппаратов, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (avmihailov@vniir.ru).

Evgeniy G. VASILYEV, Ivan P. IVANOV, Alexey V. MIKHAILOV

DESIGN PARAMETERS OF THE MAGNETIC SYSTEM WITH A HOLLOW CORE OF A SINGLE-POLE HERMETICALLY SEALED DC CONTACTOR

Key words: *hermetic contactor, armored electromagnet, design, electromagnetic force, numerical simulation, design parameters, magnetic induction.*

Single-pole sealed DC contactors are produced by many foreign electrical engineering companies, and there are no modern analogues of Russian production. One of the problems when creating such contactors is the design of the magnetic system, which is the subject of the article.

The purpose of the study *is to identify the optimal magnetomotive and electromagnetic forces of an armored electromagnet with a hollow core.*

Materials and methods. *The studies were carried out on the basis of the magnetic system of the EV200 contactor from Kilovac, taking into account possible refinements of its geometric parameters. The calculation of the electromagnetic force was carried out by numerical simulation by the finite element method in Comsol Multiphysics.*

Research results*. The design features of the magnetic system used in contactors from Gigavac and Kilovac are described. Calculation studies of the electromagnetic force were carried out for various ratios of the geometric parameters of the armature-core assembly, which characterize the distinctive features of the magnetic system. The dependences of the electromagnetic force on the design parameters of an armored electromagnet with a hollow core were obtained. Based on the results of the distribution of magnetic induction, an assessment of the correctness of the choice of parameters of the magnetic system was made.*

Conclusions*. The proposed approaches to calculating electromagnetic and magnetomotive forces are verified by comparing the calculation results with the data of an industrial design and can be used in the development of contactors manufactured in Russia.*

References

1. Vasil'ev E.G., Ivanov I.P., Samuilov D.V., Svintsov G.P. *Obobshchennye elektromagnitnye kharakteristiki klapannykh elektromagnitov modul'nykh kontaktorov* [Generalized electromagnetic characteristics of valve electromagnets of modular contactors]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2018, no. 3, pp. 33–43.

2. Lobov B.N., Medvedev V.V., Chamlai S.V. *O vliyanii sootnoshenii geometricheskikh parametrov elektromagnita bronevogo tipa s vnutrennim vorotnichkom na razvivaemye im elektromagnitnye usiliya* [On the effect of the ratios of geometric parameters of a shell-type (pot) electromagnet with an inner collar on the parameters developed electromagnetic forces]. *Promyshlennaya energetika,* 2023, no. 1, pp. 24–31. DOI: 10.34831/EP.2023.26.40.004.

3. Lyubchik M.A. *Optimal'noe proektirovanie silovykh elektromagnitnykh mekhanizmov* [Optimal design of power electromagnetic mechanisms]. Moscow, Energiya Publ., 1974, 392 p.

4. Nikitina O.A. *Usovershenstvovanie metodik sinteza forsirovannykh vtyazhnykh bronevykh elektromagnitov postoyannogo napryazheniya: dis. … kand. tehn. nauk* [Improvement of techniques of synthesis forced involved armored electromagnets of a constant voltage. Cand. Diss.]. Cheboksary, 2017, 140 p.

5. *Bo Zhang, Miao Zhang, Ting Dong.* High-Fidelity Digital Twin Modeling Method for Contactor Operation Simulation. *13th International Symposium on Linear Drives for Industry Applications (LDIA)*. Wuhan, China, 2021, pp. 1–4. DOI: 10.1109/LDIA49489.2021.9505888.

6. Contactors Gigavac. Available at: https://www.sensata.com/products/gigavac-power-contactors-fuses (Accessed 3 July 2023).

7. Contactors Kilovac. Available at: https://www.te.com/usa-en/products/brands/kilovac.html?-tab=pgp-story (Accessed 3 July 2023).

8. High Voltage DC Relay Hongfa. Available at: https://www.hongfa.com/en/Product/List/-NewEnergy (Accessed 3 July 2023).

9. High-Voltage Contactors TDK. Available at: https://www.tdk-electronics.tdk.com/en/-hvc_presentation (Accessed 3 July 2023).

10. Naka Y., Shiba Y., Sakurai Y. "SVE135" Sealed High-Voltage Contactor Having High Overcurrent Withstand Capability. *Fuji Electric Review,* 2017, vol. 63, no. 3, pp. 174–179.

11. Power Relays Kissling. Available at: https://www.te.com/usa-en/products/brands/kissling.html?tab=pgp-story (Accessed 3 July 2023).

12. Sakata M., Takemoto T. Simulation Technology Supporting Development of Sealed High-Voltage Contactors. *Fuji Electric Review*, 2017, vol. 63, no 3, pp. 180–185.

EVGENIY G. VASILYEV – Senior Researcher, JSC «VNIIR-Progress», Russia, Cheboksary (veg@vniir.ru).

IVAN P. IVANOV – Candidate of Technical Sciences, Chief Researcher, JSC «VNIIR-Progress», Russia, Cheboksary (ipivanov@vniir.ru).

ALEXEY V. MIKHAILOV – Candidate of Technical Sciences, Head of Direction, JSC «VNIIR-Progress»; Acting Head of Electrical and Electronic Apparatus Department, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (avmihailov@vniir.ru).

Формат цитирования: *Васильев Е.Г., Иванов И.П., Михайлов А.В.* Проектные параметры магнитной системы с полым сердечником однополюсного герметичного контактора постоянного тока // Вестник Чувашского университета. – 2023. – № 4. – С. 66–73. DOI: 10.47026/1810-1909-2023-4-66-73.

DOI: 10.47026/1810-1909-2023-4-74-84
УДК 621.314
ББК 31.264-08

А.А. ДИМИТРИЕВ, Г.М. МИХЕЕВ, Х.У. КАЛАНДАРОВ

ПРИМЕНЕНИЕ АЛГОРИТМА ДЕРЕВА РЕШЕНИЙ ДЛЯ ОЦЕНКИ РЕЗУЛЬТАТОВ ХРОМАТОГРАФИЧЕСКОГО АНАЛИЗА ТРАНСФОРМАТОРНОГО МАСЛА

***Ключевые слова**: силовые трансформаторы, диагностирование, трансформаторное масло, эксплуатационный персонал, хроматографический анализ растворенных газов, алгоритм дерева решений.*

Силовой маслонаполненный трансформатор является основным звеном в процессе преобразования и передачи электрической энергии в электрических сетях практически на всех классах напряжений. На данный момент в нашей стране эксплуатируется со значимым превышением срока эксплуатации более 50% из них, что повышает требования к их надлежащему техническому контролю и полноценной диагностике всех его основных узлов.

***Цель исследования** – рассмотрение способов упрощения и автоматизации процесса технического диагностирования силового маслонаполненного оборудования посредством применения методов искусственного интеллекта, а именно алгоритма дерева решений для оценки результатов хроматографического анализа трансформаторного масла.*

***Материалы и методы.** В качестве исходных данных рассмотрены и проанализированы результаты хроматографического анализа растворенных газов в трансформаторном масле, проведенные в течение периода времени с 11 декабря 2009 г. по 12 декабря 2020 г. для двух силовых трансформаторов классом напряжения 110 кВ, установленных в энергосистеме одного из регионов страны. В качестве программного приложения, используемого для диагностирования технического состояния силового трансформатора с помощью методов искусственного интеллекта, нами выбрано бесплатное приложение Deductor Academic 5.3 Build 0.46.*

***Результаты исследования.** В статье рассмотрено применение перспективного метода (алгоритма дерева решений) интерпретации данных, получаемых по результатам хроматографического анализа растворенных газов в трансформаторном масле. Данные анализа подвергались обработке посредством методов искусственного интеллекта, результатом работы которых являлись достоверность и точность определения технического состояния силового маслонаполненного трансформатора.*

***Выводы.** По результатам исследования можно отметить, что для внедрения искусственного интеллекта при решении задачи диагностики силового трансформатора с помощью применения результатов хроматографического анализа предложен алгоритм дерева решений.*

Введение. Хроматографический анализ растворенных в масле газов (ХАРГ) является одним из эффективных методов диагностирования высоковольтного маслонаполненного электрооборудования [1, 2, 4, 5, 9–11]. Этот метод применяют для определения причин возникновений дефектов, степени их опасности. С его помощью возможно определение местоположения неисправности отдельных узлов внутри бака трансформатора, что позволяет повысить эффективность и достоверность оценки технического состояния дорогостоящего электрооборудования.

Использование этого метода также позволяет спрогнозировать риски, возникающие в процессе эксплуатации вышеназванных устройств. В дальнейшем на основе анализа полученных данных необходимо принять меры, препятствующие выходу их из строя.

Однако процесс диагностирования напрямую зависит от механизма интерпретации результатов ХАРГ. В частности, определяющим нормативным документом в части исследования вышеназванных устройств по этому методу является СТО 34.01-23-003-2019 «Методические указания по техническому диагностированию развивающихся дефектов маслонаполненного высоковольтного электрооборудования по результатам анализа газов, растворенных в минеральном трансформаторном масле»[1].

Для грамотной оценки, например, состояния силового трансформатора, эксплуатационному персоналу необходимо руководствоваться данным документом, а также иметь не только представление о процессах, протекающих в нём, но и обладать соответствующим опытом и компетенциями.

С точки зрения упрощения процесса технического диагностирования удобно пользоваться экспертными приложениями, с помощью которых возможно интерпретировать полученные данные на основе имеющихся знаний и похожих случаев [3, 15]. Такое приложение позволит дать оценку состоянию электрооборудования напрямую, без участия человека. Стоит отметить, что современное развитие технологий позволяет с помощью методов искусственного интеллекта (ИИ) и обработки данных испытаний и измерений силового трансформатора создавать указанные приложения [7].

Цель исследования – рассмотрение способов упрощения и автоматизации процесса технического диагностирования силового маслонаполненного оборудования посредством применения методов искусственного интеллекта, а также использование алгоритма дерева решений для оценки результатов хроматографического анализа трансформаторного масла.

Материалы и методы исследования. В качестве исходных данных рассмотрены и проанализированы результаты хроматографического анализа растворенных газов в трансформаторном масле, проведенные в течение периода времени с 11 декабря 2009 г. по 12 декабря 2020 г. для двух силовых трансформаторов классом напряжения 110 кВ, установленных в энергосистеме одного из регионов нашей страны.

В качестве программного приложения, используемого для моделирования процессов диагностирования технического состояния силового трансформатора с помощью методов ИИ нами выбрано бесплатное приложение *Deductor Academic 5.3 Build 0.46*. Это приложение обладает множеством инструментов для обработки исходных сведений, в том числе и рассматриваемым алгоритмом искусственного интеллекта. Данные были предварительно обработаны

[1] СТО 34.01-23-003-2019. Методические указания по техническому диагностированию развивающихся дефектов маслонаполненного высоковольтного электрооборудования по результатам анализа газов, растворенных в минеральном трансформаторном масле. М.: ПАО «Россети», 2019. 63 с.

программными средствами, встроенными в приложение *Deductor Academic*, с целью повышения их качества и достоверности.

Результаты исследования. Рассмотрим некоторые примеры математических аппаратов ИИ, а именно алгоритм дерева решений для реализации этой задачи.

Дерево решений (или дерево принятия решений, или дерево классификации, или регрессионное дерево) – средство поддержки принятия решений, использующееся в методах искусственного интеллекта, анализе данных и статистике [8, 15].

Структура дерева представляет собой «листья» и «ветки». На рёбрах («ветках») дерева решения записаны признаки, от которых зависит целевая функция, в «листьях» записаны значения целевой функции, а в остальных узлах – признаки, по которым различаются случаи. Чтобы классифицировать новый случай, надо спуститься по дереву до листа и выдать соответствующее значение [12]. В отличие от нейронных сетей деревья как модели аналитического решения задачи формируются более простым образом, потому что правила генерируются на естественном языке: например, «Если целевой параметр имеет значение меньше «0,01», то он имеет нормальное значение».

Правила генерируются за счет обобщения множества отдельных наблюдений на основе обучающих примеров, описывающих рассматриваемую область технической задачи диагностирования состояния электрооборудования [6 ,16]. Поэтому их называют индуктивными правилами, а сам процесс обучения – индукцией «деревьев решений». В обучающем множестве для примеров должно быть задано целевое значение, так как деревья решений – модели, создаваемые на основе обучения с учителем [14].

Широкомасштабное внедрение искусственного интеллекта в электротехнические комплексы и системы нашей страны позволит наиболее эффективно и надежно управлять существующими объектами электроэнергетики. Использование практически всех имеющихся методов искусственного интеллекта способно свести к минимуму зависимость процессов управления в электроэнергетических структурах от человека. Однако для полномасштабного включения искусственного интеллекта в электроэнергетику следует провести больше количество исследований, чтобы изучить, на что способен его алгоритмический аппарат.

В качестве программного приложения, используемого для моделирования диагностирования силового трансформатора с помощью ИИ, нами выбрано бесплатное приложение *Deductor Academic* 5.3 *Build* 0.46 (входит в состав аналитической платформы *Deductor Academic*) [13]. Это приложение обладает интуитивно-понятным интерфейсом, множеством инструментов для обработки данных.

В качестве одного из инструментов используется алгоритм дерева принятия решений (ДПР). Входными данными для обучения ДПР является таблица результатов ХАРГ. В качестве итогового значения определяются три состояния силового трансформатора [10]:

– нормальное (содержание газов не превышает допустимых значений), в дальнейшем это состояние везде будет обозначаться зелёным цветом;

– требующего внимание (не превышает предельных допустимых значений), в дальнейшем это состояние везде будет обозначаться голубым цветом;

– аварийное (превышает предельно допустимые значения концентраций растворенных в трансформаторном масле газов), в дальнейшем это состояние везде будет обозначаться красным цветом.

Рассмотрим процесс диагностирования на примере результатов ХАРГ, полученного на одном реальном силовом трансформаторе. В табл. 1 приведены данные о концентрациях характерных газов, упорядоченных по датам. Значения растворенных газов здесь приведены в объёмных долях, % от общего объема.

Таблица 1

Часть таблицы с результатами хроматографического анализа трансформаторного масла рассматриваемого преобразователя напряжения (указано 16 строк из 46)

Дата	H_2	CH_4	C_2H_4	C_2H_6	C_2H_2	CO	CO_2	состояние
11.12.2009	0,003	0,0005	0,001	0,0005	0,0007	0,015	0,33	нормальное
23.07.2010	0,002	0,0003	0,0005	0,0001	0,0008	0,011	0,13	нормальное
12.11.2010	0,003	0,0005	0,0008	0,0001	0,0005	0,015	0,19	нормальное
19.05.2011	0,004	0,0007	0,0012	0,0002	0,0004	0,013	0,2	нормальное
22.11.2011	0,004	0,0008	0,0012	0,0002	0,0003	0,02	0,27	нормальное
17.05.2012	0,005	0,0007	0,0011	0,0002	0,0003	0,014	0,28	нормальное
27.11.2012	0,011	0,0194	0,0429	0,0038	0,0029	0,014	0,28	аварийное
28.11.2012	0,011	0,0196	0,0439	0,0039	0,0027	0,014	0,29	аварийное
27.03.2013	0,005	0,0132	0,038	0,0035	0,0022	0,011	0,25	аварийное
22.05.2013	0,005	0,0104	0,0344	0,0034	0,0022	0,012	0,27	аварийное
31.10.2013	0,004	0,0048	0,0261	0,0026	0,0011	0,013	0,23	требует внимания
30.01.2014	0,004	0,0038	0,0239	0,0026	0,001	0,012	0,27	требует внимания
27.02.2014	0,004	0,0036	0,0235	0,0025	0,0011	0,011	0,28	требует внимания
17.04.2014	0,005	0,0031	0,0219	0,0024	0,0009	0,011	0,25	нормальное
25.04.2014	0,001	0,0002	0,0018	0,0002	0,0001	0,001	0,02	нормальное
25.04.2014	0,015	0,002	0,0032	0,0003	0,0023	0,001	0,03	аварийное

Статистика загруженных данных, по гистограмме которой следует, что необходимо произвести проверку качества данных, представлена на рис. 1.

Здесь в ходе проверки вычисляются основные статистические данные характерных газов, являющиеся входным набором для обучения и работы алгоритма ДПР: минимальные и максимальные, средние значения, сумма и квадрат суммы, стандартное отклонение по каждому из столбцов, указанной из табл. 1.

Для параметра «состояние» указано три возможных варианта, которые являются выходными (диагностическими) значениями. В то время как параметр «Состояние_*OUT*», являющийся расчетным, принимает только два значения вследствие внутренней математической обработки.

На рис. 2 представлены результаты проверки, которые указывают на то, что необходимо произвести ограничение выбросов и полученных экстремальных данных для столбцов со значениями растворенных газов, таких как водород (H_2), метан (CH_4), этан (C_2H_4).

Характерные газы имеют непрерывный вид и вещественный тип данных, а состояние является строковой переменной, имеющей дискретный тип.

	Метка столбца	Статистика: Кол-во значений = 46								
		Гистогра...	Мини...	Макс...	Сред...	Стан...	Сумма	Σ² Сумм...	|s| Кол-в...	|∅| Кол-в...
1	Дата		11.12.2009	22.10.2020	16 18:46:57	дн. 11:45:13				0
2	9.0 H2		0	0,015	4602173913	3010462433	0,2117	0,00138211		0
3	9.0 CH4		0	0,0196	2267391304	4448972633	0,1043	0,00112719		0
4	9.0 C2H4		0,0001	0,0439	3932608696	1212179038	0,3189	0,00882301		0
5	9.0 C2H6		0	0,0039	7739130435	1122781226	0,0356	8,428E-5		0
6	9.0 C2H2		0	0,0029	1006521739	7942577734	0,0463	7,499E-5		0
7	9.0 CO		0,001	0,021	1018043478	4940518172	0,4683	0,00586589		0
8	9.0 CO2		0,02	0,33	1856630435	3320656854	8,5405	1,89720521		0
9	ab состояние		5	6	5,391	0,493	248	1348	3	0
10	ab состояние_OUT		6	6	6	0	276	1656	2	0

Рис. 1. Статистическая предварительная обработка входных данных дерева решений

Оценка качества данных

№	Столбец	Тип данных	Вид данных	Пропуски		Выбросы		Экстремальные		Кол-во уникальных	Качество данных	Резюме
				Кол-во	Действие	Кол-во	Действие	Кол-во	Действие			
1	Дата	Дата/В...	Непрер...								0,9502	Пригоден
2	H2	9.0 Вещест...	Непрер...			1	Ограничив...				0,7541	Предобра...
3	CH4	9.0 Вещест...	Непрер...			2	Ограничив...				0,3459	Предобра...
4	C2H4	9.0 Вещест...	Непрер...			1	Ограничив...				0,3496	Предобра...
5	C2H6	9.0 Вещест...	Непрер...								0,8103	Пригоден
6	C2H2	9.0 Вещест...	Непрер...								0,8904	Пригоден
7	CO	9.0 Вещест...	Непрер...								0,9218	Пригоден
8	CO2	9.0 Вещест...	Непрер...								0,9127	Пригоден
9	состояние	ab Строко...	Дискре...							3	0,8360	Пригоден

Рис. 2. Результаты проверки качества загруженных входных данных дерева решений

Качество данных – обобщенное понятие, характеризующее степень пригодности информации для анализа. Существует ряд критериев, которые используются для оценки правильности, полноты, точности и надежности, используемых для решения задач ИИ данных [14].

В столбце «Качество данных» у некоторых газов выставлено значение, меньшее «0,8», т.е. они непригодны для дальнейшей работы в качестве входных данных для ИИ. Указанные значения выходят из статистического диапазона величин, приведённых на рис. 1, для таких газов, как водород (H_2), метан (CH_4) и этан (C_2H_4). В связи с этим приложение выставило соответствующее

оповещение о «предварительной обработке» указанных выбросов значений вышеупомянутых газов.

Приведение исходных «сырых» данных в соответствие с требуемыми критериями качества является важнейшей задачей работы алгоритмов ИИ и образует направление, называемое предварительной обработкой данных.

В предварительной обработке данных для их дальнейшего использования в алгоритмах ИИ применяются такие манипуляции, как заполнение пропусков, выборочная обработка, редактирование выбросов и экстремальных значений методами аппроксимации и интерполяции [14].

В нашем случае внутренними средствами программного приложения *«Deductor Academic»* была произведена предварительная обработка данных методом интерполяции. Дальнейшие попытки по улучшению качества данных значительных успехов не давали, по этой причине было принято решение строить дерево решений на основе последних обработанных данных.

Из всего массива входных данных алгоритм выявил наиболее характерный газ – ацетилен (C_2H_2). Концентрация данного газа является наиболее характерной в роли диагностического фактора при разборе результатов ХАРГ [10, 12]. Результат выделения целевого атрибута приведен на рис. 3.

Целевой атрибут: состояние

№	Номер	Атрибут	Значимость, %
1	6	C2H2	100,000
2	5	C2H6	0,000
3	8	CO2	0,000
4	7	CO	0,000
5	2	H2	0,000
6	1	Дата	0,000
7	4	C2H4	0,000
8	3	CH4	0,000

Рис. 3. Определение целевого атрибута, наиболее влияющего на выходное состояние

Алгоритмом самостоятельно выделено разграничение состояний силового трансформатора на основе количества растворенного ацетилена, определенного по результатам ХАРГ в трансформаторном масле, что приведено на рис. 4.

Условие	Следствие	Поддержка	Достоверность
ЕСЛИ		37	22
C2H2 < 0,00105	нормальное	23	22
C2H2 >= 0,00105		14	10
C2H2 < 0,00135	требует внимания	3	3
C2H2 >= 0,00135	аварийное	11	10

Рис. 4. Разграничение целевого атрибута, полученного при работе алгоритма дерева решений при анализе результатов ХАРГ первого трансформатора

Математическим аппаратом алгоритма дерева решений автоматически произошло разграничение целевого атрибута – концентрации растворенного

газа ацетилена (C_2H_2). Выделены с высокой поддержкой решения и достоверностью границы концентрации (в %), в которых будет определяться техническое состояние электрооборудования.

Воспользовавшись встроенным в приложение инструментом «Что – если», определим достоверность соотношения входных (концентраций растворенных газов) и выходных (состояние электрооборудования) данных, приведенных в табл. 1. Анализ соотношений входных и выходных данных приведен на рис. 5.

№	Номер правила	Условие			Следствие	Поддержка		Достоверность	
		Показатель	Знак	Значение	состояние	Кол-во	%	Кол-во	%
1	1	9.0 C2H2	<	0,00105	нормальное	23	62,16	22	95,65
2	2	9.0 C2H2	>=	0,00105	требует внимания	3	8,11	3	100,00
		9.0 C2H2	<	0,00135					
3	3	9.0 C2H2	>=	0,00105	аварийное	11	29,73	10	90,91
		9.0 C2H2	>=	0,00135					

Рис. 5. Инструмент «Что – если»

Алгоритм дерева решений с высокой точностью, поддержкой и достоверностью определил верность указанных в табл. 1 данных.

Распознавание результатов ХАРГ трансформаторного масла алгоритмом дерева решений получилось достаточно высоким, что можно наблюдать из таблицы сопряженности, показанной на рис. 6.

	Классифицировано			
Фактически	аварийное	нормальное	требует внимания	Итого
аварийное	12			12
нормальное		28		28
требует внимания	1	1	4	6
Итого	13	29	4	46

Рис. 6. Таблица сопряженности на примере выходных данных по состоянию первого силового трансформатора (ДПР)

Алгоритм дерева решений с высокой точностью определяет три значения технического состояния силового трансформатора, что более чем достаточно для детальной диагностики электрооборудования. При этом были дополнительно распознаны два состояния («Авария» и «Норма», выделенные в третьей строке), которые были заданы неверно в исходных данных, указанных в табл. 1.

Рассмотрим работу сформированного алгоритма дерева решений для интерпретации результатов ХАРГ другого силового трансформатора.

Сделаем допущение, что силовой трансформатор обладает всеми аналогичными характеристиками (мощность, тип защиты масла, марка залитой диэлектрической жидкости и иные характеристики) и установлен на той же подстанции. В табл. 2 приведены данные ХАРГ и результаты распознавания алгоритмом дерева решений. Точность распознавания и достоверность зависимости входных данных от выходной оценки достигают практически 100%.

Таблица 2

Результаты распознавания алгоритмом дерева решений хроматографического анализа газов второго трансформатора

Дата	H_2	CH_4	C_2H_4	C_2H_6	C_2H_2	CO	CO_2	Состояние
11.12.2009	0,0010	0,0008	0,0157	0,0011	0,0000	0,0450	0,4900	требует внимания
22.07.2010	0,0010	0,0009	0,0169	0,0013	0,0000	0,0640	0,5700	аварийное
12.11.2010	0,0010	0,0008	0,0176	0,0014	0,0000	0,0550	0,5600	аварийное
19.05.2011	0,0010	0,0008	0,0168	0,0014	0,0000	0,0460	0,5300	аварийное
22.06.2011	0,0010	0,0008	0,0182	0,0015	0,0001	0,0580	0,6100	аварийное
22.11.2011	0,0010	0,0007	0,0170	0,0014	0,0001	0,0560	0,5700	требует внимания
16.04.2012	0,0000	0,0006	0,0158	0,0013	0,0000	0,0380	0,5200	требует внимания
17.05.2012	0,0010	0,0007	0,0157	0,0013	0,0000	0,0450	0,5500	аварийное
27.09.2012	0,0010	0,0007	0,0154	0,0013	0,0000	0,0680	0,6200	аварийное
28.11.2012	0,0010	0,0007	0,0156	0,0013	0,0000	0,0620	0,6200	аварийное
27.03.2013	0,0000	0,0006	0,0158	0,0013	0,0001	0,0510	0,5800	аварийное
22.05.2013	0,0000	0,0003	0,0090	0,0008	0,0000	0,0260	0,3800	нормальное
31.10.2013	0,0000	0,0005	0,0089	0,0006	0,0000	0,0350	0,3600	нормальное
27.02.2014	0,0010	0,0005	0,0107	0,0008	0,0000	0,0310	0,4100	нормальное
20.05.2014	0,0010	0,0005	0,0108	0,0008	0,0002	0,0410	0,5300	нормальное
26.08.2014	0,0010	0,0007	0,0122	0,0009	0,0001	0,0620	0,6400	требует внимания
30.10.2014	0,0010	0,0007	0,0119	0,0008	0,0003	0,0620	0,6100	требует внимания
17.12.2014	0,0010	0,0006	0,0118	0,0008	0,0003	0,0440	0,5700	аварийное
25.02.2015	0,0000	0,0006	0,0115	0,0006	0,0003	0,0340	0,5600	нормальное
26.05.2015	0,0010	0,0007	0,0141	0,0008	0,0006	0,0420	0,6300	аварийное

Выводы. В ходе диагностирования технического состояния двух находящихся в эксплуатации силовых трансформаторов на основе хроматографического анализа растворенных газов в масле с помощью алгоритма дерева решений при использовании программного средства *Deductor Academic 5.3 Build 0.71* были получены следующие результаты. Применение алгоритма дерева решений позволяет эффективно интерпретировать результаты ХАРГ, а также упростить и автоматизировать процесс технического диагностирования силового маслонаполненного электрооборудования.

Литература

1. *Алексеев Б.А., Коган Ф.Л., Мамиконянц Л.М.* Объём и нормы испытаний электрооборудования. М.: Изд-во НЦ ЭНАС, 2003. 256 с.

2. *Алексеев Б.А.* Контроль состояния (диагностика) крупных силовых трансформаторов. М.: НЦ ЭНАС, 2002. 216 с.

3. *Баталыгин С.Н., Михеев Г.М., Шевцов В.М.* Инженерные инновации в региональной электроэнергетике // Электрооборудование: эксплуатация и ремонт. 2011. № 5. С. 36–40.

4. *Баталыгин С.Н., Михеев Г.М., Шевцов В.М.* Комплексное обследование силовых трансформаторов // Кибернетика электрических систем: сб. материалов XXVI сессии Всероссийского семинара «Диагностика энергооборудования». Новочеркасск: Южно-Российский гос. техн. ун-т, 2004. С. 14–16.

5. *Елтышев Д.К.* Интеллектуальные технологии в организации процесса эксплуатации электротехнического оборудования // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Электротехника, информационные технологии, системы управления. 2022. № 43. С. 119–135. DOI: 10.15593/2224-9397/2022.3.07.

6. *Димитров В.П., Борисова Л.В., Хубиян К.Л.* Моделирование знаний в задаче поиска причин неисправностей // Инженерные технологии и системы. 2021. Т. 31, № 3. С. 364–379. DOI: 10.15507/2658-4123.031.202103.364-379.

7. *Кильчанов С.В., Коротченков М.В., Щербатов И.А.* Применение деревьев решений при диагностике оборудования энергетики // Информационные технологии. Проблемы и решения. 2019. № 4(9). С. 32–36.

8. *Михеев Г.М.* Трансформаторное масло. Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2003. 156 с.

9. *Михеев Г.М.* Электростанции и электрические сети. Диагностика и контроль электрооборудования. Саратов: Профобразование, 2017. 297 с.

10. *Панасов В.Л.* Применение деревьев решений в экспертных системах диагностики // Материалы 58-й научной конференции профессорско-преподавательского состава РГУПС, Ростов-на-Дону, 20–22 апреля 1999 года / Ростовский государственный университет путей сообщения. – Ростов н/Д., 1999. С. 28.

11. Платформа Loginom. Официальный сайт компании BaseGroup Labs [Электронный ресурс]. URL: https://basegroup.ru/deductor/description/ (дата обращения: 23.06.2023).

12. *Рутковская Д.* Нейронные сети, генетические алгоритмы и нечеткие системы: пер. с польск. М.: Горячая линия-Телеком, 2013. 384 с.

13. *Селютин В.Е., Бодрилов П.А., Савиных В.А*. Применение искусственного интеллекта в сфере энергетики // Моя профессиональная карьера. 2021. Т. 1, № 28. С. 100–103.

14. *Хальясмаа А.И.* Машинное обучение как инструмент повышения эффективности управления жизненным циклом высоковольтного электрооборудования // Вестник Иркутского государственного технического университета. 2020. Т. 24, № 5(154). С. 1093–1104. DOI: 10.21285/1814-3520-2020-5-1093-1104.

15. *Lee C.T., Horng S.C.* Abnormality Detection of Cast-Resin Transformers Using the Fuzzy Logic Clustering Decision Tree. *Energies.,* 2020, vol. 13(10), pp. 2546–2550. DOI: 10.3390/en13102546.

16. *Loskutov A., Pelevin P., Vukolov V.* Improving the Recognition Of Operating Modes In Intelligent Electrical Networks Based On Machine Learning Methods. *E3S Web of Conferences.*, 2020, vol. 216, pp. 1034–1041. DOI: 10.1051/e3sconf/202021601034.

ДИМИТРИЕВ АНТОН АНАТОЛЬЕВИЧ – аспирант кафедры электроснабжения и интеллектуальных электроэнергетических систем имени А.А. Федорова, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (Meterling21@mail.ru).

МИХЕЕВ ГЕОРГИЙ МИХАЙЛОВИЧ – доктор технических наук, профессор кафедры электроснабжения и интеллектуальных электроэнергетических систем имени А.А. Федорова, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (mikheevg@rambler.ru; ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2208-9723).

КАЛАНДАРОВ ХУСЕЙДЖОН УМАРОВИЧ – кандидат технических наук, доцент кафедры транспортно-энергетических систем, Чебоксарский институт (филиал) Московского политехнического университета, Россия, Чебоксары (huseinjon.86@mail.ru).

Anton A. DIMITRIEV, Georgi M. MIKHEEV, Huseyjon U. KALANDAROV

APPLICATION OF THE DECISION TREE ALGORITHM TO EVALUATE THE RESULTS OF CHROMATOGRAPHIC ANALYSIS OF TRANSFORMER OIL

Key words: *power transformers, diagnostics, transformer oil, operational personnel, chromatographic analysis of dissolved gases, decision tree algorithm.*

Power oil-filled transformer is the main link in the process of conversion and transmission of electrical energy in electrical networks at almost all voltage classes. At the moment in our country more than 50% of them are operated with significant excess of service life,

which increases the requirements to their proper technical control and full-fledged diagnostics of all its main components.

The aim of the research *is to consider the ways of simplification and automation of the process of technical diagnostics of power oil-filled equipment by means of application of artificial intelligence methods, namely the decision tree algorithm for evaluation of the results of chromatographic analysis of transformer oil.*

Materials and Methods*. As input data, the results of chromatographic analysis of dissolved gases in transformer oil conducted from December 11, 2009 to December 12, 2020 for two power transformers of voltage class 110 kV installed in the power system of one of the regions of our country were considered and analyzed. As a software application used for diagnosing the technical condition of a power transformer using artificial intelligence methods, we selected the free application Deductor Academic 5.3 Build 0.46.*

Research results*. The article considers the application of a promising method (decision tree algorithm) of interpretation of data obtained as a result of chromatographic analysis of dissolved gases in transformer oil. The analysis data were processed by means of artificial intelligence methods, the result of which was the reliability and accuracy of determining the technical condition of the power oil-filled transformer.*

Conclusions. *According to the results of the study, a decision tree algorithm is proposed for the implementation of artificial intelligence in solving the problem of power transformer diagnostics using chromatographic analysis results.*

References

1. Alekseev B.A., Kogan F.L., Mamikonyants L.M. *Ob"em i normy ispytanii elektrooborudovaniya* [Scope and norms of testing of electrical equipment]. Moscow, 2003, 256 p.

2. Alekseev B.A. *Kontrol' sostoyaniya (diagnostika) krupnykh silovykh transformatorov* [Condition control (diagnostics) of large power transformers]. Moscow, 2002, 216 p.

3. Batalygin P.N., Mikheev G.M., Shevtsov V.M. *Inzhenernye innovatsii v regional'noi elektroenergetike* [Engineering innovations in the regional electric power industry]. *Elektrooborudovanie: ekspluatatsiya i remont*, 2011, no. 5, pp. 36–40.

4. Batalygin P.N., Mikheev G.M., Shevtsov V.M. *Kompleksnoe obsledovanie silovykh transformatorov* [Comprehensive inspection of power transformers]. In: *Kibernetika elektricheskikh sistem: sb. materialov XXVI sessii Vserossiiskogo seminara «Diagnostika energooborudovaniya»* [Cybernetics of electrical systems: Proc. of the XXVI Session of the Russ. Seminar "Diagnostics of power equipment»]. Novocherkassk, 2004. pp. 14–16.

5. Eltyshev D.K. *Intellektual'nye tekhnologii v organizatsii protsessa ekspluatatsii elektrotekhnicheskogo oborudovaniya* [Intellectual technologies in the organization of the process of operation of electrical equipment]. *Vestnik Permskogo natsional'nogo issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Elektrotekhnika, informatsionnye tekhnologii, sistemy upravleniyax*, 2022, no. 43, pp. 119–135. DOI 10.15593/2224-9397/2022.3.07.

6. Dimitrov V.P., Borisova L.V., Khubiyan K.L. *Modelirovanie znanii v zadache poiska prichin neispravnostei* [Knowledge modeling in the task of searching for the causes of faults]. *Inzhenernye tekhnologii i sistemy*, 2021, vol. 31, no. 3. pp. 364-379. DOI 10.15507/2658-4123.031.202103.364-379.

7. Kil'chanov S.V., Korotchenkov M.V., Shcherbatov I.A. *Primenenie derev'ev reshenii pri diagnostike oborudovaniya energetiki* [Application of decision trees in diagnostics of the power engineering equipment]. *Informatsionnye tekhnologii. Problemy i resheniya*, 2019, no. 4(9), pp. 32–36.

8. Kil'chanov P.V., Korotchenkov M.V., Shcherbatov I.A. *Primenenie derev'ev reshenii pri diagnostike oborudovaniya energetiki* [Application of the decision trees in diagnostics of the power engineering equipment]. *Informatsionnye tekhnologii. Problemy i resheniya*, 2019, no. 4(9), pp. 32–36.

9. Mikheev G.M. *Transformatornoe maslo* [Transformer oil]. Cheboksary, Chuvash University Publ., 2003, 156 p.

10. Mikheev G.M. *Elektrostantsii i elektricheskie seti. Diagnostika i kontrol' elektrooborudovaniya* [Power stations and electrical networks. Diagnostics and control of electrical equipment]. Saratov, Profobrazovanie Publ., 2017, 297 p.

11. Platforma Loginom. Ofitsial'nyi sait kompanii BaseGroup Labs [Loginom platform. Official site of BaseGroup Labs]. Available at: URL: https://basegroup.ru/deductor/description/ (Accessed Date 2023, July 23).

12. Rutkowska D. Neural Networks, Genetic Algorithms and Fuzzy Systems. 2013. 384 c. (Russ. ed.: *Neironnye seti, geneticheskie algoritmy i nechetkie sistemy*. Moscow, Goryachaya liniya-Telekom Publ., 2013, 384 p.).

13. Selyutin V.E., Bodrilov P.A., Savinykh V.A. *Primenenie iskusstvennogo intellekta v sfere energetiki* [Application of artificial intelligence in the field of power engineering]. *Moya professional'naya kar'era,* 2021, vol. 1, no. 28, pp. 100–103.

14. Khal'yasmaa A.I. *Mashinnoe obuchenie kak instrument povysheniya effektivnosti upravleniya zhiznennym tsiklom vysokovol'tnogo elektrooborudovaniya* [Machine learning as a tool to improve the efficiency of life cycle management of high-voltage electrical equipment]. *Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta*, 2020, vol. 24, no. 5(154), pp. 1093–1104. DOI: 10.21285/1814-3520-2020-5-1093-1104.

15. Lee C.T., Horng S.C. Abnormality Detection of Cast-Resin Transformers Using the Fuzzy Logic Clustering Decision Tree. *Energies.,* 2020, vol. 13(10), pp. 2546–2550. DOI: 10.3390/en13102546.

16. Loskutov A., Pelevin P., Vukolov V. Improving the Recognition Of Operating Modes In Intelligent Electrical Networks Based On Machine Learning Methods*. E3S Web of Conferences.*, 2020, vol. 216, pp. 1034–1041. DOI: 10.1051/e3sconf/202021601034.

ANTON A. DIMITRIEV – Post-Graduate Student, Department of Power Supply and Intellectual Electric Power Systems named after A.A. Fedorov, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (Meterling21@mail.ru).

GEORGI M. MIKHEEV – Doctor of Technical Sciences, Professor, Department of Power Supply and Intellectual Electric Power Systems named after A.A. Fedorov, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (mikheevg@rambler.ru; ORCID: https://orcid.org/0000-0003-2208-9723).

HUSEYJON U. KALANDAROV – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Transport and Energy Systems, Cheboksary Institute (branch) of Moscow Polytechnic University, Cheboksary, Russia (huseinjon.86@mail.ru).

Формат цитирования: *Димитриев А.А., Михеев Г.М., Каландаров Х.У.* Применение алгоритма дерева решений для оценки результатов хроматографического анализа трансформаторного масла // Вестник Чувашского университета. – 2023. – № 4. – С. 74–84. DOI: 10.47026/1810-1909-2023-4-74-84.

DOI: 10.47026/1810-1909-2023-4-85-98

УДК 621.31
ББК 32.859

И.М. ЖУРАВЛЕВ, И.Е. ЛЫСЕНКО,
М.Е. ХЛЫСТУНОВ, Д.О. ДУДАРЬКОВ, А.Г. СТРУГОВЕЦ

КОМПЛЕКСНЫЙ АЛГОРИТМ ПРОЕКТИРОВАНИЯ ЭНЕРГОПРЕОБРАЗУЮЩЕЙ АППАРАТУРЫ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

Ключевые слова: *энергопреобразующая аппаратура, космический аппарат, преобразователи электрической энергии, надежность, КПД, коэффициент удельной мощности.*

Усложнение полезной нагрузки космических аппаратов приводит к необходимости применения нестандартных схемотехнических решений. Анализ научно-технических публикаций показал, что на сегодняшний день отсутствует формализированная методика проектирования энергопреобразующей аппаратуры для космических аппаратов. В имеющихся публикациях, как правило, рассматривается алгоритм проектирования с учетом одного (КПД) либо двух критериев (КПД, массогабаритные характеристики). При этом вопросы обеспечения безотказной работы энергопреобразующей аппаратуры рассматриваются недостаточно, что приводит к последующей отбраковке большей части предлагаемых схемотехнических решений и снижает эффективность разработчика.

Цель исследования *– сформировать алгоритм проектирования энергопреобразующей аппаратуры космических аппаратов, учитывающий требования по надежности, КПД и коэффициенту удельной мощности.*

Материалы и методы*. При выполнении работ использовались основные положения общей теории цепей и общей теории надежности технических систем. Все расчеты проводились в Mathcad 15.0.*

Результаты исследования. *В статье поэтапно рассмотрен процесс проектирования на примере преобразователей постоянного напряжения – понижающего и повышающего типов. Показано, что учет требований надежности приводит к снижению массогабаритных показателей (за счет дополнительной массы резервирующих элементов) и КПД (за счет потерь мощности на резервирующих элементах). Рассмотрены преобразователи с промежуточным звеном переменного тока – на основе двойного активного моста (мостового инвертора с активным выпрямителем) и вольтодобавочной схемы. Из приведенного анализа видно, что применение преобразователей со звеном переменного тока в составе энергопреобразующей аппаратуры космических аппаратов затруднено из-за низких показателей безотказности работы и массогабаритных показателей.*

Выводы*. Схема энергопреобразующей аппаратуры космического аппарата должна обеспечивать функционирование в случае, как минимум, единичного отказа произвольного полупроводникового элемента силовой части преобразователя. При этом наибольшую перспективность для применения имеют схемы с минимальным количеством силовых элементов. Полученные уравнения показывают, что энергетические характеристики преобразователя необходимо оценивать после выполнения работ по обеспечению надежности.*

Введение. Отличием процесса разработки энергопреобразующей аппаратуры (ЭПА) космических аппаратов (КА) от разработки аналогичной ЭПА для наземного применения являются повышенные требования к надежности преобразователей энергии [3, 6, 7, 10], что обусловлено высокой стоимостью изделия и невозможностью проведения плановых/оперативных ремонтных работ. Наиболее емко суть требований по надежности описывается формулировкой «ЭПА должна обеспечивать заданные энергетические характеристики в течение всего срока активного существования КА при N отказах произвольного элемента ЭПА».

При оценке надежности ЭПА можно принять допущение, что она определяется надежностью наиболее нагруженного элемента, которая обратно пропорциональна величине его электрической и тепловой нагрузки [6, 7, 9]. Учитывая, что наибольшая электрическая и тепловая нагрузка приходится на элементы силовой части ЭПА КА, можно говорить о приоритетности анализа уровня нагрузки на силовую часть ЭПА при разработке преобразователей энергии. Требуемый уровень надежности для системы управления, измерительных и телеметрических функциональных узлов (ФУ), а также вспомогательных систем и подсистем, как правило, обеспечивается за счет пониженной электрической нагрузкой, а также резервирования и мажоритарной обработки входных и выходных сигналов.

Дополнительной особенностью при проектировании ЭПА КА является необходимость обеспечения максимально возможного коэффициента удельной мощности ($K_{УМ}$, Вт/кг, рассчитывается как отношение максимальной выходной мощности ЭПА на рабочем участке орбиты к массе ЭПА) [3, 4]. Следует учитывать, что доступная для размещения ЭПА площадь и масса внутри КА жестко ограничены и это приводит к необходимости применения схем с наименьшим количеством крупногабаритных элементов, таких как дроссели, трансформаторы, транзисторы и т.п.

Соответственно, комплексное выполнение требований по обеспечению бесперебойного электропитания КА с заданными энергетическими, массогабаритными и надежностными характеристиками требует от разработчика ЭПА поиска компромисса при решении трех взаимосвязанных задач:

1) обеспечение требуемого по ТЗ уровня надежности ЭПА за счет дополнительного резервирования отдельных элементов и ФУ ЭПА, а также снижения нагрузки на них. Это приводит к увеличению КПД, однако снижает $K_{УМ}$ ЭПА;

2) обеспечение максимально возможного $K_{УМ}$ ЭПА за счет минимизации числа элементов и ФУ ЭПА, а также работы в предельно допустимых режимах. Это позволяет использовать элементы с минимальным запасом по току/напряжению/мощности, повышая КПД, однако значительно снижает вероятность безотказной работы (ВБР) как отдельных элементов, так и ФУ ЭПА;

3) обеспечение максимально возможного КПД ЭПА, что может требовать в зависимости от типа элемента как работы в облегченном режиме, так и в предельно допустимом.

Анализ научно-технической литературы [3, 6, 7, 10] показал, что в настоящий момент отсутствует формализованная методика проектирования ЭПА, позволяющая провести оперативный расчет и оценку применимости схемотехнических решений, планируемых к применению в ЭПА КА.

Цель исследования – сформировать алгоритм проектирования преобразователя энергии для КА с учетом требований по надежности, КПД и $K_{УМ}$ ЭПА.

Материалы и методы. При выполнении работ применялись основные положения общей теории цепей, а также положения общей теории надежности технических систем. Все расчеты проводились в Mathcad 15.0.

Результаты исследования. Предлагаемый алгоритм, приведенный на рис. 1, условно можно разделить на пять этапов: выбор схемы преобразователя энергии, расчет электрических и массогабаритных показателей, оценка уровня

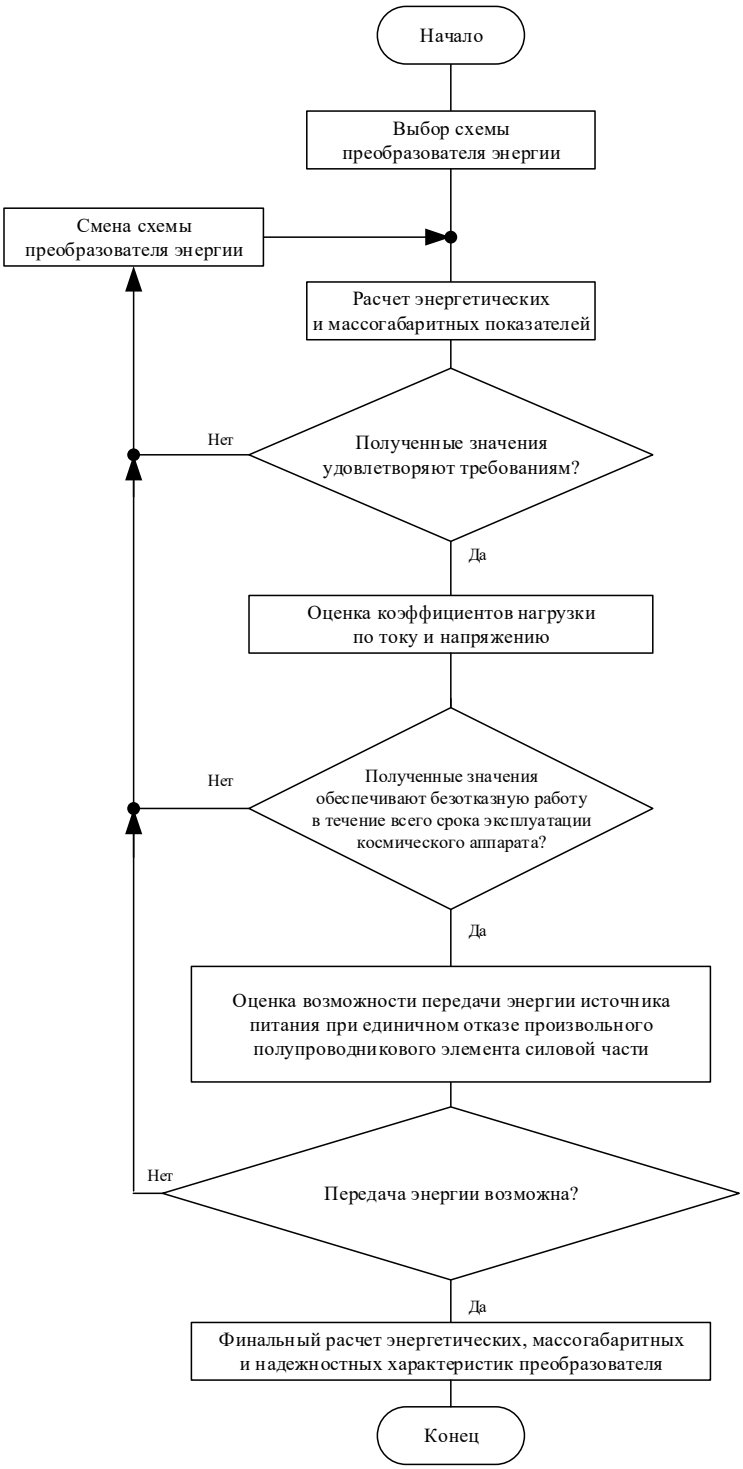


Рис. 1. Алгоритм проектирования ЭПА КА

нагрузки элементов и ФУ ЭПА, расчет надежности работы преобразователя в условиях нормальной работы и единичного отказа произвольного полупроводникового элемента. Переход на следующий этап допустим лишь при выполнении требований предыдущего, в противном случае необходимо изменение схемотехники преобразователя и повторный расчет.

Выбор схемы преобразователя энергии. Наибольшее распространение в энергопреобразующих комплексах КА акционерного общества «Информационные спутниковые системы» имени академика М.Ф. Решетнёва» получили стабилизаторы напряжения на основе схемотехники непосредственных преобразователей (рис. 2). Принцип работы подобных преобразователей подробно разобран в литературе [1, 4, 5], поэтому в настоящей статье не приводится. Источник питания преобразователя энергии обозначен функциональным блоком, поскольку может быть как источником тока (при питании от СБ, рабочая область – ветвь тока), так и источником напряжения (при питании от АБ; при питании от СБ, рабочая область – ветвь напряжения).

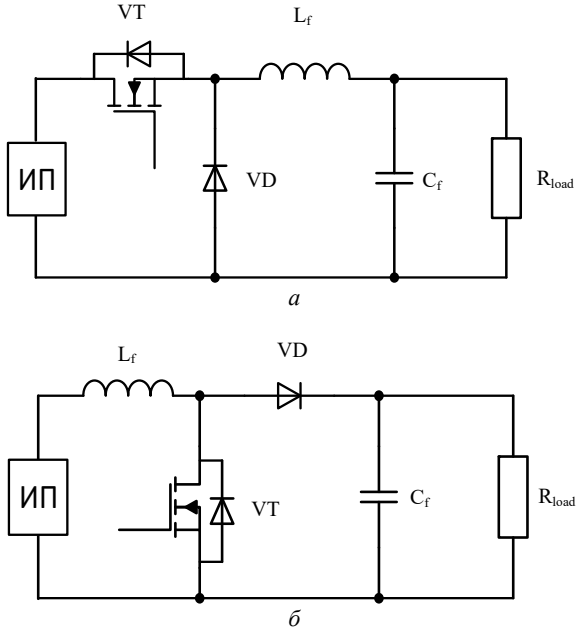


Рис. 2. Схемы ЭПА:
а – на основе понижающего преобразователя;
б – на основе повышающего преобразователя

Для дальнейшего анализа необходимо перейти к функциональным схемам силовой части, описывающим задействованные элементы ЭПА в основных рабочих режимах (рис. 3).

Рассматриваются два режима работы преобразователя – режим передачи энергии из источника питания в нагрузку и режим регулирования выходного напряжения. Поскольку в настоящем алгоритме рассматривается лишь ЭПА,

принимается допущение, что источники питания, нагрузка и системы управления идеальны – они обладают бесконечно большим $K_{УМ}$, не имеют паразитных параметров, КПД и ВБР всегда равен 100%. Соответственно, данные блоки можно исключить из дальнейшего анализа.

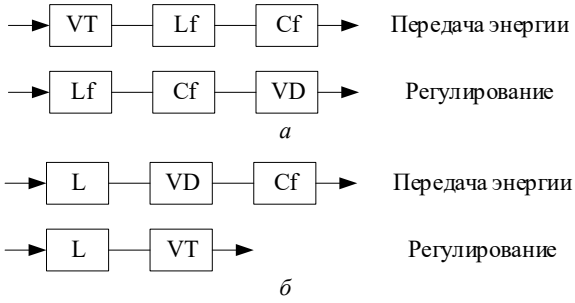


Рис. 3. Пути протекания энергии:
а – для понижающего преобразователя; *б* – для повышающего преобразователя

Расчет электрических и массогабаритных показателей. Уравнение КПД преобразователя энергии при условии непрерывности тока дросселя L_f будет иметь следующий вид:

$$\eta = \frac{P_{load}}{P_{load} + \Delta P_{Lf} + \Delta P_{Cf} + \int_0^{T_{sw}} \left(\Delta P_{VT} \cdot \gamma + \Delta P_{VD} \cdot \left[1 - \gamma\right]\right) dt},$$

где ΔP_{Lf}, ΔP_{Cf}, ΔP_{VT}, ΔP_{VD} – потери мощности на соответствующих элементах схемы, Вт; P_{load} – мощность нагрузки, Вт; T_{sw} – период рабочей частоты, с; γ – относительная длительность импульса управления транзистором.

$K_{УМ}$ можно рассчитать по формуле

$$K_{УМ} = \frac{P_{load}}{\eta} \cdot \frac{1}{M_{ЭПА}},$$

где $M_{ЭПА}$ – масса энергопреобразующей аппаратуры (общая), кг.

Оценка уровня нагрузки элементов и функциональных узлов ЭПА. С целью обеспечения требуемой надежности ЭПА КА при выборе элементов в расчетах дополнительно учитывается коэффициент ослабления нагрузки (КОН) на элемент [3, 6, 7]. В общем виде КОН рассчитывается как соотношение нагрузки на элемент в облегченном режиме к номинальной нагрузке на элемент

$$K_{ОН} = \frac{X_{ОР}}{X_{НР}},$$

где $X_{ОР}$ – значение параметра (напряжения/тока/мощности и т.д.) элемента в облегченном режиме работы; $X_{НР}$ – значение параметра (напряжения/тока/мощности и т.д.) элемента для предельно допустимого режима работа.

Значение $X_{ОР}$ зависит от типа элемента, технологии его изготовления, требуемой длительности работы элемента и иных параметров, но, как правило, заводы-изготовители определяют его в диапазоне 0,6–0,8 от предельно допустимого

значения параметра. К примеру, для применения полевого транзистора в облегченном режиме для схемы с напряжением источника питания 100 В, высокочастотными коммутационными выбросами, равными 15 В, и коэффициентом ослабления нагрузки 0,75 необходим транзистор с предельно допустимым напряжением сток-исток не менее

$$U_{DS} = \frac{100+15}{0,75} = 153,4 \text{ В}.$$

Анализ номенклатуры применяемых полупроводниковых элементов показал, что промышленностью массово выпускаются транзисторы с максимальным напряжением сток-исток 100, 150 и 200 В. Соответственно, для приведенного случая, допустимо применение транзисторов с напряжением сток–исток не менее 200 В. При этом снижение амплитуды выбросов напряжения до 10 В позволяет использовать транзисторы с максимальным напряжением 150 В, повышая КПД преобразователя за счет снижения сопротивления сток–исток элемента.

В случае, если параметры облегченного режима не заданы производителем напрямую, можно воспользоваться формулами из [9]. К примеру, для кремниевых полевых транзисторов надежность работы в облегченном режиме можно рассчитать

$$\lambda_{\text{б}} = \frac{1}{T_{\text{облг}} K_{\text{ф}} K_{\text{э}} K_{\text{пр}} K_{\text{р}}} = \frac{A^{-1} e^{-\theta_1} e^{-\theta_2}}{T_{\text{облг}} K_{\text{ф}} K_{\text{э}} K_{\text{пр}}},$$

$$\theta_1 = \frac{N_T}{273 + t + (175 - t_{\text{пер\_макс}}) + \Delta t \cdot \frac{P_{\text{раб}}}{P_{\text{макс}}} \cdot \left(\frac{t_{\text{пер\_макс}} - t_{\text{сниж}}}{150} \right)},$$

$$\theta_2 = \frac{273 + t + (175 - t_{\text{пер\_макс}}) + \Delta t \cdot \frac{P_{\text{раб}}}{P_{\text{макс}}} \cdot \left(\frac{t_{\text{пер\_макс}} - t_{\text{сниж}}}{150} \right)}{T_M},.$$

где $T_{\text{облг}}$ – длительность работы в облегченном режиме, ч; $K_{\text{ф}}$ – коэффициент, зависящий от функционального назначения; $K_{\text{э}}$ – коэффициент, зависящий от условий жесткости эксплуатации; $K_{\text{пр}}$ – коэффициент, зависящий от уровня приемки; $K_{\text{р}}$ – коэффициент, зависящий от режима работы; A, N_T, T_M, Δt – постоянные модели, справочные величины; t – температура корпуса, ºС; $t_{\text{пер\_макс}}$ – максимально допустимая температура перегрева корпуса, ºС; $t_{\text{сниж}}$ – максимальная температура корпуса, для которой температура перехода не превышает $t_{\text{пер\_макс}}$ (при 100% электрической нагрузке), ºС; $P_{\text{раб}}$ – рабочая мощность рассеивания для облегченного режима работы, Вт; $P_{\text{макс}}$ – максимально допустимая мощность рассеивания при температуре $t_{сниж}$, Вт.

Оценка нагрузки элементов по току и напряжению зависит от алгоритма функционирования схемы, однако при сравнении схем между собой можно утверждать следующее:

1) для понижающего преобразователя характерна повышенная нагрузка транзистора и диода по прикладываемому напряжению (равная максимальному напряжению источника питания), что приводит к необходимости использования

высоковольтных элементов, имеющих большое сопротивление сток–исток и прямое падение напряжения. Вместе с тем нагрузка по току снижена, поскольку ток дросселя определяется разницей между входным и выходным напряжениями, что обеспечивает снижение статических потерь мощности;

2) для повышающего преобразователя характерна сниженная нагрузка транзистора и диода по прикладываемому напряжению (ограниченная максимальным напряжением на нагрузке), что позволяет применять полупроводники с минимальным сопротивлением сток–исток и прямым падением напряжения. Однако повышенная нагрузка по току, определяемая максимальным током источника питания и нагрузки, приводит к увеличению потерь мощности в ПРЭ.

Принимая во внимание то, что для полупроводниковых элементов отсутствует линейная зависимость между максимальным напряжением сток–исток (коллектор–эмиттер) и сопротивлением сток–исток (коллектор–эмиттер) либо прямым падением напряжения на диоде, нельзя утверждать об однозначном приоритете понижающего или повышающего преобразователя с позиции минимального тепловыделения.

Расчет надежности работы преобразователя в условиях нормальной работы. Уравнения, позволяющие оценить минимальную надежность преобразователя, можно вывести из основных режимов работы. С учетом допущения, что рассматриваются только те элементы, через которые протекает ток, получим следующие формулы:

$$\lambda_{buck} = \min\left(\lambda_{VT\_on};\lambda_{VT\_off}\right) = \min\left(\lambda_{VT}\cdot\lambda_{Lf}\cdot\lambda_{Cf};\lambda_{VD}\cdot\lambda_{Lf}\cdot\lambda_{Cf}\right),$$

$$\lambda_{boost} = \min\left(\lambda_{VT\_on};\lambda_{VT\_off}\right) = \min\left(\lambda_{Lf}\cdot\lambda_{VT};\lambda_{Lf}\cdot\lambda_{VD}\cdot\lambda_{Cf}\right).$$

где λ_{buck} – вероятность безотказной работы понижающего преобразователя в течение САС КА; λ_{boost} – вероятность безотказной работы повышающего преобразователя в течение САС КА; λ_{VT_on} / λ_{VT_off} – вероятность безотказной работы, когда транзистор замкнут/разомкнут; λ_{Lf}, λ_{Cf}, λ_{VT}, λ_{VD} – вероятность безотказной работы соответствующих элементах схемы.

Расчет надежности работы преобразователя в условиях отказа произвольного полупроводникового элемента. Как видно из рис. 2, единичный отказ произвольного полупроводникового элемента преобразователя может привести к неприемлемому снижению энергетических характеристик энергопреобразующего комплекса. Для понижающего преобразователя:

1) отказ диода на короткое замыкание (КЗ) приводит к закорачиванию выходной шины электропитания и источника питания;

2) отказ диода или транзистора на обрыв приводит к потере канала преобразования энергии и электрогенерирующих мощностей;

3) отказ транзистора на КЗ приводит к повышению напряжения на выходной шине электропитания выше допустимого уровня – до максимального напряжения источника питания.

Для повышающего преобразователя:

1) отказ диода на КЗ приводит к прямому подключению источника питания к нагрузке, что приводит к повышению напряжения на выходной шине электропитания выше допустимого уровня – до максимального напряжения источника питания;

2) отказ транзистора на КЗ приводит к безвозвратному снижению энергогенерирующих/энергозапасающих мощностей (солнечной или аккумуляторной батареи);

3) отказ диода или транзистора на обрыв приводит к потере канала преобразования энергии и электрогенерирующих мощностей.

Соответственно, в процессе проектирования необходимо обеспечить доработку схемотехнического решения для возможности функционирования преобразователя при единичном отказе произвольного элемента силовой части [3, 6, 7]. При этом моточные элементы, такие как дроссели и трансформаторы, не резервируются ввиду сложностей их параллельного соединения, а конденсаторы подключаются через плавкие перемычки, обеспечивающие их отключение от схемы при отказе.

Как видно из схемы предлагаемого решения (рис. 4), простое резервирование на отказ элементов на КЗ и на обрыв приводит к избыточному росту числа элементов преобразования энергии и снижает $K_{УМ}$. Поскольку в ЭПА КА применяются многоканальные схемы, подобный подход приведет к катастрофическому падению $K_{УМ}$, так как резервирование необходимо обеспечить для каждого канала преобразования энергии.

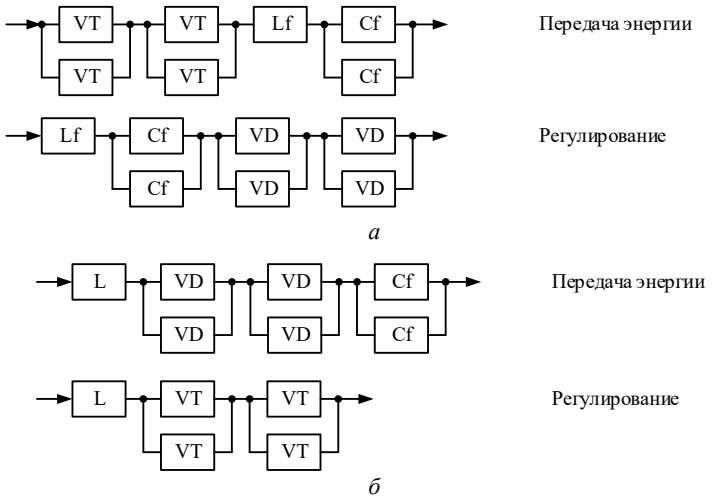


Рис. 4. Резервированная силовая часть:
а – для понижающего преобразователя;
б – для повышающего преобразователя

Оптимальным решением является вынос всех параллельно соединенных элементов преобразователя в отдельный, дополнительный канал преобразователя энергии (рис. 5), обеспечивающий работу при отказе произвольного элемента в любом из каналов на обрыв. Соответственно, для выполнения условий по обеспечению необходимых характеристик электропитания при N отказах произвольных элементов необходимо обеспечить N последовательно включенных элементов

в каждом канале преобразователя и *N*-е количество дополнительных каналов преобразования энергии.

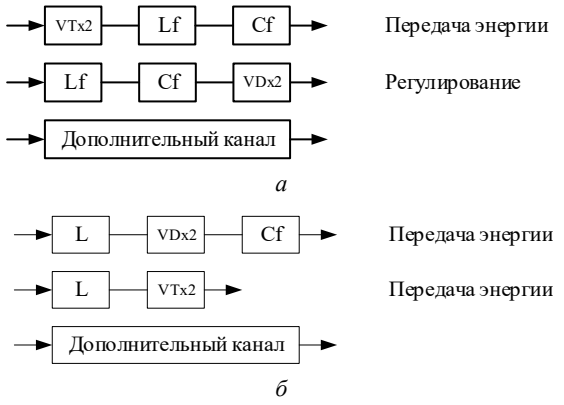


Рис. 5. Оптимизированная резервированная силовая часть:
а – для понижающего преобразователя; *б* – для повышающего преобразователя

Как видно из рис. 5, для компенсации единичного отказа полупроводниковых элементов на КЗ необходимо их дублирование. При этом алгоритм работы транзисторных ключей для резервированных преобразователей энергии (рис. 6) должен быть видоизменен следующим образом:

– первый транзистор (основной) переключается по основному алгоритму, обеспечивая стабилизацию выходного параметра;

– второй транзистор (резервный) находится в постоянно замкнутом состоянии, обеспечивая нормальную работу схемы;

– при отказе резервного транзистора на КЗ алгоритм работы преобразователя не изменяется;

– при отказе основного транзистора на КЗ резервный транзистор начинает коммутацию по основному алгоритму работы, обеспечивая стабилизацию выходного параметра.

Соответственно, после резервирования преобразователя на *N*-е число отказов необходимо провести окончательный расчет основных электрических и массогабаритных параметров.

Принимая допущение, что единовременно может произойти только один отказ, оценить минимальную надежность канала преобразователя энергии можно как

$$\lambda_{buck\_rsrvd} = \min\left(\lambda_{VT\_on};\lambda_{VT\_off}\right) = \min\left(\lambda_{VT}^{N}\cdot\lambda_{Lf}\cdot\lambda_{Cf}^{N};\lambda_{VD}^{N}\cdot\lambda_{Lf}\cdot\lambda_{Cf}^{N}\right),$$

$$\lambda_{boost\_rsrvd} = \min\left(\lambda_{VT\_on};\lambda_{VT\_off}\right) = \min\left(\lambda_{Lf}\cdot\lambda_{VT}^{N};\lambda_{Lf}\cdot\lambda_{VD}^{N}\cdot\lambda_{Cf}^{N}\right).$$

где λ_{buck_rsrvd} – вероятность безотказной работы резервированного понижающего преобразователя в течение САС КА; λ_{boost_rsrvd} – вероятность безотказной работы резервированного повышающего преобразователя в течение САС КА; N – число последовательно включенных резервирующих элементов.

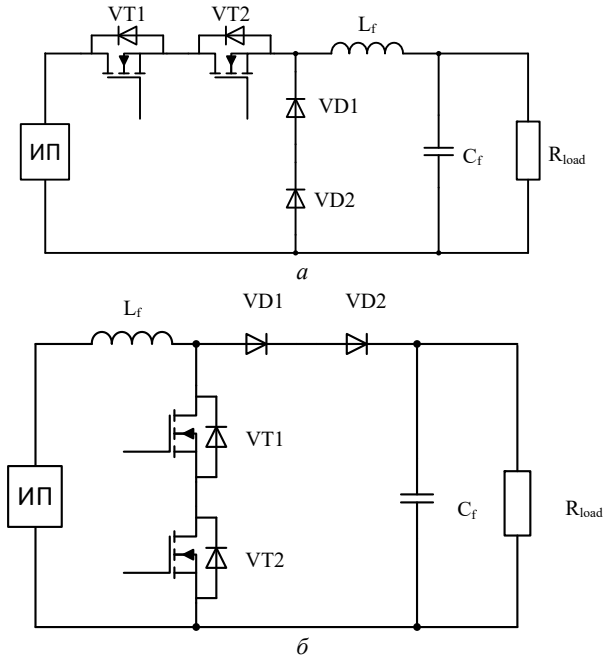


Рис. 6. Схема резервированной ЭПА:
а – на основе понижающего преобразователя;
б – на основе повышающего преобразователя

Уравнение КПД резервированных преобразователей при условии непрерывности тока дросселя L_f будет иметь следующий вид:

$$\eta = \frac{P_{load}}{P_{load} + \Delta P_{Lf} + \Delta P_{Cf} + N \cdot \int_0^{T_{sw}} \left(\Delta P_{VT} \cdot \gamma + \Delta P_{VD} \cdot \left[1 - \gamma\right] \right) dt}.$$

Как видно из приведенных формул, для сохранения надежности преобразователя при резервировании отдельных элементов необходимо обеспечить облегченный режим работы элементов, обеспечивая при этом минимальное падение $K_{УМ}$ ЭПА и сохраняя высокий КПД. Аналитический поиск оптимального соотношения между КПД, $K_{УМ}$ и надежностью для ЭПА КА является на данный момент нерешенной задачей. Таким образом, оценку энергетических, надежностных и массогабаритных показателей ЭПА КА необходимо проводить постфактум (руководствуясь требованиями ТЗ по надежности).

Применение в ЭПА преобразователей со звеном переменного тока. Учет вышеназванных особенностей проектирования ЭПА КА приводит к невозможности использования основных схем преобразователей энергии со звеном переменного тока (рис. 7). Несмотря на высокие показатели КПД оригинальных схем [2, 8], резервирование транзисторов внутри канала преобразования энергии на КЗ/обрыв приводит к резкому падению $K_{УМ}$ ЭПА. Введение резервирования отказа элемента на КЗ/обрыв за счет дополнительного

канала преобразования энергии приводит к ситуации, когда на один рабочий канал приходится два резервных, что снижает $К_{УМ}$ ЭПА втрое относительно номинального значения.

Если же рассмотреть непосредственные и инверторно-трансформаторные преобразователи в составе многоканальной ЭПА по критерию резервирования транзисторов, то можно эмпирически вывести следующее соотношение:

$$N_{\text{транз\_общ}} = N_{\text{кан}} \cdot \left(N_{\text{транз\_осн}} + N_{\text{транз\_рез}} \right) = 2 \cdot N_{\text{кан}} \cdot N_{\text{отк}} \cdot N_{\text{транз\_кан}},$$

где $N_{\text{транз\_общ}}$ – общее количество транзисторов в ЭПА, шт; $N_{\text{кан}}$ – общее количество каналов преобразования энергии в ЭПА, включая резервные, шт; $N_{\text{транз\_осн}}$ – количество основных транзисторов в одном канале преобразования энергии, шт; $N_{\text{транз\_рез}}$ – количество резервных транзисторов в одном канале преобразования энергии, шт; $N_{\text{отк}}$ – количество отказов, при которых должны обеспечиваться заданные характеристики электропитания; $N_{\text{транз\_кан}}$ – общее количество транзисторов в одном канале преобразования энергии, шт.

Приведенная формула демонстрирует, что при одинаковом количестве каналов преобразователя количество транзисторов в инверторно-трансформаторных преобразователях будет в 8 раз больше. Снижение числа каналов преобразования энергии для повышения $К_{УМ}$ ЭПА приведет к резкому снижению надежности всего энергопреобразующего комплекса КА, поскольку отказ одного преобразователя будет приводить к потере не одной, а нескольких секций энергогенерации.

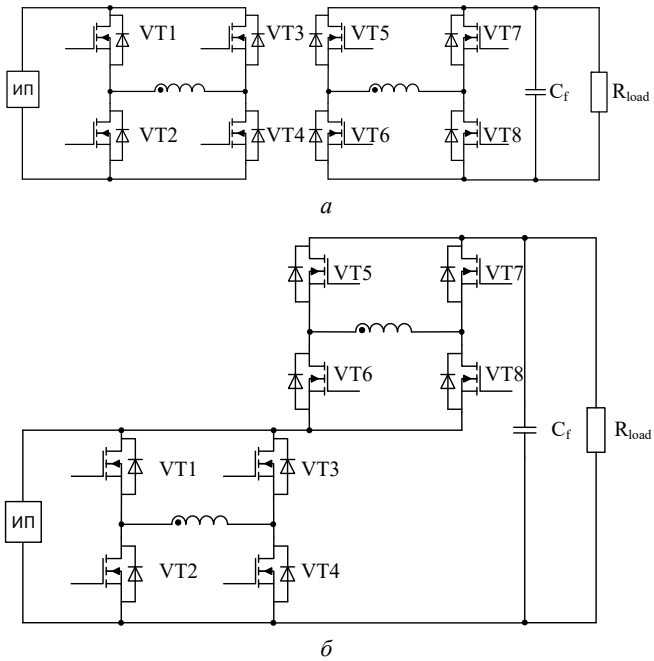


Рис. 7. Преобразователи со звеном переменного тока:
а – двойной активный мост; *б* – вольтодобавочный преобразователь

При этом для схемы двойного активного моста отсутствие резервирования элементов приводит к невозможности прямой передачи энергии от источника питания в нагрузку с заданным КПД, поскольку происходит замагничивание магнитопровода трансформатора из-за работы на одной полуволне. Возможность принудительного размагничивания за счет смены алгоритма коммутации обеспечивает резкое снижение КПД из-за перехода в режим прерывистого тока и выход в режим повышенной нагрузки на элементы, увеличивая вероятность отказа канала преобразователя энергии.

Схема вольтодобавочного преобразователя позволяет обеспечить прямую передачу энергии (либо функционирование в режиме эквивалента последовательного преобразователя) при единичном отказе, однако такой подход требует выбора всех транзисторов под максимальные значения токов и напряжений, что нивелирует преимущество разделения потока энергии от источника питания. Кроме того, $K_{УМ}$ такого преобразователя будет как минимум вдвое меньше аналогичного последовательного преобразователя, что ставит вопрос о целесообразности применения.

Выводы. В статье приведен алгоритм проектирования ЭПА КА с учетом требований по надежности, КПД и $K_{УМ}$. Подробно рассмотрены основные этапы и особенности проектирования преобразователей энергии на основе понижающего и повышающего преобразователей.

Показано, что в применяемых многоканальных преобразователях энергии надежность работы обеспечивается резервированием полупроводниковых элементов путем последовательного соединения, а также увеличением количества каналов преобразования энергии.

Из предложенного алгоритма следует, что оценку энергетических и массогабаритных показателей ЭПА необходимо проводить после обеспечения требуемого уровня надежности преобразователей энергии.

Литература

1. Алгоритмы управления многоканальным шунтовым стабилизатором напряжения с цифровой системой автоматического управления / *И.М. Журавлев, А.С. Асочаков, А.А. Дружинин и др.* // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. 2021. Т. 24, № 2. С. 84–90.

2. Вольтодобавочный резонансный преобразователь энергии солнечной батареи с активным выпрямителем / *И.М. Журавлев, М.Е. Хлыстунов, А.В. Осипов и др.* // Решетневские чтения. 2018. Т. 1. С. 297–299.

3. *Меньшиков В.А., Рудаков В.Б., Сычев В.Н.* Контроль качества космических аппаратов при отработке и производстве. Оптимизация и управление рисками. М.: Машиностроение–Полет, 2009. 400 с.

4. *Кобзев А.В.* Многозонная импульсная модуляция. Теория и применение в системах преобразования параметров электрической энергии. Новосибирск: Наука, 1979. 304 с.

5. *Кобзев А.В., Михальченко Г.Я., Музыченко Н.М.* Модуляционные источники питания РЭА. Томск: Радио и связь, 1990. 336 с.

6. *Патраев В.Е., Шангина Е.А.* Надежность технических систем космических аппаратов. Красноярск: Сиб. федер. ун-т, 2019. 66 с.

7. Проектирование надежных спутников связи. Томск: Раско, 1993. 221 с.

8. Последовательный резонансный преобразователь для систем электропитания от аккумуляторов / *А.В. Осипов, В.Н. Школьный, Ю.А. Шиняков и др.* // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. 2017. Т. 20, № 2. С. 103–110.

9. Справочник нормативного характера. М.: 22 ЦНИИИ МО РФ, 2006. 641 с.
10. *Saleh J.H., Castet J-F.* Spacecraft Reliability and Multi-State Failures: A Statistical Approach: John Wiley & Sons Limited. Inc, 2011. 206 p.

ЖУРАВЛЕВ ИВАН МИХАЙЛОВИЧ – инженер-конструктор 2-й категории, АО «Информационные спутниковые системы» имени академика М.Ф. Решетнёва», Россия, Железногорск (zhuravlevim@iss-reshetnev.ru).

ЛЫСЕНКО ИЛЬЯ ЕВГЕНЬЕВИЧ – инженер-конструктор, АО «Информационные спутниковые системы» имени академика М.Ф. Решетнёва», Россия, Железногорск (lysenkoie@iss-reshetnev.ru).

ХЛЫСТУНОВ МИХАИЛ ЕВГЕНЬЕВИЧ – инженер-конструктор 3-й категории, АО «Информационные спутниковые системы» имени академика М.Ф. Решетнёва», Россия, Железногорск (hlystunovme@iss-reshetnev.ru).

ДУДАРЬКОВ ДЕНИС ОЛЕГОВИЧ – инженер-конструктор 3-й категории, АО «Информационные спутниковые системы» имени академика М.Ф. Решетнёва», Россия, Железногорск (dudarkovdo@iss-reshetnev.ru).

СТРУГОВЕЦ АНДРЕЙ ГРИГОРЬЕВИЧ – начальник группы, АО «Информационные спутниковые системы» имени академика М.Ф. Решетнёва», Россия, Железногорск (strugovetsag@iss-reshetnev.ru).

Ivan M. ZHURAVLEV, Ilya E. LYSENKO, Mikhail E. KHLYSTUNOV, Denis O. DUDARKOV, Andrey G. STRUGOVETS

COMPLEX DESIGNING ALGORITHM FOR SPACECRAFT ENERGY-CONVERTING EQUIPMENT

Key words: *energy-converting equipment, spacecraft, electric power converters, reliability, efficiency, relative power coefficient.*

Introduction. *The complication of the spacecraft payload requires the use of non-standard circuits. The analysis of scientific and technical publications shows that there is no formalized methodology for spacecraft energy-converting equipment designing. Reviewed publications consider some design algorithms taking into account one (efficiency) or two criteria (efficiency, weight and size characteristics). At the same time, the issues of ensuring trouble-free operation of energy-converting equipment are not sufficiently considered which leads to rejection of most part of proposed circuitsolutions and reduces developer efficiency.*

The research purpose *is to form a spacecraft energy–converting equipment designing algorithm, taking into account the reliability, efficiency and relative power coefficient requirements.*

Materials and methods. *The main provisions of the electrical circuit theory and the theory of technical systems reliability were used. All calculations were carried out in Mathcad 15.0.*

Research results. *The article step-by-step discusses the design process using the example of boost and buck voltage converters. It is shown that taking into account the reliability requirements leads to a decrease of weight and size indicators (due to the additional mass of redundant elements) and efficiency (due to power losses on redundant elements). Converters with an AC-current node based on a double active bridge (active front end bridge inverter) and add-voltage circuits are considered. It can be seen that the use of converters with AC-current node in spacecraft energy-converting equipment is complicated because of low reliability or high weight and size meters.*

Conclusions. *A converter circuit must ensure operation in the event of a single failure of a random power element. At the same time, scheme with a minimum number of power elements have the greatest prospects for application. A converter energy characteristic must be evaluated after ensuring the reliability.*

References

1. Zhuravlev I.M., Asochakov A.S., Druzhinin A.A., Lopatin A.A. *Algoritmy upravleniya mnogokanal'nym shuntovym stabilizatorom napryazhenija s tsifrovoi sistemoi avtomaticheskogo upravleniya* [Control algorithms for multichannel shunt voltage converter with digital control system]. *Doklady Tomskogo gosudarstvennogo universiteta sistem upravleniya i radioelektroniki*, 2021, vol. 24, no 2, pp. 84–90.

2. Zhuravlev I.M., Hlystunov M.E., Osipov A.V., Lopatin A.A. *Vol'todobavochnyi rezonansnyi preobrazovatel' energii solnechnoi batarei s aktivnym vypryamitelem* [Add-voltage topology resonant solar energy converter with an active rectifier]. *Reshetnevskie chteniya*, 2018, vol. 1, pp. 297–299.

3. Menshikov V.A., Rudakov V.B., Sychev V.N. *Kontrol' kachestva kosmicheskikh apparatov pri otrabotke i proizvodstve. Optimizatsiya i upravlenie riskami* [Spacecraft quality control at during testing and production. Optimization and risk management]. Moscow, Mashinostroenie–Polet Publ., 2009, 400 p.

4. Kobzev A.V. *Mnogozonnaya impul'snaya modulyatsiya. Teoriya i primenenie v sistemakh preobrazovaniya parametrov elektricheskoi energii* [Multi-zone pulse modulation. Theory and practice application in systems system of parameters converter]. Novosibirsk, Nauka Publ, 1979, 304 p.

5. Kobzev A.V., Mihalchenko G.Ya., Muzychenko N.M. *Modulyatsionnye istochniki pitanita RYeA* [Modulated power supplies converter]. Tomsk, Radio i svyaz Publ., 1990, 336 p.

6. Patraev V.E., Shangina E.A. *Nadezhnost' tehnicheskikh sistem kosmicheskikh apparatov* [Spacecraft technical systems reliability: textbook manual]. Krasnoyarsk, Siberian Federal University Publ, 2019, 66 p.

7. *Proektirovanie nadezhnyh sputnikov svyazi* [Reliable communication satellite designing]. Tomsk, Rasko Publ., 1993, 221 p.

8. Osipov A.V., Shkolnyi V.N., Shinyakov Yu.A., Yaroslavcev E.V., Shemolin I.S. *Posledovatel'nyi rezonansnyi preobrazovatel' dlya sistem elektropitaniya ot akkumulyatorov* [Series resonant converter for discharge of batteries space vehicles power systems]. *Doklady Tomskogo gosudarstvennogo universiteta sistem upravleniya i radioelektroniki*, 2017, vol. 20, no 2, pp. 103–110.

9. *Spravochnik normativnogo kharaktera* [Handbook of normative estimation]. Moscow, 2006, 641 p.

10. Saleh J.H., Castet J-F. Spacecraft Reliability and Multi-State Failures: A Statistical Approach: John Wiley & Sons Limited. Inc, 2011. 206 p.

IVAN M. ZHURAVLEV – Design Engineer 2th Grade, JSK Academician M.F. Reshetnev Information Satellite System, Russia, Zheleznogorsk (zhuravlevim@iss-reshetnev.ru).

ILYA E. LYSENKO – Design Engineer, JSK Academician M.F. Reshetnev Information Satellite System, Russia, Zheleznogorsk (lysenkoie@iss-reshetnev.ru).

MIKHAIL E. KHLYSTUNOV – Design Engineer 3th Grade, JSK Academician M.F. Reshetnev Information Satellite System, Russia, Zheleznogorsk (hlystunovme@iss-reshetnev.ru).

DENIS O. DUDARKOV – Design Engineer 3th Grade, JSK Academician M.F. Reshetnev Information Satellite System, Russia, Zheleznogorsk (dudarkovdo@iss-reshetnev.ru).

ANDREY G. STRUGOVETS – Head of Department, JSK Academician M.F. Reshetnev Information Satellite System, Russia, Zheleznogorsk (strugovetsag@iss-reshetnev.ru).

Формат цитирования: *Журавлев И.М., Лысенко И.Е., Хлыстунов М.Е., Дударьков Д.О., Струговец А.Г.* Комплексный алгоритм проектирования энергопреобразующей аппаратуры космических аппаратов // Вестник Чувашского университета. – 2023. – № 4. – С. 85–98. DOI: 10.47026/1810-1909-2023-4-85-98.

DOI: 10.47026/1810-1909-2023-4-99-108

УДК 621.365.3
ББК 31.292.5

А.Н. ИЛЬГАЧЁВ, Д.Г. МИХАДАРОВ

ТОКИ В ВАННЕ МНОГОЭЛЕКТРОДНОЙ УСТАНОВКИ

Ключевые слова: *рудотермическая печь, несимметричный режим, частичные проводимости, разностно-потенциальные коэффициенты, опыт короткого замыкания ванны, опыт холостого хода.*

Действующие многоэлектродные рудотермические печи в квазистационарных и переходных режимах работают в условиях несимметричности электрического контура, образованного печными трансформаторами, токоподводом и ванной, вызванной действием различных факторов геометрического, электромагнитного, теплового и технологического характера. Они ухудшают энергетические, технологические и эксплуатационные показатели работы установок. Существующие методы исследования электрических процессов в печном контуре не позволяют в полной мере выявлять, учитывать и устранять действия факторов, приводящих к явлениям, обусловливающим несимметричность электрического режима. Асимметрия системы токов, стекающих в ванну с электрода на электрод, минуя расплав, и асимметрия системы токов, стекающих с электродов непосредственно на расплав, оказывают влияние на несимметричность электрического режима контура печи.

Цель работы *– формирование расчетных формул для нахождения токов «звезды» и «треугольника» ванны трехэлектродной печи резистивного нагрева и исследование с их помощью влияния геометрических параметров электродов и ванны на указанные токи.*

Материалы и методы. *Объектом исследования являются токи, протекающие в ванне трехфазных трехэлектродных печей резистивного нагрева. При проведении исследований использованы методы теоретических основ электротехники и математическое компьютерное моделирование с применением программной среды COMSOL Multiphysics.*

Результаты исследования. *Новизна исследования заключается в развитии методики построения формул для расчета токов «звезды» и «треугольника» ванны трехэлектродной печи резистивного нагрева с произвольным расположением электродов и несимметричной системой токов, питающих ванну. Исследовано влияние диаметра, заглубления круглых электродов и диаметра их распада в ванне трехэлектродной печи на токи, стекающие с поверхностей электродов на подину и с электрода на электрод, минуя расплав, для случая трехфазной симметричной системы токов электродов и геометрической симметрии их расположения в ванне.*

Выводы. *Разработана методика расчета токов «звезды» и «треугольника» ванны трехэлектродной печи резистивного нагрева с произвольным расположением электродов и несимметричной системой токов, питающих ванну, основанная на совместном использовании частичных проводимостей и разностно-потенциальных коэффициентов схем замещения.*

Введение. Действующие многоэлектродные рудотермические печи (РТП) резистивного нагрева в квазистационарных и переходных режимах работают в условиях несимметричности электрического контура, образованного печными трансформаторами, токоподводом и ванной, вызванной взаимосвязанным действием различных факторов геометрического, электромагнитного, теплового и технологического характера. Несимметричность обнаруживается в неравенстве действующих значений токов в электродах, активных и реактивных

мощностей в фазах, в несимметричном распределении плотности тока и удельной электрической мощности по объёму ванны. Все это приводит к нарушению условий протекания электротехнологических процессов в электродах и ванне. Наблюдаются перекос активных и реактивных мощностей фаз, явление «дикой» («резкой») и «мертвой» фаз, ухудшаются энергетические, технологические и эксплуатационные показатели работы установок [2, 7, 11]. Существующие методы исследования электрических процессов в печном контуре и ванне не позволяют в полной мере выявлять, учитывать и устранять действия факторов, приводящих к явлениям, обусловливающим несимметричность электрического режима. Для улучшения показателей работы рудотермической печи, например увеличения коэффициента мощности и уменьшения несимметричности режима, применяют различные способы, средства компенсации реактивной мощности и совершенствуют алгоритмы управления установками [1, 2, 8, 9, 13]. РТП как несимметричный приемник электроэнергии, будучи подключенным к системе электроснабжения, ухудшает показатели ее работы, что требует применения средств симметрирования режима сети [10].

Асимметрия системы токов, стекающих с электрода на электрод в ванне, минуя расплав, и асимметрия системы токов, стекающих с электродов непосредственно на расплав, оказывают влияние на несимметричность электрического режима контура печи.

Цель работы – формирование расчетных формул для нахождения токов «звезды» и «треугольника» ванны трехэлектродной печи резистивного нагрева и исследование с их помощью влияния геометрических параметров электродов и ванны на указанные токи.

Материалы и методы. В работе [5] предложена методика расчета токов, стекающих с поверхностей электродов непосредственно на расплав и с электрода на электрод для двухэлектродной установки. В данной работе указанная методика разработана для трехэлектродных печей.

Реализация опытов короткого замыкания и холостого хода ванны на действующих рудовосстановительных печах связана с трудностями их технического осуществления и необходимостью применения дополнительных устройств, например источников измерительной частоты [6]. Опыты короткого замыкания и холостого хода удобнее выполнять на физических и математических моделях.

Результаты. Для ванны трехэлектродной печи резистивного нагрева частичные проводимости (рис. 1, *а*) могут быть определены по результатам опытов короткого замыкания, например на физической модели [3]:

$$g_{i,j} = \frac{I^{(i)}_{j\,\text{кз}}}{1^{(3)}_{U}}, \quad i, j = 1, 2, 3,$$

где $1^{(i)}_{U}$ – единичное напряжение, приложенное к участку «*i*-й электрод – подина» в опыте короткого замыкания ванны; $I^{(i)}_{j\,\text{кз}}$ – ток, протекающий в *j*-м электроде в этом опыте.

Разностно-потенциальные коэффициенты ванны трехэлектродной печи (рис. 1, *б*) могут быть найдены из опытов холостого хода физическим [4] или компьютерным моделированием, например, с применением программной среды COMSOL Multiphysics [12]:

$$R_{i,j} = \frac{U^{(i)}_{j\,\mathrm{xx}}}{1^{(i)}_I},\ i, j = 1, 2, 3,$$

где $1^{(i)}_I$ – единичный ток *i*-го электрода в опыте холостого хода ванны; $U^{(i)}_{j\,\mathrm{xx}}$ – напряжение на участке «*j*-й электрод – подина» (в этом опыте).

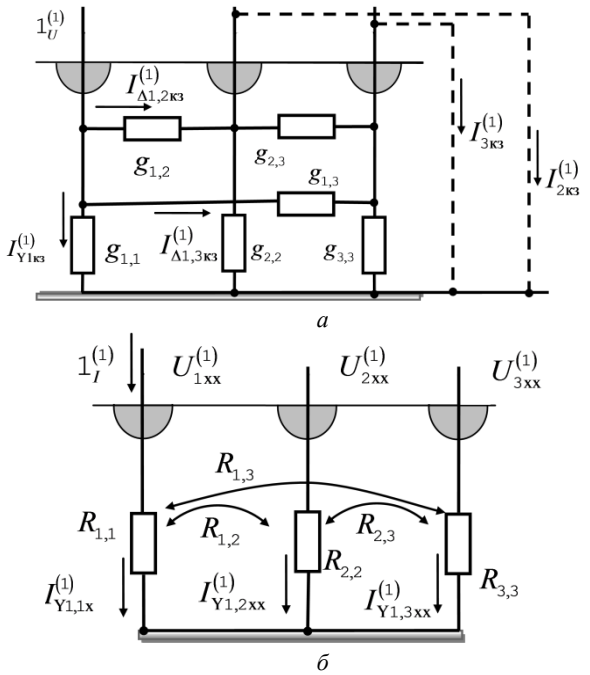


Рис. 1. Частичные проводимости (*а*)
и разностно-потенциальные коэффициенты (*б*) ванны трехэлектродной печи

В опытах холостого хода ванны токи электродов, стекающие с их поверхностей непосредственно на расплав (подину):

$$I^{(i)}_{\mathrm{Y}i\,\mathrm{xx}} = U^{(i)}_{i\,\mathrm{xx}} g_{i,i} = 1^{(i)}_I R_{i,i} g_{i,i} = 1^{(i)}_I \Gamma_{i,i} G_{i,i},\ \ i = 1, 2, 3, \qquad (1)$$

а ток, стекающий с поверхности одного электрода непосредственно на поверхность другого электрода:

$$\begin{aligned} I^{(i)}_{\Delta i,j\,\mathrm{xx}} &= \left(U^{(i)}_{i\,\mathrm{xx}} - U^{(i)}_{j\,\mathrm{xx}}\right) g_{i,j} = 1^{(i)}_I \left(R_{i,i} - R_{i,j}\right) g_{i,j} = 1^{(i)}_I \left(\Gamma_{i,i} - \Gamma_{i,j}\right) G_{i,j} = \\ &= U^{(i)}_{j\,\mathrm{xx}} g_{j,j} = 1^{(i)}_I R_{i,j} g_{j,j} = 1^{(i)}_I \Gamma_{i,j} G_{j,j}, \qquad i \neq j, \quad i, j = 1, 2, 3 \end{aligned} \qquad (2)$$

где $R_{i,j}$ – собственный ($i = j$) и взаимный ($i \neq j$) разностно-потенциальные коэффициенты схемы замещения ванны; $\Gamma_{i,j} = \gamma l R_{i,j}$ – разностно-потенциальный коэффициент в критериальной форме; $G_{i,j} = g_{i,j} / \gamma l$ – частичная проводимость

в критериальной форме; γ – усредненная удельная электрическая проводимость среды ванны; l – высота слабо проводящего слоя ванны.

В соответствии с первым законом Кирхгофа в опыте холостого хода ванны токи ее «звезды» и «треугольника» удовлетворяют соотношениям

$$I^{(1)}_{\text{Y1xx}} + I^{(1)}_{\Delta 1,2\text{xx}} + I^{(1)}_{\Delta 1,3\text{xx}} = 1^{(1)}_I, \tag{3}$$

$$I^{(2)}_{\text{Y2xx}} + I^{(2)}_{\Delta 2,1\text{xx}} + I^{(2)}_{\Delta 2,3\text{xx}} = 1^{(2)}_I, \tag{4}$$

$$I^{(3)}_{\text{Y3xx}} + I^{(3)}_{\Delta 3,1\text{xx}} + I^{(3)}_{\Delta 3,2\text{xx}} = 1^{(3)}_I. \tag{5}$$

Из (3)–(5) с учётом (1) и (2) следуют равенства

$$\Gamma_{1,1}G_{1,1} + \left(\Gamma_{1,1} - \Gamma_{1,2}\right)G_{1,2} + \left(\Gamma_{1,1} - \Gamma_{1,3}\right)G_{1,3} = 1,$$

$$G_{1,1}\left(\Gamma_{1,1} + \Gamma_{1,2} + \Gamma_{1,3}\right) = 1,$$

$$\Gamma_{2,2}G_{2,2} + \left(\Gamma_{2,2} - \Gamma_{2,1}\right)G_{2,1} + \left(\Gamma_{2,2} - \Gamma_{2,3}\right)G_{2,3} = 1,$$

$$G_{2,2}\left(\Gamma_{2,1} + \Gamma_{2,2} + \Gamma_{2,3}\right) = 1,$$

$$\Gamma_{3,3}G_{3,3} + \left(\Gamma_{3,3} - \Gamma_{3,1}\right)G_{3,1} + \left(\Gamma_{3,3} - \Gamma_{3,2}\right)G_{3,2} = 1,$$

$$G_{3,3}\left(\Gamma_{3,1} + \Gamma_{3,2} + \Gamma_{3,3}\right) = 1.$$

Если в электродах трехэлектродной печи протекают синусоидальные токи $\dot{I}_{э1}$, $\dot{I}_{э2}$ и $\dot{I}_{э3}$ то в соответствии с принципом суперпозиции токи «звезды» ванны

$$\dot{I}_{\text{Y1}} = \frac{I^{(1)}_{\text{Y1xx}}}{1^{(1)}_I}\dot{I}_{э1} + \frac{I^{(2)}_{\Delta 2,1\text{xx}}}{1^{(2)}_I}\dot{I}_{э2} + \frac{I^{(3)}_{\Delta 3,1\text{xx}}}{1^{(3)}_I}\dot{I}_{э3} = G_{1,1}\left(\Gamma_{1,1}\dot{I}_{э1} + \Gamma_{2,1}\dot{I}_{э2} + \Gamma_{3,1}\dot{I}_{э3}\right), \tag{6}$$

$$\dot{I}_{\text{Y2}} = \frac{I^{(1)}_{\Delta 1,2\text{xx}}}{1^{(1)}_I}\dot{I}_{э1} + \frac{I^{(2)}_{\text{Y2xx}}}{1^{(2)}_I}\dot{I}_{э2} + \frac{I^{(3)}_{\Delta 3,2\text{xx}}}{1^{(3)}_I}\dot{I}_{э3} = G_{2,2}\left(\Gamma_{1,2}\dot{I}_{э1} + \Gamma_{2,2}\dot{I}_{э2} + \Gamma_{3,2}\dot{I}_{э3}\right), \tag{7}$$

$$\dot{I}_{\text{Y3}} = \frac{I^{(1)}_{\Delta 1,3\text{xx}}}{1^{(1)}_I}\dot{I}_{э1} + \frac{I^{(2)}_{\Delta 2,3\text{xx}}}{1^{(2)}_I}\dot{I}_{э2} + \frac{I^{(3)}_{\text{Y3xx}}}{1^{(3)}_I}\dot{I}_{э3} = G_{3,3}\left(\Gamma_{1,3}\dot{I}_{э1} + \Gamma_{2,3}\dot{I}_{э2} + \Gamma_{3,3}\dot{I}_{э3}\right). \tag{8}$$

Выберем в схеме замещения ванны печи положительные направления токов «треугольника» (рис. 2) и составим уравнения по законам Кирхгофа

$$\dot{I}_{э2} = \dot{I}_{\text{Y2}} + \dot{I}_{\Delta 2,3} - \dot{I}_{\Delta 1,2},\ \dot{I}_{э3} = \dot{I}_{\text{Y3}} + \dot{I}_{\Delta 3,1} - \dot{I}_{\Delta 2,3},\ \frac{\dot{I}_{\Delta 1,2}}{g_{1,2}} + \frac{\dot{I}_{\Delta 2,3}}{g_{2,3}} + \frac{\dot{I}_{\Delta 3,1}}{g_{3,1}} = 0.$$

Образуя из этой совокупности уравнений системы из трех уравнений и решая их, найдем

$$\dot{I}_{\Delta 1,2} = \frac{G_{1,2}G_{2,3}\left(\dot{I}_{э1} - \dot{I}_{\text{Y1}}\right) - G_{1,2}G_{3,1}\left(\dot{I}_{э2} - \dot{I}_{\text{Y2}}\right)}{G_{1,2}G_{3,1} + G_{1,2}G_{2,3} + G_{3,1}G_{2,3}},$$

$$\dot{I}_{\Delta 2,3} = \frac{G_{3,1}G_{2,3}\left(\dot{I}_{э2} - \dot{I}_{\text{Y2}}\right) - G_{1,2}G_{2,3}\left(\dot{I}_{э3} - \dot{I}_{\text{Y3}}\right)}{G_{1,2}G_{3,1} + G_{1,2}G_{2,3} + G_{3,1}G_{2,3}},$$

$$\dot{I}_{\Delta 3,1} = \frac{G_{1,2}G_{3,1}\left(\dot{I}_{э3} - \dot{I}_{\text{Y3}}\right) - G_{3,1}G_{2,3}\left(\dot{I}_{э1} - \dot{I}_{\text{Y1}}\right)}{G_{1,2}G_{3,1} + G_{1,2}G_{2,3} + G_{3,1}G_{2,3}}.$$

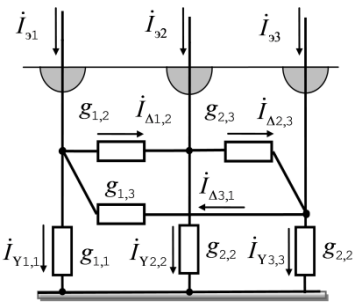


Рис. 2. Направления токов «треугольника» ванны трёхэлектродной печи

С учетом (6)–(8) выражения для токов «треугольника» примут вид

$$\begin{aligned}\dot{I}_{\Delta 1,2} = \dot{I}_{э1}\frac{G_{1,2}G_{2,3}\left(1-G_{1,1}\Gamma_{1,1}\right)+G_{1,2}G_{3,1}G_{2,2}\Gamma_{3,2}}{G_{1,2}G_{3,1}+G_{1,2}G_{2,3}+G_{3,1}G_{2,3}}- \\ -\dot{I}_{э2}\frac{G_{1,2}G_{3,1}\left(1-G_{2,2}\Gamma_{2,2}\right)+G_{1,2}G_{2,3}G_{1,1}\Gamma_{2,1}}{G_{1,2}G_{3,1}+G_{1,2}G_{2,3}+G_{3,1}G_{2,3}}- \\ -\dot{I}_{э3}\frac{G_{1,2}G_{2,3}G_{1,1}\Gamma_{3,1}-G_{1,2}G_{3,1}G_{2,2}\Gamma_{3,2}}{G_{1,2}G_{3,1}+G_{1,2}G_{2,3}+G_{3,1}G_{2,3}},\end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}\dot{I}_{\Delta 3,1} = \dot{I}_{э3}\frac{G_{1,2}G_{3,1}\left(1-G_{3,3}\Gamma_{3,3}\right)+G_{1,1}G_{3,1}G_{2,3}\Gamma_{3,1}}{G_{1,2}G_{3,1}+G_{1,2}G_{2,3}+G_{3,1}G_{2,3}}- \\ -\dot{I}_{э1}\frac{G_{2,3}G_{3,1}\left(1-G_{1,1}\Gamma_{1,1}\right)+G_{1,2}G_{3,1}G_{3,3}\Gamma_{1,3}}{G_{1,2}G_{3,1}+G_{1,2}G_{2,3}+G_{3,1}G_{2,3}}- \\ -\dot{I}_{э2}\frac{G_{1,2}G_{3,1}G_{3,3}\Gamma_{3,2}-G_{2,3}G_{3,1}G_{1,1}\Gamma_{2,1}}{G_{1,2}G_{3,1}+G_{1,2}G_{2,3}+G_{3,1}G_{2,3}},\end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}\dot{I}_{\Delta 2,3} = \dot{I}_{э2}\frac{G_{2,2}G_{3,1}\left(1-G_{2,2}\Gamma_{2,2}\right)+G_{1,2}G_{2,3}G_{3,3}\Gamma_{3,2}}{G_{1,2}G_{3,1}+G_{1,2}G_{2,3}+G_{3,1}G_{2,3}}- \\ -\dot{I}_{э3}\frac{G_{1,2}G_{2,3}\left(1-G_{3,3}\Gamma_{3,3}\right)+G_{2,3}G_{3,1}G_{3,3}\Gamma_{1,3}}{G_{1,2}G_{3,1}+G_{1,2}G_{2,3}+G_{3,1}G_{2,3}}- \\ -\dot{I}_{э1}\frac{G_{2,3}G_{3,1}G_{2,2}\Gamma_{1,2}-G_{1,2}G_{2,3}G_{3,3}\Gamma_{1,3}}{G_{1,2}G_{3,1}+G_{1,2}G_{2,3}+G_{3,1}G_{2,3}}.\end{aligned} \tag{11}$$

Формулы (6)–(11) позволяют определять токи «звезды» и токи «треугольника» ванны при ассиметричном расположении электродов в ванне (например, когда электроды расположены в линию, имеют неодинаковые заглубления, неодинаковые формы рабочих поверхностей) и несимметричности системы питающих электроды токов.

При симметричном расположении электродов в ванне по диаметру распада, когда они находятся в вершинах равностороннего треугольника, имеют одинаковые заглубления, формы рабочей поверхности для параметров схем замещения ванны, справедливы соотношения

$$\Gamma_{1,1} = \Gamma_{2,2} = \Gamma_{3,3} = \Gamma,\ \Gamma_{1,2} = \Gamma_{2,3} = \Gamma_{3,1} = \Gamma_{2,1} = \Gamma_{3,2} = \Gamma_{1,3} = \overline{\Gamma},$$
$$G_{1,1} = G_{2,2} = G_{3,3} = G,\ G_{1,2} = G_{2,3} = G_{3,1} = G_{2,1} = G_{3,2} = G_{1,3} = \overline{G}.$$

В этом случае формулы (6)–(11) для токов «звезды» и «треугольника» ванны упрощаются

$$I_{\text{Y}1} = G\left(\Gamma\dot{I}_{\text{э}1} + \overline{\Gamma}\dot{I}_{\text{э}2} + \overline{\Gamma}\dot{I}_{\text{э}3}\right) = G\left(\Gamma - \overline{\Gamma}\right)\dot{I}_{\text{э}31}, \tag{12}$$

$$I_{\text{Y}2} = G\left(\overline{\Gamma}\dot{I}_{\text{э}1} + \Gamma\dot{I}_{\text{э}2} + \overline{\Gamma}\dot{I}_{\text{э}3}\right) = G\left(\Gamma - \overline{\Gamma}\right)\dot{I}_{\text{э}32}, \tag{13}$$

$$I_{\text{Y}3} = G\left(\overline{\Gamma}\dot{I}_{\text{э}1} + \overline{\Gamma}\dot{I}_{\text{э}2} + \Gamma\dot{I}_{\text{э}3}\right) = G\left(\Gamma - \overline{\Gamma}\right)\dot{I}_{\text{э}3}, \tag{14}$$

$$\dot{I}_{\Delta 1,2} = \frac{\left[1 - G\left(\Gamma - \overline{\Gamma}\right)\right]\cdot\left(\dot{I}_{\text{э}1} - \dot{I}_{\text{э}2}\right)}{3}, \tag{15}$$

$$\dot{I}_{\Delta 3,1} = \frac{\left[1 - G\left(\Gamma - \overline{\Gamma}\right)\right]\cdot\left(\dot{I}_{\text{э}3} - \dot{I}_{\text{э}1}\right)}{3}, \tag{16}$$

$$\dot{I}_{\Delta 2,3} = \frac{\left[1 - G\left(\Gamma - \overline{\Gamma}\right)\right]\cdot\left(\dot{I}_{\text{э}2} - \dot{I}_{\text{э}3}\right)}{3}. \tag{17}$$

Если питание ванны печи с геометрической симметрией расположения электродов осуществляется симметричной системой токов прямой последовательности, что характерно для большинства действующих трехэлектродных печей,

$$\dot{I}_{\text{э}1} = I_{\text{э}}\angle 0^{\text{o}} = I_{\text{э}},\ \dot{I}_{\text{э}2} = I_{\text{э}}\angle -120^{\text{o}} = 0{,}5\left(-1 - j\sqrt{3}\right)I_{\text{э}},$$
$$\dot{I}_{\text{э}3} = I_{\text{э}}\angle 120^{\text{o}} = 0{,}5\left(-1 + j\sqrt{3}\right)I_{\text{э}},$$

то из (12)–(17) следует

$$\dot{I}_{\text{Y}1} = G\left(\Gamma - \overline{\Gamma}\right)I_{\text{э}},\ \dot{I}_{\text{Y}2} = G\left(\Gamma - \overline{\Gamma}\right)I_{\text{э}}\angle -120^{\text{o}},\ \dot{I}_{\text{Y}3} = G\left(\Gamma - \overline{\Gamma}\right)I_{\text{э}}\angle 120^{\text{o}},$$

$$\dot{I}_{\Delta 1,2} = \frac{\left[1 - G\left(\Gamma - \overline{\Gamma}\right)\right]\cdot\left(\sqrt{3} + j\right)I_{\text{э}}}{2\sqrt{3}} = \frac{\left[1 - G\left(\Gamma - \overline{\Gamma}\right)\right]}{\sqrt{3}}I_{\text{э}}\angle 30^{\text{o}},$$

$$\dot{I}_{\Delta 2,3} = \frac{\left[1 - G\left(\Gamma - \overline{\Gamma}\right)\right]\cdot(-j)I_{\text{э}}}{2\sqrt{3}} = \frac{\left[1 - G\left(\Gamma - \overline{\Gamma}\right)\right]}{\sqrt{3}}I_{\text{э}}\angle -90^{\text{o}},$$

$$\dot{I}_{\Delta 3,1} = \frac{\left[1 - G\left(\Gamma - \overline{\Gamma}\right)\right]\cdot\left(-\sqrt{3} + j\right)I_{\text{э}}}{2\sqrt{3}} = \frac{\left[1 - G\left(\Gamma - \overline{\Gamma}\right)\right]}{\sqrt{3}}I_{\text{э}}\angle 150^{\text{o}}.$$

На рис. 3 приведена векторная диаграмма токов ванны для случая симметричного расположения электродов и симметричной системы питающих токов в электродах. Как видим, токи «звезды» в рассматриваемом случае совпадают по фазе с токами электродов.

На рис. 4 приведены результаты исследования влияния диаметра распада и диаметра электродов на стекающие с поверхностей электродов токи трехэлектродной печи при ее питании симметричной системой токов прямой последовательности.

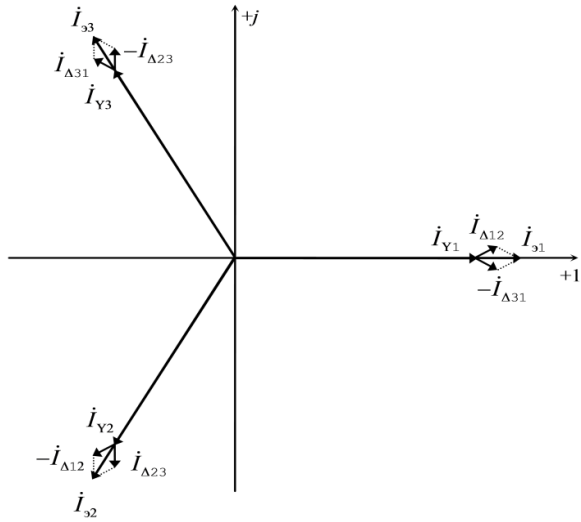
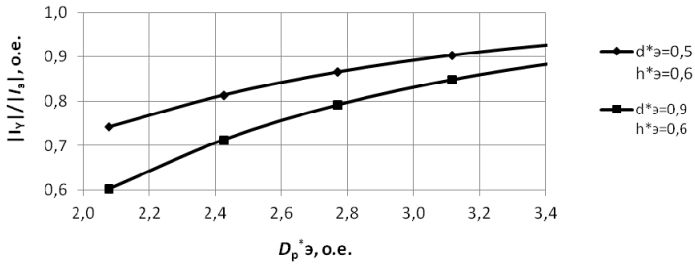


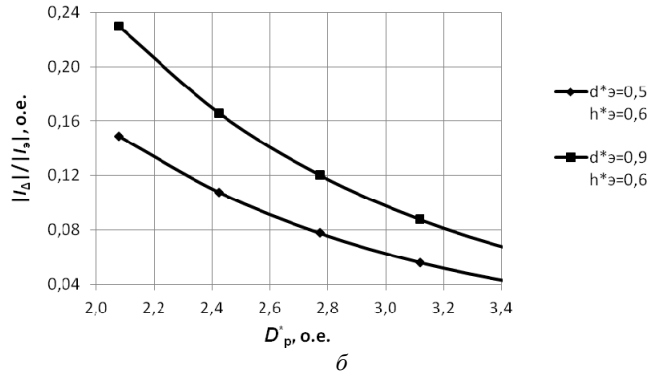
Рис. 3. Векторная диаграмма токов ванны трёхэлектродной печи

($d_э^* = \frac{d_{,э}}{l} = 0,6$; $D_р^* = \frac{D_р}{l} = 3,12$, где $d_{,э}$, $d_э^*$ – абсолютный и относительный диаметры электрода;

$D_р$, $D_р^*$ – абсолютный и относительный диаметры распада электродов



а



б

Рис. 4. Зависимости относительных действующих значений тока «звезды» (*а*)
и тока «электрод – электрод» (*б*) трехэлектродной печи от диаметра распада электродов

$$D_р^* = \frac{D_р}{l}$$

Уменьшение диаметра электродов и увеличение диаметра их распада вызывает возрастание доли тока от тока электрода, стекающего непосредственно на расплав (подину). При этом доля тока, стекающего с электрода на электрод, минуя расплав, увеличивается.

С ростом диаметра распада электродов значения токов «звезды» асимптотически стремятся к значениям токов электродов, а значения токов «треугольника» – к нулю.

Выводы. 1. Разработана методика построения формул для расчета токов «звезды» и «треугольника» ванны трехэлектродной установки резистивного нагрева с произвольным расположением электродов и несимметричной системой токов, питающих ванну, на основе совместного использования частичных проводимостей и разностно-потенциальных коэффициентов схем замещения ванны.

2. Исследовано влияние диаметра, заглубления круглых электродов и диаметра их распада в ванне трехэлектродной печи на токи, стекающие с поверхностей электродов на подину и с электрода на электрод, минуя расплав, для случая трехфазной симметричной системы токов, питающих электроды и геометрической симметрии расположения электродов в ванне.

Литература

1. *Грачев А.Н., Глухов Н.Н.* Способ текущего контроля симметричности трехфазной нагрузки в дуговых или руднотермических электропечах // Компьютерные методы в управлении электротехнологическими режимами руднотермических печей: доклады науч.-техн. совещ. «Электротермия-98» (2-3 июня 1998 г., г. Санкт-Петербург). СПб.: [Б.и.], 1998. С. 255–261.

2. *Данцис Я.Б.* Методы электротехнических расчетов мощных электропечей. Л.: Энергоиздат. Ленинград. отд-ние, 1982. 232 с.

3. *Ильгачёв А.Н.* Частичные проводимости схемы замещения электрического процесса в ванне электродных печей резистивного нагрева // Вестник Чувашского университета. 2015. № 1. С. 73–80.

4. *Ильгачёв А.Н.* Разностно-потенциальные коэффициенты как параметры схемы замещения электрического процесса в ванне многоэлектродных печей // Актуальные вопросы технических наук: материалы III Междунар. науч. конф. (г. Пермь, апрель 2015 г.). Пермь: Меркурий, 2015. С. 76–79.

5. *Ильгачёв А.Н.* Влияние геометрических параметров электродов и ванны двухэлектродной печи на ее токи «звезды» и «треугольника» // Проблемы и перспективы развития энергетики, электротехники и энергоэффективности: сб. материалов V Междунар. науч.-техн. конф. (г. Чебоксары, 2021 г.). Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2021. С. 345–350.

6. Пат. РФ № 2595782, МПК H05B 07/144. Способ определения электрических параметров, характеризующих состояние подэлектродных пространств ванны трехфазной трехэлектродной руднотермической печи с расположением электродов в линию / *Миронов Ю.М., Ильгачёв А.Н.*; заявитель и патентообладатель: Чуваш. гос. ун-т. № 2015127392/07 заявл. 07.07.2015: опубл. 27.08.2016, Бюл. № 24.

7. *Марков Н.А.* Электрические цепи и режимы дуговых электропечных установок. М.: Энергия, 1976. 204 с.

8. *Мартынов С.А., Бажин В.Ю.* Состояние и перспективы контроля и управления руднотермическими печами в производстве металлургического кремния // Электрометаллургия. 2019. № 5. С. 11–16.

9. *Махошев А.А., Гаврина О.А., Клюев Р.В.* Компенсация реактивной мощности в руднотермическом производстве // Вестник КРАУНЦ. Сер. Физико-математические науки. 2023. Т. 43, № 2. С. 126–140.

10. *Романов В.В., Животягин Д.А., Зимин Л.С.* Электротехнологические установки как источник возникновения несимметричной нагрузки сети на производстве. Возможные решения

снижения несимметрии // Современные материалы, электротехника и электротехнологии. 2017. № 6(14). С. 108–112.

11. *Струнский Б.М.* Расчеты руднотермических печей. М.: Металлургия, 1982. 192 с.

12. COMSOL Multiphysics – программное обеспечение для мультифизического моделирования [Электронный ресурс]. URL: http://www.comsol.ru (дата обращения 10.09.2023).

13. *Martynov S.A., Bazhin V.Yu*. Improving the management process of the carbothermic reduction of metallurgical silico. In: IOP Coneference Series. Krasnoyarsk, 2019, vol. 537, pp. 1–4.

ИЛЬГАЧЁВ АНАТОЛИЙ НИКОЛАЕВИЧ– кандидат технических наук, доцент, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (anikil47@mail.ru).

МИХАДАРОВ ДЕНИС ГЕОРГИЕВИЧ – кандидат технических наук, доцент кафедры электротехнологий, электрооборудования и автоматизированных производств, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (denis_georg@mail.ru).

Anatoliy N. IL'GACHEV, Denis G. MIKHADAROV

STUDY OF THE CURRENT IN THE MULTIELECTRODE PLANT BATH

Key words: *ore-thermal furnace, dissymmetric conditions, direct admittances, difference-potential coefficients, bath short-circuit test, bath no-load operation test.*

Active resistance heating multi-electrode ore-thermal furnaces, being in quasi-stationary and transient modes, work in the conditions of electric loop dissymmetry formed by the furnace transformers, current supply and bath caused by the action of different factors of geometric, electromagnetic, thermal and technological character. They worsen the energetic, technological and operational performances. The present methods of studying the electric processes in the furnace loop do not allow in full measure to reveal, consider and eliminate factor actions resulting in phenomena causing electrical duty dissymmetry. Unbalance of the system of currents flowing from the electrode to electrode passing the melt and unbalance of the system of currents flowing directly onto the melt influence the dissymmetry of the furnace loop electrical duty.

The work objective *is forming the calculated formulas for determining the resistance heating three-electrode furnace bath "star" and "triangle" currents and by means of them studying the electrode and bath geometrical parameters influence on the mentioned currents.*

Materials and methods. *The study object is currents flowing in the resistance heating three-phase, three-electrode furnace bath. When carrying out the studies, methods of electrical technology theory and computer mathematic simulation with COMSOL Multiphysics software environment are used.*

Results of the study*. The study novelty lies in the elaboration of procedure for constructing formulas for calculating the resistance heating three-electrode furnace bath "star" and "triangle" currents with electrode arbitrary location and dissymmetric current system feeding the bath. Influence of the round electrode embedding diameter and the diameter of their dissociation in the three-electrode furnace bath into the currents flowing from the electrode surfaces to the bottom and from the electrode to electrode passing the melt in cases of three-phase symmetric electrode current system and geometrical symmetry of electrode location in the bath is studied.*

Findings. *Calculation procedure of the resistance heating three-electrode furnace bath "star" and 'triangle" currents with arbitrary electrode location is developed based on the joint use of the direct admittances and difference-potential coefficients of the equivalent circuits.*

References

1. Grachev A.N., Glukhov N.N. *Sposob tekushchego kontrolya simmetrichnosti trekhfaznoi nagruzki v dugovykh ili rudnotermicheskikh elektropechakh* [Method of monitoring symmetry of three-phase load in arc or ore-thermal electric furnaces]. *Komp'yuternye metody v upravlenii elektrotekhnologicheskimi rezhimami rudnotermicheskikh pechei: doklady nauch.-tekhn. soveshch. "Elektrotermiya-98" (2-3 iyunya 1998)* [Computer methods in control of ore-thermal furnace electrotechnological modes]. St. Petersburg, 1998, pp. 255–261.

2. Dantsis Ya.B. *Metody elektrotekhnicheskikh raschetov moshchnykh elektropechei* [Methods of electrotechnical calculations for powerful electric furnaces]. Leningrad, Energoizdat Publ., 1982, 232 p.

3. Il'gachev A.N. *Chastichnye provodimosti skhemy zameshcheniya elektricheskogo protsessa v vanne elektrodnykh pechei rezistivnogo nagreva* [Direct admittances of the electric process equivalent circuit in the resistance heating electrode furnace bath]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2015, no. 1, pp. 73–80.

4. Il'gachev A.N. *Raznostno-potentsial'nye koeffitsienty kak parametry skhemy zameshcheniya elektricheskogo protsessa v vanne mnogoelektrodnykh pechei* [Difference-potential coefficients as parameters of the electric process replacement scheme in the bath of multi-electrode furnaces]. In: *Aktual'nye voprosy tekhnicheskikh nauk: materialy III Mezhdunar. nauch. konf.* [Proc. of 3rd Int. Sci. Conf. «Topical issues of technical sciences»]. Perm, Merkurii Publ., 2015, pp. 76–79.

5. Il'gachev A.N. *Vliyanie geometricheskikh parametrov elektrodov i vanny dvukhelektrodnoi pechi na ee toki «zvezdy» i «treugol'nika»* [Influence of the two-electrode furnace electrode and bath geometric parameters on its "star" and "triangle" currents]. In: *Problemy i perspektivy razvitiya energetiki, elektrotekhniki i energoeffektivnosti: sb. materialov V Mezhdunar. nauch.-tekhn. konf.* [Proc. of 5th Int. Sci. Conf. «Problems and prospects for the development of energy, electrical engineering and energy efficiency»]. Cheboksary, Chuvash University Publ., 2021, pp. 345–350.

6. Il'gachev A.N., Mironov Yu.M. *Sposob opredeleniya elektricheskikh parametrov, kharakterizuyushchikh sostoyanie podelektrodnykh prostranstv vanny trekhfaznoi trekhelektrodnoi rudnotermicheskoi pechi s raspolozheniem elektrodov v liniyu* [Method of determining electric parameters characterizing the state of bath sub-electrode spaces in three-phase three-electrode ore-thermal furnace with in line electrode location]. Patent RF, no. 2595782, 2016.

7. Markov N.A. *Elektricheskie tsepi i rezhimy dugovykh elektropechnykh ustanovok* [Electric circuits and modes of electric arc furnace installations], Moscow, Energiya Publ., 1976, 204 p.

8. Martynov S.A., Bazhin V.Yu. *Sostoyanie i perspektivy kontrolya i upravleniya rudnotermicheskimi pechami v proizvodstve metallurgicheskogo kremniya* [State and prospects for monitoring and control of ore-thermal furnaces in metallurgical silicon production]. *Elektrometallurgiya*, 2019, no. 5, pp. 11–16.

9. Makhoshev A.A., Gavrina O.A., Klyuev R.V. *Kompensatsiya reaktivnoi moshchnosti v rudno-termicheskom proizvodstve* [Reactive power compensation in ore-thermal production]. *Vestnik KRAUNTs. Fiz.-mat. nauki*, 2023, vol. 43, no 2, pp. 126–140.

10. Romanov V.V., Zhivotyagin D.A., Zimin L.S. *Elektrotekhnologicheskie ustanovki kak istochnik vozniknoveniya nesimmetrichnoi nagruzki seti na proizvodstve. Vozmozhnye resheniya snizheniya nesimmetrii* [Electricotechnical plants as a source of appearing asymmetric load in the network at production. Possible solutions to reduce asymmetry]. *Sovremennye materialy, elektrotekhnika i elektrotekhnologii*, 2017, no. 6(14), pp. 108–112.

11. Strunskii B.M. *Raschety rudnotermicheskikh pechei* [Ore-thermal Furnace Calculations]. Moscow, Metallurgiya Publ., 1982, 192 p.

12. COMSOL Multiphysics – programmnoe obespechenie dlya mul'tifizicheskogo modelirovaniya [COMSOL Multiphysics – Multifysical Modeling Software]. Available at: http://www.comsol.ru (Access Date: 2023, Sept. 10).

13. Martynov S.A., Bazhin V.Yu. Improving the management process of the carbothermic reduction of metallurgical silico. In: IOP Coneference Series. Krasnoyarsk, 2019, vol. 537, pp. 1–4.

ANATOLIY N. IL'GACHEV – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Russia, Cheboksary (anikil47@mail.ru).

DENIS G. MIKHADAROV– Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Electrotechnology, Electrical Equipment and Automated Production, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (denis_georg@mail.ru).

Формат цитирования: *Ильгачёв А.Н., Михадаров Д.Г.* Токи в ванне многоэлектродной установки // Вестник Чувашского университета. – 2023. – № 4. – С. 99–108. DOI: 10.47026/1810-1909-2023-4-99-108.

DOI: 10.47026/1810-1909-2023-4-109-119

УДК 517.548
ББК В161.55

С.П. КУЗНЕЦОВ, В.В. МОЧАЛОВ, В.П. ЧУЕВ

АЛГОРИТМ НАХОЖДЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ И РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ СИЛЬВЕСТРА В АЛГЕБРАХ КЛИФФОРДА $\boldsymbol{R_{4,0}, R_{1,3}, R_{5,0}}$

Ключевые слова: *действительная алгебра Клиффорда, сопряжения в алгебрах Клиффорда, делители нуля, обратный элемент, уравнение Сильвестра, робастность, пьезопривод.*

Целью исследования *являются построение алгоритма нахождения обратных элементов в алгебрах Клиффорда* $\boldsymbol{R_{4,0}, R_{1,3}, R_{5,0}}$ *и решение нелинейного уравнения Сильвестра* $AX + XB = C$.

Материалы и методы. *С помощью основных операций сопряжения в алгебрах Клиффорда найти алгоритм нахождения обратных элементов. Применить данный алгоритм для решения уравнения Сильвестра.*

Результаты исследования. *В алгебрах Клиффорда* $\boldsymbol{R_{4,0}, R_{1,3}, R_{5,0}}$*, которые имеют большое приложение в физике, найден метод нахождения обратных элементов, найдены уравнения для нахождения делителей нуля. Найденный алгоритм используется для решения уравнения Сильвестра. Для алгебр Клиффорда четной размерности* $\boldsymbol{R_{4,0}, R_{1,3}}$ *дается алгоритм нахождения обратных элементов. Нахождение обратных элементов тесно связано с понятием делителей нуля в этих алгебрах. Метод нахождения обратного элемента применяется для решения уравнения Сильвестра, при этом используются четностное сопряжение, сопряжение реверс и сопряжение Клиффорда. Для нечетной алгебры Клиффорда* $\boldsymbol{R_{5,0}}$ *найдено сопряжение, с помощью которого можно применять алгоритм нахождения обратного элемента. Метод нахождения обратного элемента применяется для решения уравнения Сильвестра, которое, в частности, используется для обеспечения робастности пьезопривода с использованием метода управляемой относительной интервальности.*

Выводы*. Построен алгоритм нахождения обратных элементов и решено уравнение Сильвестра в алгебрах Клиффорда* $\boldsymbol{R_{4,0}, R_{1,3}, R_{5,0}}$.

Введение. Алгебры Клиффорда – это одно из актуальных направлений современной математики. Хорошо известно их применение в математике, в физике, космической динамике, робототехнике, в частности для разработки алгоритмов распознавания, для обеспечения робастности пьезопривода с использованием метода управляемой относительной интервальности. Вопрос о нахождении обратных элементов и решение уравнения Сильвестра остается важнейшей задачей.

Целью исследования являются построение алгоритма нахождения обратных элементов в алгебрах Клиффорда $\mathbf{R_{4,0}, R_{1,3}, R_{5,0}}$ и решение нелинейного уравнения Сильвестра $AX + XB = C$.

Материалы и методы. С помощью основных операций сопряжения в алгебрах Клиффорда найден алгоритм нахождения обратных элементов. Этот алгоритм применяется для решения уравнения Сильвестра.

Пусть $R_{p,q}$ – действительная алгебра Клиффорда размерности $m = 2^n$ $(n = p + q)$ с базисом $e_\alpha = e_{i_1 \ldots i_k} 1 \le i_1 < \cdots < i_k \le n$, где мультииндекс $\alpha = i_1 \ldots i_k$ пробегает все подмножества в множестве $\{1,\ldots,n\}$, совокупность

которых обозначим через Γ_n. Пусть $e_0 = 1, e_1, \dots e_n$ – генераторы базиса, $e_{12\dots n} = e_\tau$. Произведение в $R_{p,q}$ определяется соотношением

$$e_i e_j + e_j e_i = 2\delta_{ij}\varepsilon_i,$$

где $\varepsilon_i = e_i^2 = 1, i = 1, \dots, p; \varepsilon_i = e_i^2 = -1, i = p+1, \dots, p+q$.

Произвольный элемент алгебры Клиффорда $R_{p,q}$ записывается в виде

$$w = \sum_{\alpha \in \Gamma_n} x_\alpha e_\alpha, \tag{1}$$

где x_α – действительные числа.

Выражение (1) можно записать и в другой форме

$$w = \sum_{\alpha \in \Gamma_{n-1}} z_\alpha e_\alpha,$$

где z_α – комплексные или двойные числа.

Множество элементов алгебры Клиффорда, коммутирующих со всеми элементами базиса, называется центром. Известно, что для нечетной алгебры Клиффорда центр имеет вид $x_0 e_0 + x_\tau e_\tau$, где $e_\tau = e_1 e_2 \dots e_n$, для четной алгебры Клиффорда центр имеет вид $x_0 e_0$ [4, 8].

В алгебрах Клиффорда исследования по решению уравнения Сильвестра проводились в работах [6, 9, 10]. В работе [9] дан метод решения уравнения Сильвестра в алгебрах Клиффорда малых размерностей $n = p + q \le 3$. В работе [10] дается метод построения частного решения уравнения Сильвестра в алгебрах Клиффорда размерности $n = p + q \ge 4$. При этом используется метод нахождения обратных элементов [8] и вычислительная программа. В работе [2] для действительных алгебр Клиффорда изучены вопросы существования обратных элементов и найдены формулы для их вычисления по аналогии с методом блочных матриц.

Алгебра Клиффорда $\boldsymbol{R_{1,3}}$ (алгебра пространства-времени) используется в физике [3, 5]. Алгебра Клиффорда $\boldsymbol{R_{4,1}}$ широко используется в геометрии, робототехнике и компьютерном моделировании [7, 1].

1. Действительная алгебра Клиффорда. Пусть $R_{p,q}$ – действительная алгебра Клиффорда. Произвольный элемент алгебры $R_{p,q}$ представим в виде (1). Рангом базисного элемента e_α назовем длину мультииндекса α. Элемент $w \in R_{p,q}$ запишем в виде суммы элементов рангов от 0 до n:

$$w = \sum_{k=0}^{n} w^k.$$

В монографии [4. С. 81–83] введены три операции сопряжения: реверс, четностное сопряжение, клиффордово сопряжение. Операция сопряжения реверс $w \to \widetilde{w}$ такова, что она обращает порядок следования множителей в произведении генераторов:

$$(e_{\iota_1} \widetilde{e_{\iota_2} \dots e_{\iota_k}}) = e_{i_k} \dots e_{i_2} e_{i_1}.$$

Для элемента $w \in R_{p,q}$ имеем

$$\widetilde{w} = \sum_{k=0}^{n} (-1)^{\frac{k(k-1)}{2}} w^k.$$

Операция четностного сопряжения $w \to w^{\wedge}$ такова, что нечетные элементы умножаются на –1, а четные элементы не меняются:

$$w^{\wedge} = \sum_{k=0}^{n} (-1)^k w^k.$$

Клиффордово сопряжение – это суперпозиция четностного сопряжения и реверса: $w \to \overline{w} = \widetilde{w}^{\wedge}$. Для элемента $w \in R_{p,q}$ имеем

$$\overline{w} = \sum_{k=0}^{n} (-1)^{\frac{k(k+1)}{2}} w^k.$$

Эти операции обладают свойствами [4. С. 81–83; 2]:

$$\widetilde{\widetilde{w}} = w;\ \widetilde{(uv)} = \tilde{v} \cdot \tilde{u};\ \widetilde{(u+v)} = \tilde{u} + \tilde{v};$$
$$w^{\wedge\wedge} = w;\ (uv)^{\wedge} = u^{\wedge} v^{\wedge};\ (u+v)^{\wedge} = u^{\wedge} + v^{\wedge};$$
$$\overline{\overline{w}} = w;\ \overline{(uv)} = \overline{v} \cdot \overline{u};\ \overline{(u+v)} = \overline{u} + \overline{v}.$$

Введем другую операцию сопряжения, которая понадобится нам в дальнейшем. Обозначим $w^* = \varepsilon_n e_n w e_n$, где $\varepsilon_n = e_n^2$. Введенная операция сопряжения обладает следующими свойствами:

$$w^{**} = w;\ (u+v)^* = u^* + v^*;\ (uv)^* = u^* v^*;\ \overline{w}^* = \overline{(w)^*}.$$

В работе [11] введена еще одна операция сопряжения:

$$w^{\Delta} = \sum_{k=0}^{n} (-1)^{\frac{k(k-1)(k-2)(k-3)}{2}} w^k.$$

2. Уравнение Сильвестра в матричной форме. В работе [9] в алгебрах Клиффорда размерности 2 найдено частное решение уравнения Сильвестра. Основной метод решения заключался в следующем: для произвольного элемента алгебры $w = x_0 e_0 + x_1 e_1 + x_2 e_2 + x_{12} e_{12}$ находился сопряженный элемент $\overline{w}$ такой, что $w + \overline{w}$ и $w \cdot \overline{w}$ действительные числа. Используя эту идею, найдем решение уравнения Сильвестра для матриц второго порядка.

Рассмотрим уравнение Сильвестра вида

$$AX + XB = C, \tag{2}$$

где $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} c_{11} & c_{12} \\ c_{21} & c_{22} \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} \\ x_{21} & x_{22} \end{pmatrix}$ – матрицы с действительными коэффициентами.

Обозначим через $\bar{B}$ матрицу вида $\bar{B} = \begin{pmatrix} b_{22} & -b_{12} \\ -b_{21} & b_{11} \end{pmatrix}$. Тогда

$$B + \bar{B} = \begin{pmatrix} b_{11} + b_{22} & 0 \\ 0 & b_{11} + b_{22} \end{pmatrix},$$
$$B\bar{B} = \begin{pmatrix} b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21} & 0 \\ 0 & b_{11}b_{22} - b_{12}b_{21} \end{pmatrix}.$$

Уравнение (2) умножим слева на A, затем уравнение (2) умножим справа на $\bar{B}$ и сложим оба равенства. В результате получим

$$A^2 + AX(B + \overline{B}) + XB\overline{B} = AC + C\overline{B}.$$

Уравнение Сильвестра (2) сводится к уравнению вида

$$(A^2 + A(B + \overline{B}) + B\overline{B})X = AC + C\overline{B}. \tag{3}$$

Если

$$\det(A^2 + A(B + \overline{B}) + B\overline{B}) \neq 0,$$

то решение уравнения (2) запишется в виде

$$X = (A^2 + A(B + \overline{B}) + B\overline{B})^{-1}(AC + C\overline{B}).$$

Покажем, что решение уравнения (3) является решением уравнения (2). Пусть X_1 – решение уравнения (3), т.е.

$$A^2X_1 + AX_1(B + \overline{B}) + X_1B\overline{B} - AC - C\overline{B} = 0.$$

Преобразуем его к следующему виду:

$$A(AX_1 + X_1B - C) + (AX_1 + X_1B - C)\overline{B} = 0.$$

Предположим, что X_1 не является решением (2), т.е. $AX_1 + X_1B - C = C_1 \neq 0$. Тогда получим равенство

$$AC_1 + C_1\overline{B} = 0. \quad (4)$$

Умножим равенство (4) слева на A, затем уравнение (4) умножим справа на B и сложим оба равенства. В результате получим $(A^2 + A(B + \overline{B}) + B\overline{B})C_1 = 0$. Так как $\det(A^2 + A(B + \overline{B}) + B\overline{B}) \neq 0$, то $C_1 = 0$ и X_1 является решением (2).

Аналогично решается уравнение Сильвестра для матриц второго порядка с комплексными коэффициентами.

3. Алгебра $R_{4,0}$. Базис алгебры $R_{4,0}$ образуют элементы

$$\{e_\alpha\}_{\alpha\in\Gamma_4} = \{e_0, e_1, e_2, e_{12}, e_3, e_{13}, e_{23}, e_{123}, e_4, e_{14}, e_{24}, e_{124}, e_{34}, e_{134}, e_{234}, e_{1234}\},$$

где

$$e_1^2 = e_2^2 = e_3^2 = e_4^2 = e_0;$$
$$e_{12}^2 = e_{13}^2 = e_{23}^2 = e_{14}^2 = e_{24}^2 = e_{34}^2 = e_{123}^2 = e_{124}^2 = e_{134}^2 = e_{234}^2 = -e_0;$$
$$e_\tau^2 = e_{1234}^2 = e_0.$$

Центр алгебры образуют элементы вида x_0e_0. Произвольный элемент алгебры можно представить в действительной и комплексной форме

$$w = \sum_{\alpha\in\Gamma_4} x_\alpha e_\alpha = \sum_{\alpha\in\Gamma_4^3} z_\alpha e_\alpha, \quad (5)$$

где Γ_4^3 – обозначает совокупность подмножеств в множестве $\{1, 2, 4\}$;

$$z_0 = x_0e_0 + x_{123}e_{123};\ z_1 = x_1e_0 + x_{23}e_{123};\ z_2 = x_2e_0 - x_{13}e_{123};$$
$$z_{12} = x_{12}e_0 - x_3e_{123};\ z_4 = x_4e_0 + x_{1234}e_{123};\ z_{14} = x_{14}e_0 + x_{234}e_{123};$$
$$z_{24} = x_{24}e_0 - x_{134}e_{123};\ z_{124} = x_{124}e_0 - x_{34}e_{123},$$

где z_k – комплексные числа, так как $e_{123}^2 = -e_0$.

Запишем равенство (5) в виде

$$w = w_0e_0 + w_1e_4, \quad (6)$$

где

$$w_0 = z_0e_0 + z_1e_1 + z_2e_2 + z_{12}e_{12};$$
$$w_1 = z_4e_0 + z_{14}e_1 + z_{24}e_2 + z_{124}e_{12}.$$

Операции четностного сопряжения, реверс, операцию сопряжения Клиффорда также можно записать в виде (6)

$$\widehat{w} = \widehat{w}_0e_0 - \widehat{w}_1e_4;\ \widetilde{w} = \widetilde{w}_0e_0 + \widetilde{w}_1e_4;\ \overline{w} = \overline{w}_0e_0 - \overline{w}_1e_4;$$
$$\widehat{w}_0 = \overline{z}_0e_0 - \overline{z}_1e_1 - \overline{z}_2e_2 + \overline{z}_{12}e_{12};\ \widehat{w}_1 = \overline{z}_4e_0 - \overline{z}_{14}e_1 - \overline{z}_{24}e_2 + \overline{z}_{124}e_{12};$$
$$\widetilde{w}_0 = \overline{z}_0e_0 + \overline{z}_1e_1 + \overline{z}_2e_2 - \overline{z}_{12}e_{12};\ \widetilde{w}_1 = \overline{z}_4e_0 + \overline{z}_{14}e_1 + \overline{z}_{24}e_2 - \overline{z}_{124}e_{12};$$
$$\overline{w}_0 = z_0e_0 - z_1e_1 - z_2e_2 - z_{12}e_{12};\ \overline{w}_1 = z_4e_0 - z_{14}e_1 - z_{24}e_2 - z_{124}e_{12}.$$

Обозначим $w^* = \varepsilon_4 e_4 w e_4$. Из предыдущих равенств следует, что

$$w^* = w_0^* e_0 + w_1^* e_4,$$

где

$$w_0^* = \overline{z}_0 e_0 - \overline{z}_1 e_1 - \overline{z}_2 e_2 + \overline{z}_{12} e_{12};$$
$$w_1^* = \overline{z}_4 e_0 - \overline{z}_{14} e_1 - \overline{z}_{24} e_2 + \overline{z}_{124} e_{12}.$$

Заметим, что

$$w + \overline{w} = (w_0 + \overline{w}_0)e_0 + \left(w_1 - \overline{w}_1^*\right)e_4 =$$
$$= 2z_0 + 2(x_{1234}e_{123} + x_{234}e_{23} + x_{134}e_{13} + x_{124}e_{12})e_4;$$
$$\widehat{w} + \widetilde{w} = (\widehat{w}_0 + \widetilde{w}_0)e_0 - (\widehat{w}_1 - \widetilde{w}_1^*)e_4 =$$
$$= 2\overline{z}_0 - 2(-x_{1234}e_{123} + x_{234}e_{23} + x_{134}e_{13} + x_{124}e_{12})e_4;$$
$$(w + \widetilde{w})^{\Delta} = 2\overline{z}_0 - 2(x_{1234}e_{123} + x_{234}e_{23} + x_{134}e_{13} + x_{124}e_{12})e_4$$

(при применении операции сопряжения Δ перед элементом e_{1234} ставится противоположный знак). Поэтому $w + \overline{w} + (\widehat{w} + \widetilde{w})^{\Delta} = 4x_0$. Найдем произведение $w\overline{w}$:

$$w\overline{w} = (w_0 e_0 + w_1 e_4)(\overline{w}_0 - e_4 \overline{w}_1) = (w_0 \overline{w}_0 - w_1 \overline{w}_1)e_0 + \left(w_1 \overline{w}_0^* - w_0 \overline{w}_1^*\right)e_4 =$$
$$= (w_0 \overline{w}_0 - w_1 \overline{w}_1)e_0 + (w_1 \overline{w}_0^* - \overline{(w_1 \overline{w}_0^*)^*})e_4 = M + Ne_4,$$

где $M = (z_0^2 - z_1^2 - z_2^2 + z_{12}^2 - z_4^2 + z_{14}^2 + z_{24}^2 - z_{124}^2)$ – комплексное число;

$$N = 2y_0 e_{123} + 2y_1 e_{12} + 2y_2 e_{13} + 2y_3 e_{23};$$
$$y_0 = Im(\overline{z}_0 z_4 + \overline{z}_1 z_{14} + \overline{z}_2 z_{24} + \overline{z}_{12} z_{124});$$
$$y_1 = Re(\overline{z}_0 z_{124} - \overline{z}_1 z_{24} + \overline{z}_2 z_{14} - \overline{z}_{12} z_4);$$
$$y_2 = Im(-\overline{z}_0 z_{24} + \overline{z}_1 z_{124} - \overline{z}_2 z_4 + \overline{z}_{12} z_{14}).$$

Отсюда следует, что

$$\widehat{w} \cdot \widetilde{w} = \widetilde{(w \cdot \overline{w})} = \widetilde{M} + e_4 \widetilde{N} = M^* - e_4 N, (\widehat{w} \cdot \widetilde{w})^{\Delta} =$$
$$= M^* + Ne_4, M^* = \varepsilon_4 e_4 M e_4.$$

Тогда имеем

$w\overline{w} + (\widehat{w}\widetilde{w})^{\Delta} = M + Ne_4 + M^* - Ne_4 = M + M^*$ – действительное число;

$(w\overline{w}) \cdot (\widehat{w}\widetilde{w})^{\Delta} = (M + Ne_4)(M^* - Ne_4) = (MM^* - NN^*) -$ действительное число, так как

$$N^* = \varepsilon_4 e_4 N e_4 = -2y_0 e_{123} + 2y_1 e_{12} + 2y_2 e_{13} + 2y_3 e_{23},$$
$$N \cdot N^* = 4(y_0^2 - y_1^2 - y_2^2 - y_3^2).$$

Делители нуля в $R_{4,0}$ определяются равенством

$$MM^* - NN^* =$$
$$(z_0^2 - z_1^2 - z_2^2 + z_{12}^2 - z_4^2 + z_{14}^2 + z_{24}^2 - z_{124}^2)(\overline{z}_0^2 - \overline{z}_1^2 - \overline{z}_2^2 + \overline{z}_{12}^2 -$$
$$-\overline{z}_4^2 + \overline{z}_{14}^2 + \overline{z}_{24}^2 - z_{124}^2) - 4(y_0^2 - y_1^2 - y_2^2 - y_3^2) = 0.$$

Если $(MM^* - NN^*) \neq 0$, то обратный элемент существует и находится по формуле

$$w^{-1} = \frac{\overline{w}\widetilde{(w\overline{w})}^{\Delta}}{MM^* - NN^*}, \ (MM^* - NN^*) \neq 0.$$

Рассмотрим функциональное уравнение

$$AX = B, \tag{7}$$

где $A, B \in R_{4,0}, X \in R_{4,0}$ – неизвестный элемент.

Если элемент A имеет обратный

$$A^{-1} = \frac{\overline{A}\widetilde{(A\overline{A})}^{\Delta}}{M_1 {M_1}^* - N_1 {N_1}^*},$$

где $(A\overline{A})\widetilde{(A\overline{A})}^{\Delta} = (M_1 {M_1}^* - N_1 {N_1}^*) \neq 0$, то уравнение (7) имеет решение

$$X = A^{-1}B = \frac{\overline{A}\widetilde{(A\overline{A})}^{\Delta}B}{M_1{M_1}^* - N_1{N_1}^*}.$$

Рассмотрим теперь уравнение Сильвестра

$$AX + XB = C, \tag{8}$$

где $A, B, C \in R_{4,0}$ – известные элементы алгебры $R_{4,0}$; $X \in R_{4,0}$ – неизвестный элемент.

Приведем уравнение (8) к виду (7). Сначала умножим равенство (8) слева на A^3, затем умножим равенство (8) слева на A^2, а справа на p_1, далее умножим (8) слева на A, а справа на p_2, далее умножим (8) справа на p_3 и все равенства сложим. В результате имеем

$$\begin{gathered} A^4X + A^3XB = A^3C, A^3Xp_1 + A^2XBp_1 = A^2Cp_1, \\ A^2Xp_2 + AXBp_2 = ACp_2, AXp_3 + XBp_3 = Cp_3, \\ A^4X + A^3X(B + p_1) + A^2X(Bp_1 + p_2) + AX(Bp_2 + p_3) + XBp_3 = \\ = A^3C + A^2Cp_1 + ACp_2 + Cp_3. \end{gathered} \tag{9}$$

Уравнение (8) приводится к виду (7) относительно неизвестного $X \in R_{4,0}$, если выражения $B + p_1, Bp_1 + p_2, Bp_2 + p_3, Bp_3$ – действительные числа. Если $p_3 = \overline{B}\widetilde{(B\overline{B})}^{\Delta}$, то $Bp_3 = (B\overline{B})\widetilde{(B\overline{B})}^{\Delta}$ – действительное число. Выражение $B + p_1$ – действительное число, если $p_1 = \overline{B} + \hat{B}^{\Delta} + \tilde{B}^{\Delta}$. Далее положим $p_2 = \widetilde{(B\overline{B})}^{\Delta} + \overline{B}\hat{B}^{\Delta} + \overline{B}\tilde{B}^{\Delta}$. Имеем

$$\begin{gathered} Bp_1 + p_2 = B\overline{B} + \widetilde{(B\overline{B})}^{\Delta} + (B + \overline{B})(\hat{B} + \tilde{B})^{\Delta} = \\ = B\overline{B} + \widetilde{(B\overline{B})}^{\Delta} + 4(b_0^2 + b_{123}^2)e_0 - 4(b_{123}e_{123} + b_{124}e_{124} \\ + b_{134}e_{134} + b_{234}e_{234} + b_{1234}e_{1234})^2. \end{gathered}$$

Это действительное число. Покажем, что $Bp_2 + p_3$ – действительное число. В самом деле

$$\begin{gathered} Bp_2 + p_3 = B\widetilde{\left(B\overline{B}\right)}^{\Delta} + B\overline{B}(\hat{B}^{\Delta} + \tilde{B}^{\Delta}) + \overline{B}(\hat{B}\tilde{B})^{\Delta} = \\ = (B + \overline{B})(\hat{B}\tilde{B})^{\Delta} + B\overline{B}(\hat{B}^{\Delta} + \tilde{B}^{\Delta}). \\ B + \overline{B} = 2(z_0e_0 + (b_{1234}e_{123} + b_{234}e_{23} + b_{134}e_{13} + b_{124}e_{12})e_4) = \\ = 2(z_0e_0 + N_1e_4); \\ (\hat{B} + \tilde{B})^{\Delta} = 2(\overline{z}_0e_0 - (b_{1234}e_{123} + b_{234}e_{23} + b_{134}e_{13} + b_{124}e_{12})e_4) = \\ = 2(\overline{z}_0e_0 - N_1e_4); \\ (\hat{B}\tilde{B})^{\Delta} = (M^*e_0 - Ne_4); B\overline{B} = (Me_0 + Ne_4). \end{gathered}$$

Поэтому

$$\begin{gathered} (B + \overline{B})(\hat{B}\tilde{B})^{\Delta} + \left(B\overline{B}\right)\left(\hat{B}^{\Delta} + \tilde{B}^{\Delta}\right) = 2(z_0e_0 + N_1e_4)(M^* - Ne_4) + \\ +2(M + Ne_4)(\overline{z}_0e_0 - N_1e_4) = 2z_0M^* + 2M\overline{z}_0 - 2(N_1N^* + NN_1^*) \end{gathered}$$

является действительным числом.

Уравнение Сильвестра (8) приводится к виду

$$A_1X = B_1, \tag{10}$$

где

$$\begin{gathered} A_1 = A^4 + A^3(B + p_1) + A^2(Bp_1 + p_2) + A(Bp_2 + p_3) + Bp_3, \\ B_1 = A^3C + A^2Cp_1 + ACp_2 + Cp_3. \end{gathered}$$

Если элемент A_1 имеет обратный, то

$$X = A_1^{-1}B_1 = \frac{\overline{A}_1\widetilde{(A_1\overline{A}_1)^{\Delta}}B_1}{M_2M_2^* - N_2N_2^*}, \tag{11}$$

где $(A_1\overline{A}_1)\widetilde{(A_1\overline{A}_1)^{\Delta}} = M_2M_2^* - N_2N_2^* \neq 0$.

4. Алгебра $R_{1,3}$. Рассмотрим теперь алгебру Дирака $R_{1,3}$. Базис алгебры образуют элементы

$\{e_\alpha\}_{\alpha\in\Gamma_4} = \{e_0, e_1, e_2, e_{12}, e_3, e_{13}, e_{23}, e_{123}, e_4, e_{14}, e_{24}, e_{124}, e_{34}, e_{134}, e_{234}, e_{1234}\}$,

где

$$e_1^2 = e_{12}^2 = e_{13}^2 = e_{14}^2 = e_0;$$
$$e_2^2 = e_3^2 = e_4^2 = e_{23}^2 = e_{24}^2 = e_{34}^2 = -e_0;$$
$$e_{123}^2 = e_{124}^2 = e_{134}^2 = e_{1234}^2 = -e_0;$$
$$e_{234}^2 = e_0.$$

Центр алгебры образует элемент e_0. Произвольный элемент представим в виде

$$w = \sum_{\alpha\in\Gamma_4} x_\alpha e_\alpha = \sum_{\alpha\in\Gamma_4^3} z_\alpha e_\alpha\,, \tag{12}$$

где комплексными числами являются

$$z_0 = x_0e_0 + x_{123}e_{123};\ z_1 = x_1e_0 + x_{23}e_{123};$$
$$z_2 = x_2e_0 + x_{13}e_{123};\ z_{12} = x_{12}e_0 + x_3e_{123};$$
$$z_4 = x_0e_4 + x_{1234}e_{123};\ z_{14} = x_{14}e_0 + x_{234}e_{123};$$
$$z_{24} = x_{24}e_0 + x_{134}e_{123};\ z_{124} = x_{124}e_0 + x_{34}e_{123}.$$

Запишем равенства (12) в виде

$$w = w_0e_0 + w_1e_4,$$

где

$$w_0 = z_0e_0 + z_1e_1 + z_2e_2 + z_{12}e_{12};\ w_1 = z_4e_0 + z_{14}e_1 + z_{24}e_2 + z_{124}e_{12}.$$

Отсюда получим

$$\overline{w}_0 = z_0e_0 - z_1e_1 - z_2e_2 - z_{12}e_{12};\ \overline{w}_1 = z_4e_0 - z_{14}e_1 - z_{24}e_2 - z_{124}e_{12}.$$

Найдем произведение $w\cdot\overline{w}$:

$$w\cdot\overline{w} = M + Ne_4,$$

где

$M = (z_0^2 - z_1^2 + z_2^2 - z_{12}^2 + z_4^2 - z_{14}^2 + z_{24}^2 - z_{124}^2)$ – комплексное число;

$$N = 2y_0e_{123} + 2y_1e_{12} + 2y_2e_{13} + 2y_3e_{23};$$

$y_0 = \mathrm{Im}(\overline{z}_0z_4 + \overline{z}_1z_{14} - \overline{z}_2z_{24} - \overline{z}_{12}z_{124})$;

$y_1 = \mathrm{Re}(\overline{z}_0z_{124} - \overline{z}_1z_{24} + \overline{z}_2z_{14} - \overline{z}_{12}z_4)$;

$y_2 = \mathrm{Im}(-\overline{z}_0z_{24} + \overline{z}_1z_{124} - \overline{z}_2z_4 + \overline{z}_{12}z_{14})$;

$y_3 = \mathrm{Im}(\overline{z}_0z_{14} + \overline{z}_1z_4 - \overline{z}_2z_{124} - \overline{z}_{12}z_{24}$,

Отсюда следует, что

$$\widetilde{(w\overline{w})^{\Delta}} = M^* - Ne_4.$$

Произведение $w\widetilde{\overline{w}}\widetilde{(w\overline{w})^{\Delta}} = MM^* - NN^*$ – действительное число. Обратный элемент находится по формуле

$$w^{-1} = \frac{\overline{w}\widetilde{(w\overline{w})^{\Delta}}}{MM^* - NN^*}, (MM^* - NN^*) \neq 0.$$

Проводя вычисления, аналогичные вычислениям пункта 2, получаем, что решение уравнения Сильвестра (8) находится по формуле (11).

5. Алгебра $R_{5,0}$. Базис алгебры образуют элементы $\{e_\alpha\}_{\alpha\in\Gamma_5}$, центр элементы e_0 и $e_\tau = e_{12345}$. Произвольный элемент алгебры представим в виде

$$w = \sum_{\alpha\in\Gamma_5} x_\alpha e_\alpha = \sum_{\alpha\in\Gamma_4} z_\alpha e_\alpha\,, \tag{13}$$

где

$z_0 = x_0e_0 + x_\tau e_\tau$; $z_1 = x_1e_0 + x_{2345}e_\tau$; $z_2 = x_2e_0 - x_{1345}e_\tau$;
$z_{12} = x_{12}e_0 - x_{345}e_\tau$; $z_3 = x_3e_0 + x_{1245}e_\tau$; $z_{13} = x_{13}e_0 + x_{245}e_\tau$;
$z_{23} = x_{23}e_0 - x_{145}e_\tau$; $z_{123} = x_{123}e_0 - x_{45}e_\tau$; $z_4 = x_4e_0 - x_{1235}e_\tau$;
$z_{14} = x_{14}e_0 - x_{235}e_\tau$; $z_{24} = x_{24}e_0 + x_{135}e_\tau$; $z_{124} = x_{124}e_0 + x_{35}e_\tau$;
$z_{34} = x_{34}e_0 - x_{125}e_\tau$; $z_{134} = x_{134}e_0 - x_{25}e_\tau$; $z_{234} = x_{234}e_0 + x_{15}e_\tau$;
$z_{1234} = x_{1234}e_0 + x_5e_\tau$.

Заметим, что $\tilde{e}_\tau = e_\tau, \hat{e}_\tau = -e_\tau, \overline{e}_\tau = -e_\tau, e_\tau^2 = e_0$; в равенстве (13) z_α – двойные числа.

Равенство (13) запишем в виде

$$w = \sum_{\alpha\in\Gamma_4} z_\alpha e_\alpha = \sum_{\alpha\in\Gamma_4^3} u_\alpha e_\alpha = w_0e_0 + w_1e_4,$$

где

$w_0 = u_0e_0 + u_1e_1 + u_2e_2 + u_{12}e_{12}$;
$w_1 = u_4e_0 + u_{14}e_1 + u_{24}e_2 + u_{124}$;
$u_0 = z_0e_0 + z_{123}e_{123}$; $u_1 = z_1e_0 + z_{23}e_{123}$; $u_2 = z_2e_0 - z_{13}e_{123}$;
$u_{12} = z_{12}e_0 - z_3e_{123}$; $u_4 = z_4e_0 + z_{1234}e_{123}$; $u_{14} = z_{14}e_0 + z_{234}e_{123}$;
$u_{24} = z_{24}e_0 - z_{134}e_{123}$; $u_{124} = z_{124}e_0 - z_{34}e_{123}$.

Заметим, что элементы u_k, u_m коммутируют друг с другом, так как принадлежат коммутативной подалгебре, образованной элементами базиса $\{e_0, e_{123}, e_{45}, e_{12345}\}$.

Введем сопряжение, которое отличается от сопряжения Клиффорда в $R_{5,0}$:

$$w' = w_0'e_0 - e_4w_1' =$$
$$= (u_0e_0 - u_1e_1 - u_2e_2 - u_{12}e_{12})e_0 - e_4(u_4e_0 - u_{14}e_1 - u_{24}e_2 - u_{124}e_{12}).$$

Заметим, что в алгебре $R_{4,0}$ $w' = \overline{w}$. Найдем сумму $w + w'$:

$$w + w' = 2(z_0e_0 + z_{123}e_{123} + z_{124}e_{124} + z_{134}e_{134} + z_{1234}e_{1234}).$$

Из этого равенства следует, что

$$(\widetilde{w + w'}) = 2(z_0e_0 - z_{123}e_{123} - z_{124}e_{124} - z_{134}e_{134} + z_{1234}e_{1234});$$
$$(\widetilde{w + w'})^\Delta = 2(z_0e_0 - z_{123}e_{123} - z_{124}e_{124} - z_{134}e_{134} - z_{1234}e_{1234}).$$

Отсюда следует, что

$$w + w' + (\widetilde{w + w'})^\Delta = 4z_0e_0 = 4(x_0e_0 + x_\tau e_\tau) \in Z.$$

Умножим элемент w на w'. Проведем вычисления, аналогичные вычислениям пункта 2, получим

$$w \cdot w' = M + Ne_4, \tag{14}$$

где $M = (u_0^2 - u_1^2 - u_2^2 + u_{12}^2 - u_4^2 + u_{14}^2 + u_{24}^2 - u_{124}^2)$ и $N = 2z_0'e_{123} + 2z_1'e_{12} + +2z_2'e_{13} + 2z_3'e_{23}, z_k' = x_k' + y_k'e_\tau$– двойные числа.

Из равенства (14) следует, что

$$(\widetilde{ww'})^\Delta = \widetilde{M} - Ne_4 = M^* - Ne_4,$$

где $M^* = \varepsilon_4e_4Me_4$.

Тогда имеем

$$(ww')(\widetilde{ww'})^{\Delta} = (Me_0 + Ne_4)(M^*e_0 - Ne_4) = (MM^* - NN^*)e_0.$$

Заметим, что $MM^* - NN^* = Le_0 + Ke_\tau$ – двойное число. Делители нуля в $R_{5,0}$ определяются равенством $L^2 - K^2 = 0$. Если $L^2 - K^2 \neq 0$, то обратный элемент определяется равенством

$$w^{-1} = \frac{w'(\widetilde{ww'})^{\Delta}(Le_0 - Ke_\tau)}{L^2 - K^2}.$$

Рассмотрим в $R_{5,0}$ функциональное уравнение

$$PX = Q, \tag{15}$$

где $P, Q \in R_{5,0}, X \in R_{5,0}$ – произвольный элемент.

Если элемент P имеет обратный, то

$$P^{-1} = \frac{P'(\widetilde{PP'})^{\Delta}(Le_0 - Ke_\tau)}{L^2 - K^2}, L^2 - K^2 \neq 0.$$

Тогда уравнение (6) имеет решение

$$X = P^{-1}Q = \frac{P'(\widetilde{PP'})^{\Delta}(Le_0 - Ke_\tau)Q}{L^2 - K^2}, L^2 - K^2 \neq 0.$$

Рассмотрим функциональное уравнение Сильвестра

$$AX + XB = C, \tag{16}$$

где A, B, C известные элементы алгебры $R_{5,0}$, $X \in R_{5,0}$ – неизвестный элемент, который нужно найти.

Повторяя рассуждения, проведенные в пункте 2, получаем равенство (9). Уравнение (16) приводится к виду (15) относительно переменной $X \in R_{5,0}$, если выражения $B + p_1, Bp_1 + p_2, Bp_2 + p_3, Bp_3$ принадлежат центру алгебры $R_{5,0}$. Если $p_3 = B'(\widetilde{BB'})^{\Delta}$, то $Bp_3 = (BB')(\widetilde{BB'})^{\Delta} \in Z$. Выражение $B + p_1 \in Z$, если $p_1 = B' + \tilde{B}^{\Delta} + \tilde{B}'^{\Delta}$. Далее положим $p_2 = (\widetilde{BB'})^{\Delta} + B'\tilde{B}^{\Delta} + B'\tilde{B}'^{\Delta}$. Тогда имеем

$$Bp_1 + p_2 = BB' + B\tilde{B} + B\tilde{B}' + (\widetilde{BB'})^{\Delta} + B'\tilde{B}^{\Delta} + B'\tilde{B}'^{\Delta}$$
$$= BB' + (\widetilde{BB'})^{\Delta} + (B + B')(\widetilde{B + B'})^{\Delta} \in Z.$$

Покажем, что $Bp_2 + p_3 \in Z$. В самом деле

$$Bp_2 + p_3 = B(\widetilde{BB'})^{\Delta} + BB'(\tilde{B} + \tilde{B}')^{\Delta} + B'(\widetilde{BB'})^{\Delta} =$$
$$= (B + B')(\widetilde{BB'})^{\Delta} + (BB')(\tilde{B} + \tilde{B}')^{\Delta}.$$

Проведем рассуждения, аналогичные рассуждениям пункта 2, тогда имеем $Bp_2 + p_3 \in Z$.

Уравнение Сильвестра (16) приводится к виду (10). Если элемент A_1 имеет обратный, то решение уравнения Сильвестра записывается в виде

$$X = A_1^{-1}B_1 = \frac{A_1'(\widetilde{A_1A_1'})^{\Delta}(Le_0 - Ke_\tau)B_1}{L^2 - K^2}, L^2 - K^2 \neq 0.$$

Выводы. В статье исследуется уравнение Сильвестра для матриц второго порядка с действительными или комплексными коэффициентами. Для алгебр Клиффорда четной размерности $\mathbf{R_{4,0}}, \mathbf{R_{1,3}}$, центр которых состоит из действительных чисел, дается алгоритм нахождения обратных элементов. Нахождение обратных элементов тесно связано с понятием делителей нуля в этих алгебрах. Обратный элемент находится с помощью сопряжения Клиффорда. Метод нахождения обратного элемента применяется для решения уравнения Сильвестра, при этом используется четностное сопряжение, сопряжение реверс и сопряжение Клиффорда.

Центр нечетной алгебры Клиффорда $\mathbf{R_{5,0}}$ состоит из двойных чисел. При нахождении обратного элемента нельзя применять сопряжение Клиффорда. Найдено сопряжение, с помощью которого можно применять алгоритм нахождения обратного элемента в алгебре Клиффорда $\mathbf{R_{5,0}}$. Метод нахождения обратного элемента применяется для решения уравнения Сильвестра, которое, в частности, используется для обеспечения робастности пьезопривода с использованием метода управляемой относительной интервальности [1].

Литература

1. *Быстров С.В., Слита О.В., Сударчиков С.А., Ушаков А.В.* Обеспечение робастности пьезопривода с использованием метода управляемой относительной интервальности // Известия вузов. Приборостроение. 2016. Т. 59, № 7. С. 534–541.

2. *Иваницкий А.Ю., Кузнецов С.П., Мочалов В.В., Чуев В.П.* Обратные элементы и делители нуля в алгебрах Клиффорда и Грассмана // Вестник Чувашского университета. 2017. № 3. С. 207–221.

3. *Марчук Н.Г.* Уравнения теории поля и алгебры Клиффорда. Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, 2009, 304 с.

4. *Марчук Н.Г., Широков Д.С.* Теория алгебр Клиффорда и спиноров. М.: Красанд, 2020. 560 с.

5. *Bayro-Corrochano E.* Geometric Algebra Applications. Springer, 2019, vol. I, 742 p.

6. *Dargys A., Acus A.* A note on solution of ax+xb=c by Clifford algebras. Available at: https://arxiv.org/pdf/1902.09194.pdf.

7. *Hildenbrand D.* Foundations of Geometric Algebra Computing, *AIP Conf. Proc.*, 2012, vol. 1479(1), pp. 27–30. DOI: 10.1063/1.4756054.

8. Lounesto P. Clifford algebras and spinors. In: Clifford Algebras and Their Applications in Mathematical Physics. Dordrecht, Springer Netherlands, 2001, pp. 25–37.

9. *Shirokov D.* Basis-free solution to Sylvester equation in Clifford algebra of arbitrary dimension. *Advances in Applied Clifford Algebras*, 2021, vol. 31, no. 5, p. 70.

10. *Shirokov D.S.* On computing the determinant, other characteristic polynomial coefficients, and inverse in Clifford algebras of arbitrary dimension. *Computational and Applied Mathematics*, 2021, vol. 40, no. 5, p. 173.

КУЗНЕЦОВ СЕРГЕЙ ПЕТРОВИЧ – старший преподаватель кафедры дискретной математики и информатики, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (chevchenka@mail.ru; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6491-2223).

МОЧАЛОВ ВЛАДИМИР ВИКТОРОВИЧ – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры дискретной математики и информатики, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (m622573@gmail.com; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-8136-3932).

ЧУЕВ ВАСИЛИЙ ПЕТРОВИЧ – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры дискретной математики и информатики, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (570065@mail.ru; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1490-0929).

Sergey P. KUZNETSOV, Vladimir V. MOCHALOV, Vasiliy P. CHUEV

ALGORITHM FOR FINDING THE INVERSE ELEMENTS AND SOLUTION OF THE SILVESTER EQUATION IN THE CLIFFORD ALGEBRAS $R_{4,0}, R_{1,3}, R_{5,0}$

Key words: *real Clifford algebra, conjugation in Clifford algebras, zero divisors, inverse element, Sylvester equation, robustness, piezodrive.*

The purpose of the work *is to find an algorithm for finding inverse elements in the Clifford algebras* $\boldsymbol{R_{4,0}, R_{1,3}, R_{5,0}}$ *and to solve the nonlinear Sylvester equation* $AX + XB = C$.

Materials and methods. *Using the basic conjugation operations in Clifford algebras, finding an algorithm for finding inverse elements. Application of this algorithm to solve the Sylvester equation.*

Results of the work. *In Clifford algebras* $\boldsymbol{R_{4,0}, R_{1,3}, R_{5,0}}$*, which have a great application in physics, a method for finding inverse elements and equations for finding zero divisors were found. The found algorithm is used to solve the Sylvester equation. For Clifford algebras of even dimension* $\boldsymbol{R_{4,0}, R_{1,3}}$ *an algorithm for finding inverse elements is given. Finding inverse elements is closely related to the concept of zero divisors in these algebras. The inverse element method is used to solve the Sylvester equation, using even conjugation, reverse conjugation and Clifford conjugation. For the odd Clifford algebra* $\boldsymbol{R_{5,0}}$*, a conjugation is found that can be used to apply the algorithm for finding the inverse element. The method of finding the inverse element is used to solve the Sylvester equation, which, in particular, is used to ensure the robustness of the piezodrive using the controlled relative interval method.*

Findings*. An algorithm for finding inverse elements is constructed and the Sylvester equation is solved in the Clifford algebras* $\boldsymbol{R_{4,0}, R_{1,3}, R_{5,0}}$*.*

References

1. Bystrov S.V., Slita O.V., Sudarchikov S.A., Ushakov A.V. *Obespechenie robastnosti p'ezoprivoda s ispol'zovaniem metoda upravlyaemoi otnositel'noi interval'nosti* [Ensuring robustness of a piezodrive using the controlled relative interval method]. *Izvestiya vuzov. Priborostroenie*, 2016, vol. 59, no. 7, pp. 534–541.

2. Ivanickij A.Ju., Kuznecov S.P., Mochalov V.V.,Chuev V.P. *Obratnye elementy i deliteli nulya v algebrah Klifforda i Grassmana* [Inverse elements and zero divisors in Clifford and Grassmann algebras]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2017, no. 3, pp. 207–221.

3. Marchuk N.G., *Uravnenija teorii polja i algebry Klifforda* [Field theory and Clifford algebra equations]. Izhevsk, 209, 304 p.

4. Marchuk N.G., Shirokov D.S. *Teoriya algebr Klifforda i spinorov* [Theory of Clifford algebras and spinors]. Moscow, Krasand Publ., 2020, 560 p.

5. Bayro-Corrochano E. Geometric Algebra Applications. Springer, 2019, vol. I, 742 p.

6. Dargys A., Acus A. A note on solution of ax+xb=c by Clifford algebras. Available at: https://arxiv.org/pdf/1902.09194.pdf.

7. Hildenbrand D. Foundations of Geometric Algebra Computing, *AIP Conf. Proc.*, 2012, vol. 1479(1), pp. 27–30. DOI: 10.1063/1.4756054.

8. Lounesto P. Clifford algebras and spinors. In: Clifford Algebras and Their Applications in Mathematical Physics. Dordrecht, Springer Netherlands, 2001, pp. 25–37.

9. Shirokov D. Basis-free solution to Sylvester equation in Clifford algebra of arbitrary dimension. *Advances in Applied Clifford Algebras*, 2021, vol. 31, no. 5, p. 70.

10. Shirokov D.*S.* On computing the determinant, other characteristic polynomial coefficients, and inverse in Clifford algebras of arbitrary dimension. *Computational and Applied Mathematics*, 2021, vol. 40, no. 5, p. 173.

SERGEY P. KUZNETSOV – Senior Lecturer, Department of Discrete Mathematics and Computer Science, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (chevchenka@mail.ru; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6491-2223).

VLADIMIR V. MOCHALOV – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Department of Discrete Mathematics and Computer Science, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (m622573@gmail.com; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-8136-3932).

VASILIY P. CHUEV – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Department of Discrete Mathematics and Computer Science, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (570065@mail.ru; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-1490-0929).

Формат цитирования: *Кузнецов С.П., Мочалов В.В., Чуев В.П.* Алгоритм нахождения обратных элементов и решение уравнения Сильвестра в алгебрах Клиффорда $R_{4,0}, R_{1,3}, R_{5,0}$ // Вестник Чувашского университета. – 2023. – № 4. – С. 109–119. DOI: 10.47026/1810-1909-2023-4-109-119.

DOI: 10.47026/1810-1909-2023-4-120-129

УДК 621.31
ББК 31.2

А.И. ОРЛОВ, С.В. ВОЛКОВ, И.Х. ГАРИПОВ

РАСЧЕТ МАТРИЦЫ ИНДУКТИВНОСТЕЙ СИЛОВОГО ТРАНСФОРМАТОРА

Ключевые слова: *индуктивность, матрица индуктивностей, магнитопровод, обмотка, трансформатор, модифицированный метод узловых потенциалов.*

Практические расчеты электрооборудования и электрических сетей выполняются с использованием схем замещения. Без учета насыщения электромагнитные процессы в силовом трансформаторе описываются системой линейных уравнений, которые могут быть представлены в матричной форме. Матрица индуктивностей трансформатора содержит собственные и взаимные индуктивности обмоток, величины которых для одной фазы определяются непосредственно из паспортных данных, содержащих результаты опытов холостого хода и короткого замыкания. Взаимные индуктивности между фазами, зависящие от типа и размеров магнитопровода, как правило, не приводятся в документации трансформатора, что не позволяет моделировать режимы работы, отличающиеся от установившегося с равномерной загрузкой фаз.

Цель *работы состоит в разработке алгоритма расчета элементов матрицы индуктивностей силового трансформатора по его паспортным данным и параметрам магнитной цепи.*

Научная новизна *заключается в использовании информации о типе магнитопровода и его размерах при определении элементов матрицы индуктивностей.*

Материалы и методы. *В работе применялись методы теории линейных электрических и магнитных цепей.*

Результаты исследования. *Предложенный алгоритм определения матрицы индуктивностей включает три этапа: расчет собственных и взаимных индуктивностей одной фазы; построение схемы замещения магнитной цепи и расчет магнитных потоков с целью учета взаимного влияния обмоток различных фаз; формирование матрицы индуктивностей трехфазного трансформатора. Предложен способ построения матрицы индуктивностей трансформатора с произвольным типом магнитопровода, числом фаз и обмоток. Способ предполагает предварительное вычисление матрицы коэффициентов, характеризующей магнитопровод и зависящей главным образом от его типа и в меньшей степени – от соотношений геометрических размеров стержней и ярм. Матрица коэффициентов может быть вычислена заранее и использоваться для определения матрицы индуктивностей широкой номенклатуры трансформаторов.*

Выводы. *1. Паспортные данные трансформатора не позволяют достоверно моделировать работу трансформатора при неравномерной нагрузке. 2. Разработан алгоритм определения матрицы индуктивностей трансформаторов. 3. Предложен способ построения матрицы индуктивностей трансформатора с произвольным типом магнитопровода, числом фаз и обмоток. Практическое значение алгоритма определяется простотой его алгоритмизации, а также возможностью применения при компьютерном моделировании электрических цепей с трансформаторами, например, с использованием модифицированного метода узловых потенциалов.*

Введение. Расчёт режимов работы электрооборудования и электрических сетей выполняется, как правило, с использованием электрических схем замещения. Обмотки трансформатора являются примером индуктивно связанных

контуров и характеризуются собственными и взаимными индуктивностями. Систему уравнений трансформатора можно записать в матричной форме как

$$\mathbf{u} = \mathbf{R}\cdot\mathbf{i} + d\mathbf{\Psi}/dt = \mathbf{R}\cdot\mathbf{i} + \mathbf{L}\cdot d\mathbf{i}/dt,$$

где **u** и **i** – вектор-столбцы фазных напряжений и токов; $\mathbf{\Psi} = \mathbf{L}\cdot\mathbf{i}$ – вектор-столбец потокосцеплений магнитных потоков с обмотками; **R** и **L** – квадратные матрицы соответственно активных сопротивлений и индуктивностей трансформатора. Матрица **R** является диагональной, если магнитные потери не учитываются. Матрица **L** содержит собственные и взаимные индуктивности.

Без учета нелинейности характеристики намагничивания стали расчет магнитной цепи трансформатора можно выполнить с использованием схемы замещения. Так, в случае однофазного 2-обмоточного трансформатора без учета потерь схема замещения магнитной цепи показана на рис. 1, *а*, где $F_1 = w_1 i_1$ и $F_2 = w_2 i_2$ – МДС первичной и вторичной обмоток с токами i_1 и i_2, имеющих w_1 и w_2 витков; R_m – суммарное магнитное напряжение стальных участков; R_m – суммарное магнитное напряжение стальных участков, по которым замыкается главный магнитный поток $\Phi = \Phi_{m1} + \Phi_{m2}$; $R_{\sigma 1}$ и $R_{\sigma 2}$ – магнитные сопротивления немагнитных участков, по которым замыкаются потоки рассеяния первичной и вторичной обмоток. Значения $R_{\sigma 1}$ и $R_{\sigma 2}$ значительно превышают R_m. Магнитные потоки можно определить как $\Phi_{\sigma 1} = F_1 / R_{\sigma 1}$; $\Phi_{\sigma 2} = F_2 / R_{\sigma 2}$; $\Phi_{m1} = F_1 / R_m$; $\Phi_{m2} = F_2 / R_m$.

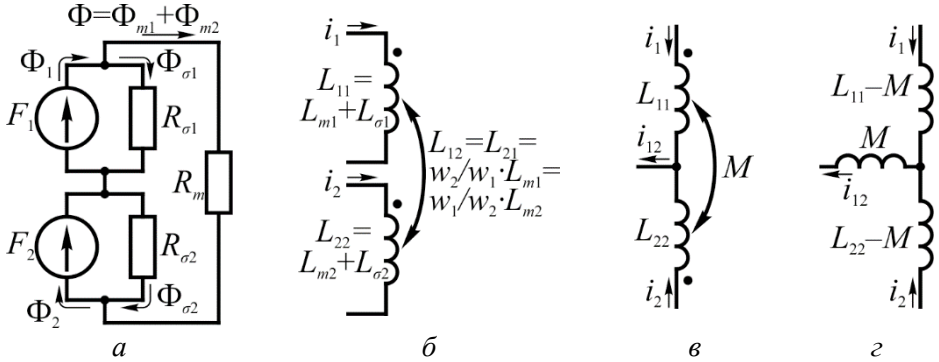


Рис. 1. Схемы замещения однофазного двухобмоточного трансформатора: схема замещения магнитной цепи (*а*); электрическая схема замещения в форме индуктивно связанных контуров (*б*); развязывание взаимной индуктивности (*в, г*)

Потокосцепления магнитных потоков Φ_1 и Φ_2 с первичной и вторичной обмотками, имеющими w_1 и w_2 витков:

$$\Psi_1 = w_1\Phi_1 = w_1\cdot(\Phi_{\sigma 1} + \Phi_{m1} + \Phi_{m2}) =$$
$$= w_1^2 i_1/R_{\sigma 1} + w_1^2 i_1/R_m + w_1 w_2 i_2/R_m = L_{\sigma 1} i_1 + L_{m1} i_1 + L_{12} i_2,$$
$$\Psi_2 = w_2\Phi_2 = w_2\cdot(\Phi_{\sigma 2} + \Phi_{m2} + \Phi_{m1}) =$$
$$= w_2^2 i_2/R_{\sigma 2} + w_2^2 i_2/R_m + w_2 w_1 i_1/R_m = L_{\sigma 2} i_2 + L_{m2} i_2 + L_{21} i_1.$$

Записывая эти уравнения в матричной форме как $\mathbf{\Psi} = \mathbf{L}\cdot\mathbf{i}$, выразим матрицу индуктивностей однофазного двухобмоточного трансформатора:

$$\mathbf{L} = \begin{pmatrix} L_{\sigma 1} + L_{m1} & L_{12} \\ L_{21} & L_{\sigma 2} + L_{m2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{21} & L_{22} \end{pmatrix},$$

где $L_{11} = L_{\sigma 1} + L_{m1}$ и $L_{22} = L_{\sigma 2} + L_{m2}$ – собственные индуктивности первичной и вторичной обмоток; $L_{12} = (w_2/w_1)\cdot L_{m1} = L_{21} = (w_1/w_2)\cdot L_{m2} = M$ – взаимные индуктивности; $L_{m1} = w_1^2/R_m$ и $L_{m2} = w_2^2/R_m$ – главные индуктивности; $L_{\sigma 1} = w_1^2/R_{\sigma 1}$ и $L_{\sigma 2} = w_2^2/R_{\sigma 2}$ – индуктивности рассеяния [4. С. 7–15; 12. С. 5].

Обмотки трансформатора можно представить в форме индуктивно связанных контуров (см. рис. 1, *б*). При электрическом соединении одноименных выводов первичной и вторичной обмоток, как показано на рис. 1, *в*, ток в общей ветви $i_{12} = i_1 + i_2$. Тогда потокосцепления Ψ_1 и Ψ_2

$$\Psi_1 = L_{11}i_1 + Mi_2 = L_{11}i_1 + M\cdot(i_{12} - i_1) = (L_{11} - M)\cdot i_1 + Mi_{12},$$
$$\Psi_2 = L_{22}i_2 + Mi_1 = L_{22}i_2 + M\cdot(i_{12} - i_2) = (L_{22} - M)\cdot i_2 + Mi_{12}.$$

Последние выражения соответствуют электрической схеме замещения трансформатора (см. рис. 2, *г*) не содержащей взаимных индуктивностей [2. С. 121–127].

По данным опытов холостого хода и короткого замыкания, указанным в паспорте, можно определить параметры схемы замещения приведенного трансформатора, имеющего во вторичной обмотке $w_2' = w_1$ витков: индуктивные сопротивления взаимной индукции X_0, короткого замыкания $X_к$, рассеяния $X_1 = X_2' \approx X_к/2$. Соответствующие индуктивности определяются как

$$L_{\sigma 1} = X_1/\omega;\ L_{\sigma 2}' = X_2'/\omega;\ M' = L_{m1} = L_{m2}' = X_0/\omega,$$
$$L_{\sigma 2} = (w_2/w_1)^2\cdot L_{\sigma 2}';\ L_{m2} = (w_2/w_1)^2\cdot L_{m2}' = (w_2/w_1)^2\cdot L_{m1},$$

где ω – угловая частота; $w_1/w_2 = U_{1н.ф}/U_{2н.ф}$ – коэффициент трансформации; штрихами обозначены приведенные величины и параметры.

В случае *u*-фазного *v*-обмоточного трансформатора квадратная матрица индуктивностей имеет размер $2uv$; элементы главной диагонали – собственные индуктивности, остальные элементы матрицы – взаимные индуктивности.

Моделированию трансформаторов посвящено большое количество работ, что подтверждает научный и практический интерес к данной теме. Известные работы в целом направлены на поиск компромисса между сложностью модели и адекватностью воспроизведения электромагнитных процессов в трансформаторе. Так, в работе [1] рассматривается «потоковая модель» работы электроэнергетической системы, включая отдельные ее элементы, такие как трансформаторы, где основными искомыми переменными являются потоки мощности. Приведенная в работе математическая модель трехфазного трансформатора выражена системой линейных уравнений в матричной форме и характеризует установившийся режим работы трансформатора. В модели не учитывается тип магнитопровода и не предполагается наличие взаимной индуктивности между фазами.

Известны также работы, например [5, 6], в которых при моделировании трансформаторов учитывается ряд специфических факторов, таких как дискретность и несимметрия структуры обмоток, насыщение магнитной цепи и потерь в стали, а также влияние технологических факторов. Учет большого числа параметров приводит к избыточному усложнению модели. В работе [11] приводятся выражения для расчета индуктивностей рассеяния и взаимных индуктивностей обмоток тягового трансформатора, учитывающие изменение магнитного поля рассеяния обмоток при дискретном переключении нагрузки секций тяговых обмоток. Авторы отмечают, что для адекватного воспроизведения работы тягового трансформатора с секционированными вторичными

обмотками в режимах коммутации тиристорных плеч выпрямительно-инверторного преобразователя необходимо знать $n\cdot(n-1)/2$ результатов опытов короткого замыкания трансформатора, где n – число катушек. Очевидно, что это не всегда возможно реализовать на практике.

В работах [7–10] рассмотрен процесс создания «цифрового двойника» трансформатора с магнитопроводом произвольного исполнения в программе Matlab Simulink с использованием реализованного в ней неявного решателя системы нелинейных уравнений «Solve». Несмотря на избыточную для практического применения точность, предложенные подходы нельзя считать достаточно универсальными в связи с привязкой методики расчета к строго определенному программному обеспечению. Кроме того, расчеты опираются на параметры магнитной системы трансформатора, известные лишь из его технической документации и недоступные при эксплуатации.

Паспортные данные трансформатора, содержащие результаты опытов холостого хода и короткого замыкания, позволяют найти параметры схемы замещения одной фазы трансформатора [3. С. 90]. Взаимные индуктивности между фазами, зависящие от типа и размеров магнитопровода, как правило, в документации на трансформатор не приводятся. Такая информация необходима для моделирования режимов работы трансформатора, отличающихся от установившегося с равномерной загрузкой фаз. Однако способ определения матрицы индуктивностей, обладающий достаточной универсальностью и простотой алгоритмизации, в общем случае не разработан.

Цель работы состоит в разработке алгоритма расчета элементов матрицы индуктивностей силового трансформатора по его паспортным данным и параметрам магнитной цепи.

Научная новизна заключается в использовании информации о типе магнитопровода силового трансформатора и его размерах при определении элементов матрицы индуктивностей.

Материалы и методы. В работе применялись методы теории линейных электрических и магнитных цепей. Расчеты выполнялись с использованием открытых библиотек для языка программирования Python. При формулировке алгоритма и получении общей формы матрицы индуктивностей использовался принцип индуктивных обобщений.

Результаты исследования. Предлагаемый алгоритм определения матрицы индуктивностей силового трансформатора включает три этапа:

1. Вычисление параметров схемы замещения фазы трансформатора по паспортным данным, включая индуктивности приведенного трансформатора; определение собственных и взаимных индуктивностей трансформатора для симметричного установившегося режима работы. Так, для двухобмоточного трансформатора индуктивности

$$L_{12} = L_{12} = (w_2/w_1)\cdot L_{m1} = (w_1/w_2)\cdot L_{m2},\ L_{11} = L_{\sigma1} + L_{m1},\ L_{22} = L_{\sigma2} + L_{m2}.$$

2. Определение топологии схемы замещения магнитной цепи в зависимости от типа магнитопровода; расчет магнитных сопротивлений по схеме замещения с учетом размеров магнитопровода; расчет индуктивностей.

Относительные значения взаимных индуктивностей фазных обмоток одного напряжения можно найти следующим образом:

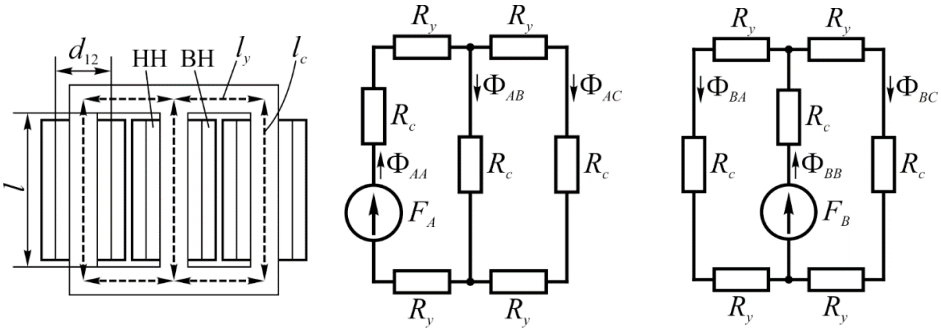
а) приравнять к нулю значения всех МДС схемы замещения магнитной цепи;

б) последовательно приравнивая значения каждой МДС к одной и той же произвольно выбранной величине F, определить распределение магнитных потоков по схеме замещения магнитной цепи. Отношение магнитного потока в какой-либо ветви b без источника МДС Φ_{ab} к магнитному потоку ветви a с источником МДС Φ_a равно отношению взаимной индуктивности обмоток, расположенных на рассматриваемых участках магнитной цепи, L_{ab} к собственной индуктивности L_a обмотки a.

Абсолютные значения взаимных индуктивностей между обмотками любых двух фаз определяются по найденным в п. 1 значениям собственных и взаимных индуктивностей обмоток трансформатора при симметричном установившемся режиме работы.

3. Построение матрицы индуктивностей трансформатора на основе известных собственных и взаимных индуктивностей.

Рассмотрим выполнение п. 2 и 3 предлагаемого алгоритма на примере трехфазного двухобмоточного трансформатора с трехстержневым магнитопроводом, размеры которого показаны на рис. 2, *а*. Пропорции такого трансформатора характеризуются коэффициентом β, равным отношению длины окружности канала между обмотками высшего и низшего напряжений πd_{12} к высоте l стержня. Значение данного коэффициента выбирается на этапе проектирования. Для магнитопровода трехстержневого типа, как правило, β = 1,5–2,2. Принимая приближенно длину средней магнитной линии стержня $l_c = l$, ярма $l_y \approx d_{12} = l_c \cdot \beta/\pi$ и считая магнитные сопротивления пропорциональными длинам средних магнитных линий, получим $R_y/R_c = \beta/\pi = 0{,}48–0{,}70$.



а *б* *в*

Рис. 2. Размеры магнитной системы трехфазного двухобмоточного трансформатора с трехстержневым магнитопроводом (*а*), схемы замещения магнитной цепи (*б*, *в*)

Примем $R_y/R_c = 0{,}5$. Значениями магнитных сопротивлений рассеяния R_σ, значительно превышающими магнитные сопротивления стальных участков, будем пренебрегать. Поместим источник МДС F_A в левую боковую ветвь, как

показано на рис. 2, *а*. МДС остальных фазных обмоток примем равными нулю. Тогда распределение магнитных потоков в ветвях в относительных единицах: $\Phi_{AA} = 0{,}75$; $\Phi_{AB} = -0{,}5$; $\Phi_{AC} = -0{,}25$. Располагая источник МДС той же величины $F_B = F_A$ в центральной ветви, как показано на рис. 2, *б*, получим распределение магнитных потоков $\Phi_{BA} = -0{,}5$; $\Phi_{BB} = 1{,}0$; $\Phi_{BC} = -0{,}5$. Распределение магнитных потоков при помещении источника МДС в правой боковой ветви «*C*» такое же, как и в первом случае, по причине симметрии магнитной цепи. За единицу принято наибольшее значение магнитного потока.

Для фазных обмоток трансформатора с одинаковым числом витков (одного напряжения) потокосцепление пропорционально величине магнитного потока $\Psi = w \cdot \Phi$, а МДС – величине тока $F = w \cdot i$. Следовательно, собственная и взаимная индуктивность, представляющая собой отношение потокосцепления к величине тока $L = \Psi / i$, пропорциональна величине рассчитанного магнитного потока.

Матрица индуктивностей рассматриваемого трансформатора размером 6×6 образуется объединением подматриц:

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} \mathbf{L_{11}} & \mathbf{L_{12}} \\ \mathbf{L_{21}} & \mathbf{L_{22}} \end{bmatrix},$$

где $\mathbf{L_{11}}$ и $\mathbf{L_{22}}$ – подматрицы индуктивностей обмоток высшего и низшего напряжений соответственно, имеющие размерность 3×3; $\mathbf{L_{12}}$ и $\mathbf{L_{21}} = \mathbf{L_{12}}^{\mathrm{T}}$ – подматрицы взаимных индуктивностей обмоток высшего и низшего напряжений. За базисное значение индуктивности для подматриц $\mathbf{L_{11}}$ и $\mathbf{L_{22}}$ примем индуктивности L_{m1} и L_{m2} соответственно, для подматриц $\mathbf{L_{12}}$ и $\mathbf{L_{21}} = \mathbf{L_{12}}^{\mathrm{T}}$ – взаимные индуктивности $M = L_{12} = L_{12} = (w_2/w_1) \cdot L_{m1} = (w_1/w_2) \cdot L_{m2}$, тогда

$\mathbf{L_{11}} =$

	A	*B*	*C*
A	$0{,}75 \cdot L_{m1} + L_{\sigma 1}$	$-0{,}5 \cdot L_{m1}$	$-0{,}25 \cdot L_{m1}$
B	$-0{,}5 L_{m1}$	$L_{m1} + L_{\sigma 1}$	$-0{,}5 L_{m1}$
C	$-0{,}25 \cdot L_{m1}$	$-0{,}5 \cdot L_{m1}$	$0{,}75 \cdot L_{m1} + L_{\sigma 1}$

$\mathbf{L_{22}} =$

	a	*b*	*c*
a	$0{,}75 \cdot L_{m2} + L_{\sigma 2}$	$-0{,}5 \cdot L_{m2}$	$-0{,}25 \cdot L_{m2}$
b	$-0{,}5 L_{m2}$	$L_{m2} + L_{\sigma 2}$	$-0{,}5 L_{m2}$
c	$-0{,}25 \cdot L_{m2}$	$-0{,}5 \cdot L_{m2}$	$0{,}75 \cdot L_{m2} + L_{\sigma 2}$

$\mathbf{L_{12}} =$

	a	*b*	*c*
A	$0{,}75 \cdot L_{12}$	$-0{,}5 \cdot L_{12}$	$-0{,}25 \cdot L_{12}$
B	$-0{,}5 \cdot L_{12}$	L_{12}	$-0{,}5 \cdot L_{12}$
C	$-0{,}25 \cdot L_{12}$	$-0{,}5 \cdot L_{12}$	$0{,}75 \cdot L_{12}$

Собственные индуктивности включают дополнительные составляющие – индуктивности рассеяния $L_{\sigma 1}$ и $L_{\sigma 2}$, не зависящие от распределения магнитных потоков в остальных ветвях магнитопровода.

В общем случае матрицу индуктивностей **L** для *u*-фазного *v*-обмоточного трансформатора с магнитопроводом любого типа произвольных размеров можно составить из *v*×*v* подматриц $\mathbf{L_{ij}}$ размерностями *u*×*u*, где $i, j = 1 \ldots v$:

$$\mathbf{L_{ii}} = \mathbf{K}_u \circ L_{mi} \cdot \mathbf{J}_u + L_{\sigma i} \cdot \mathbf{I}, \qquad (1)$$

$$\mathbf{L_{ij}} = \mathbf{K} \circ L_{ij} \cdot \mathbf{J},\ \mathbf{L_{ji}} = \mathbf{L_{ij}}^{\mathrm{T}},$$

где $\mathbf{J}_u$ – матрица единиц; $\mathbf{I}_u$ – единичная матрица; $\mathbf{K}_u$ – матрица коэффициентов, зависящая от типа и размеров магнитопровода и определяемая согласно п. 2 предлагаемого алгоритма; символом «∘» обозначено произведение Адамара.

Так, в трехфазном групповом двухобмоточном трансформаторе, где взаимные влияния фаз друг на друга отсутствуют, $\mathbf{K}_3 = \mathbf{I}_3$. Применяя алгоритм к трансформаторам с магнитопроводами пространственного (см. рис. 3) бронестержневого и броневого типов при соотношении магнитных сопротивлений ярм и стержней $R_y/R_c = 0{,}5$, получим

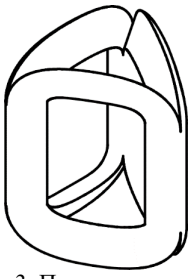


Рис. 3. Пространственная конструкция магнитопровода

$$\mathbf{K}_{\mathbf{3},\text{пр.}} = \begin{bmatrix} 1 & -0{,}5 & -0{,}5 \\ -0{,}5 & 1 & -0{,}5 \\ -0{,}5 & -0{,}5 & 1 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{K}_{\mathbf{3},\text{бр.ст.}} = \begin{bmatrix} 0{,}967 & -0{,}333 & -0{,}133 \\ -0{,}330 & 1 & -0{,}330 \\ -0{,}133 & -0{,}333 & 0{,}967 \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{K}_{\mathbf{3},\text{бр.}} = \begin{bmatrix} 1 & 0{,}127 & 0{,}016 \\ 0{,}125 & 1 & 0{,}125 \\ 0{,}016 & 0{,}127 & 1 \end{bmatrix}.$$

Выражение матрицы индуктивностей в общем виде, согласно уравнениям (1), позволяет отделить расчет индуктивностей для одной фазы трансформатора и построение матрицы индуктивностей для трансформатора в целом. Числовые значения, входящие в матрицу коэффициентов **K**, выражены в относительных единицах и зависят главным образом от типа магнитопровода и в меньшей степени от соотношений геометрических размеров стержней и ярм. В практических расчетах числовые значения, входящие в матрицу коэффициентов **K**, могут быть вычислены заранее для заданного типа магнитопровода или использованы значения, приведенные в данной работе. Далее, используя индуктивности фазы трансформатора, рассчитанные по его паспортным данным, согласно уравнениям (1) может быть сформирована искомая матрица индуктивностей трансформатора.

Практическое значение предложенного алгоритма определяется простотой его алгоритмизации. Это позволяет применять алгоритм при компьютерном моделировании электрических цепей с трансформаторами, например, с использованием модифицированного метода узловых потенциалов. Алгоритм может быть дополнены с учетом явления насыщения стали магнитопровода, а также электрических и магнитных потерь. Соответствующая модификация алгоритма может составлять перспективу дальнейших исследований по теме работы.

Выводы. 1. Результаты опытов холостого хода и короткого замыкания трансформатора, приведенные в его технической документации, позволяют найти параметры схемы замещения лишь одной фазы трансформатора, что не дает возможности достоверно моделировать режимы работы трансформатора, отличающиеся от установившегося с равномерной загрузкой фаз. Известные работы по моделированию трансформаторов в целом направлены на поиск

компромисса между сложностью модели и адекватностью воспроизведения электромагнитных процессов в трансформаторе.

2. Разработан алгоритм определения матрицы индуктивностей трансформаторов, включающий 3 этапа: расчет собственных и взаимных индуктивностей фазы трансформатора для симметричного установившегося режима работы; построение схемы замещения магнитной цепи и расчет магнитных потоков с целью учета взаимного влияния обмоток различных фаз; формирование матрицы индуктивностей трехфазного трансформатора.

3. Предложен способ построения матрицы индуктивностей трансформатора с произвольным типом магнитопровода, числом фаз и обмоток. Способ предполагает предварительное вычисление матрицы коэффициентов, характеризующей магнитопровод и зависящей главным образом от его типа и в меньшей степени – от соотношений геометрических размеров стержней и ярм. Матрица коэффициентов может быть вычислена заранее и использоваться для определения матрицы индуктивностей широкой номенклатуры трансформаторов.

Литература

1. *Банных П.Ю.* Развитие потоковой модели установившихся режимов электрических сетей в трехфазном и однолинейном представлении: дис. … канд. техн. наук: 05.14.02. Екатеринбург, 2019. 129 с.

2. *Бессонов Л.А.* Теоретические основы электротехники. Электрические цепи. 12-е изд., исправ. и доп. М.: Юрайт, 2016. 701 с.

3. *Иванов-Смоленский А.В.* Электрические машины: в 2 т. 3-е изд., стереот. М.: Изд. дом МЭИ, 2006. Т. 1. 652[6] с.

4. *Калантаров П.Л. Цейтлин Л.А.* Расчет индуктивностей: Справочная книга. 3-е изд., перераб. и доп. Л.: Энергоатомиздат. Ленингр. отд-ние, 1986. 488 с.

5. *Мартынов В.А., Голубев А.Н., Евдаков А.Е.* Анализ динамических режимов работы трехфазных трехстержневых трансформаторов в пакете Matlab // Вестник ИГЭУ. 2016. № 4. С. 11–18.

6. *Мартынов В.А., Снитько И.С.* Математическая модель несимметричных режимов силовых трансформаторов с использованием понятия комплексной магнитной проницаемости // Вестник ИГЭУ. 2018. № 6. С. 24–31.

7. *Снитько И.С., Тихонов А.И., Стулов А.В., Мизонов В.Е.* Разработка модели переходных режимов с учетом взаимной индуктивности полей рассеяния для реализации цифрового двойника трансформатора // Вестник ИГЭУ. 2021. № 4. С. 47–56.

8. *Тихонов А.И., Стулов А.В., Каржевин А.А., Подобный А.В.* Разработка нелинейной модели трехфазного трансформатора для исследования влияния несимметрии магнитной системы на работу устройства в произвольных режимах // Вестник ИГЭУ. 2020. № 1. С. 22–31.

9. *Тихонов А.И., Каржевин А.А., Подобный А.В., Дрязгов Д.Е.* Разработка и исследование динамической модели однофазного трансформатора с сердечником из аморфной стали // Вестник ИГЭУ. 2019. № 2. С. 22–31.

10. *Тихонов А.И., Каржевин А.А., Семенова К.В., Подобный А.В., Стулов А.В.* Технология построения имитационных моделей трансформатора с различной конструкцией магнитопровода // Известия ТулГУ. Технические науки. 2022. № 9. С. 459–465.

11. *Якушев А.Я., Середа А.Г.* Математическая модель тягового трансформатора с секционированными вторичными обмотками в пространстве состояний // Известия Петербургского университета путей сообщения. 2015. № 4(45). С. 78–84.

12. *Paul C. Krause, Oleg Wasynczuk, Scott D. Sudhoff* Analysis of Electric Machinery and Drive Systems. 2nd ed. IEEE Press, 2002, 613 p.

ОРЛОВ АЛЕКСАНДР ИГОРЕВИЧ – кандидат технических наук, доцент, заведующий кафедрой электромеханики, Марийский государственный университет, Россия, Йошкар-Ола (a.i.orlov@yandex.ru, ORCID: https://orcid.org/0000-0003-1152-6668).

ВОЛКОВ СЕРГЕЙ ВЛАДИМИРОВИЧ – кандидат технических наук, декан электроэнергетического факультета, Марийский государственный университет, Россия, Йошкар-Ола (svedin2011@mail.ru; ORCID: https://orcid.org/0000-0003-1152-6668).

ГАРИПОВ ИЛЬСУР ХАЛИЛЕВИЧ – кандидат технических наук, заведующий кафедрой электроснабжения и технической диагностики, Марийский государственный университет, Россия, Йошкар-Ола (ilsur@bk.ru; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-3037-7365).

Aleksandr I. ORLOV, Sergei V. VOLKOV, Ilsur Kh. GARIPOV

CALCULATION OF POWER TRANSFORMER INDUCTANCE MATRIX

Key words: *inductance, inductance matrix, magnetic core, winding, transformer, modified nodal analysis.*

Practical calculations of electric equipment and electric networks are performed using equivalent circuits. Without taking into account saturation phenomena, electromagnetic processes in a power transformer are described by a system of linear equations, which can be represented in matrix form. The transformer inductance matrix contains self and mutual winding inductances, whose values for one phase are determined directly from the passport data containing the results of no-load and short circuit experiments. Mutual inductances between phases depending on the type and size of the magnetic core are not usually given in the transformer documentation. It does not allow to simulate the operating modes that differ from the steady state with uniform phase load.

The purpose of the work *is to develop an algorithm for calculating elements of the power transformer inductance matrix according to its passport data and magnetic circuit parameters.*

The scientific novelty *lies in use of information about magnetic circuit type and size to determine elements of the inductance matrix.*

Materials and methods. Methods *of linear electric and magnetic circuit theory are used in the work.*

Results. *The proposed algorithm for calculation of power transformer inductance matrix includes three stages: calculation of self and mutual inductances for one phase; construction of an equivalent circuit for a magnetic circuit and calculation of magnetic fluxes in order to take into account the mutual influence of windings on various phases; assembly of the inductance matrix of three-phase transformer. A method is proposed for constructing the transformer inductance matrix with an arbitrary type of magnetic circuit, phases and windings quantity. The method involves preliminary calculation of the coefficient matrix that characterizes the magnetic circuit and depends mainly on its type and, to a less, on the ratio of geometric dimensions in rods and yokes. The coefficient matrix can be calculated in advance and used to determine the inductance matrix of a wide range of transformers.*

Conclusions. *1. The passport data of the transformer do not allow to model transformer operation at unbalanced load validly. 2. An algorithm for determining the inductance matrix of transformers has been developed. 3. A method for compilation of a transformer inductance matrix with an arbitrary type of magnetic circuit, the number of phases and windings is introduced. The practical significance of the algorithm is determined by the simplicity of algorithmizing, as well as by the possibility of using it in computer simulation of electrical circuits with transformers, for example, using the modified nodal analysis method.*

References

1. Bannykh P.Yu. *Razvitie potokovoi modeli ustanovivshikhsya rezhimov elektricheskikh setei v trekhfaznom i odnolineinom predstavlenii: dis. … kand. tekhn. nauk: 05.14.02* [Development of a flow model of steady-state modes of electrical networks in three-phase and one-line representation. Cand. Diss.]. Ekaterinburg, 2019, 129 p.

2. Bessonov L.A. *Teoreticheskie osnovy elektrotekhniki. Elektricheskie tsepi. 12-e izd.* [Theoretical foundations of electrical engineering. Electrical circuits. 12th ed.]. Moscow, Yurait Publ., 2016, 701 p.

3. Ivanov-Smolenskii A.V. *Elektricheskie mashiny: v 2 t. 3-e izd.* [Electric machines: textbook for universities. 2 vols. 3rd ed.]. Moscow, MEI Publ., 2006, vol. 1, 652[6] p.

4. Kalantarov P.L. Tseitlin L.A. *Raschet induktivnostei: Spravochnaya kniga. 3-e izd.* [Calculation of inductances: Reference book. 3rd ed.]. Leningrad, Energoatomizdat Publ., 1986, 488 p.

5. Martynov V.A., Golubev A.N., Evdakov A.E. *Analiz dinamicheskikh rezhimov raboty trekh-faznykh trekhsterzhnevykh transformatorov v pakete Matlab* [Analysis of dynamic operating modes of three-phase three-rod transformers in the Matlab package]. *Vestnik IGEU*, 2016, no. 4, pp. 11–18.

6. Martynov V.A., Snit'ko I.S. *Matematicheskaya model' nesimmetrichnykh rezhimov silovykh transformatorov s ispol'zovaniem ponyatiya kompleksnoi magnitnoi pronitsaemosti* [Mathematical model of asymmetric modes of power transformers using the concept of complex magnetic permeability]. *Vestnik IGEU*, 2018, no. 6, pp. 24–31.

7. Snit'ko I.S., Tikhonov A.I., Stulov A.V., Mizonov V.E. *Razrabotka modeli perekhodnykh rezhimov s uchetom vzaimnoi induktivnosti polei rasseyaniya dlya realizatsii tsifrovogo dvoinika transformatora* [Development of a model of transient modes taking into account the mutual inductance of scattering fields for the implementation of a digital transformer twin]. *Vestnik IGEU*, 2021, no. 4, pp. 47–56.

8. Tikhonov A.I., Stulov A.V., Karzhevin A.A., Podobnyi A.V. *Razrabotka nelineinoi modeli trekhfaznogo transformatora dlya issledovaniya vliyaniya nesimmetrii magnitnoi sistemy na rabotu ustroistva v proizvol'nykh rezhimakh* [Development of a nonlinear model of a three-phase transformer to study the effect of the asymmetry of the magnetic system on the operation of the device in arbitrary modes]. *Vestnik IGEU*, 2020, no. 1, pp. 22–31.

9. Tikhonov A.I., Karzhevin A.A., Podobnyi A.V., Dryazgov D.E. *Razrabotka i issledovanie dinamicheskoi modeli odnofaznogo transformatora s serdechnikom iz amorfnoi stali* [Development and research of a dynamic model of a single-phase transformer with an amorphous steel core]. *Vestnik IGEU*, 2019, no. 2, pp. 22–31.

10. Tikhonov A.I., Karzhevin A.A., Semenova K.V., Podobnyi A.V., Stulov A.V. *Tekhnologiya postroeniya imitatsionnykh modelei transformatora s razlichnoi konstruktsiei magnitoprovoda* [Technology for building simulation models of a transformer with a different magnetic circuit design]. *Izvestiya TulGU. Tekhnicheskie nauki*, 2022, no. 9, pp. 459–465.

11. Yakushev A.Ya., Sereda A.G. *Matematicheskaya model' tyagovogo transformatora s sektsionirovannymi vtorichnymi obmotkami v prostranstve sostoyanii* [Mathematical model of a traction transformer with partitioned secondary windings in the state space]. *Izvestiya Peterburgskogo universiteta putei soobshcheniya*, 2015, no. 4 (45), pp. 78–84.

12. Paul C. Krause, Oleg Wasynczuk, Scott D. Sudhoff *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems.* 2nd ed., IEEE Press, 2002, 613 p.

ALEKSANDR I. ORLOV – Candidate of Technical Sciences, Head of the Department of Electromechanics, Mari State University, Russia, Yoshkar-Ola (a.i.orlov@yandex.ru; ORCID: https://orcid.org/0000-0003-1152-6668).

SERGEI V. VOLKOV – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Dean of the Electroenergy Faculty, Mari State University, Russia, Yoshkar-Ola (svedin2011@mail.ru; ORCID: https://orcid.org/0000-0003-1152-6668).

ILSUR Kh. GARIPOV – Candidate of Technical Sciences, Head of the Department of Power Supply and Technical Diagnostics, Mari State University, Russia, Yoshkar-Ola (ilsur@bk.ru; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-3037-7365).

Формат цитирования: *Орлов А.И., Волков С.В., Гарипов И.Х.* Расчет матрицы индуктивностей силового трансформатора // Вестник Чувашского университета. – 2023. – № 4. – С. 120–129. DOI: 10.47026/1810-1909-2023-4-120-129.

DOI: 10.47026/1810-1909-2023-4-130-139

УДК 62-843
ББК О951.4

М.Ю. СИДОРОВ, А.Г. КАЛИНИН,
В.А. БАКШАЕВ, Е.Л. ГОРШКОВ, Е.Е. ГОРШКОВ

ТРАНСМИССИОННЫЙ ЭЛЕКТРОГЕНЕРАТОР ДЛЯ ПИТАНИЯ ПРИВОДА ШАССИ ФРОНТАЛЬНОГО ПОГРУЗЧИКА*

Ключевые слова: *стартер-генератор, магнитные материалы, КПД электрических машин, жидкостное охлаждение.*

Для тяжелой строительной техники с гибридной электрической трансмиссией центром питания группы тяговых электроприводов могут быть электрогенератор и возобновляемый накопитель энергии (массив аккумуляторов) с возможностью их совместной работы для обеспечения рывка тока в группе тяговых электроприводов. Массив аккумуляторов может быть использован для питания генератора в режиме стартера при запуске дизельного двигателя внутреннего сгорания.

Цель исследования *– обоснование выбора магнитной системы силового генератора для электрической трансмиссии и возможности режима стартера приводного двигателя внутреннего сгорания. Исследование выполнено в рамках субсидируемого проекта по созданию в Чувашии серийного производства семейства фронтальных погрузчиков с гибридным электроприводом.*

Материалы и методы исследования. *Исследование проводилось методом конечно-элементного анализа с применением отечественного программного продукта ELCUT (профессиональная версия и набор справочников отечественных электротехнических и магнитных материалов).*

Результаты исследования. *На этапе эскизного проектирования сделан аналитический расчет параметров активных частей трансмиссионного электрогенератора при соблюдении следующих условий: применение отечественных электротехнических и магнитных материалов, использование общепромышленных подшипников и антифризов, обеспечение совместимости с имеющейся технологической оснасткой в производстве тяговых электродвигателей, выполнение функции стартера для приводного двигателя внутреннего сгорания. Приведено обоснование выбора магнитной системы на основе соотношений магнитных потоков разных размеров зубцов статора. Статья иллюстрирована эпюрами магнитных и тепловых полей для заданных эксплуатационных характеристик и свойств трансмиссионного электрогенератора.*

Выводы. *Для заданного типа приводных дизельных двигателей, устанавливаемых на фронтальные погрузчики, наилучшие показатели эффективности предлагаемой магнитной системы генератора имеют место при использовании мультипликатора. Питание генератора в режиме стартера обеспечивается установленным массивом тяговых аккумуляторов фронтального погрузчика без дополнительных повышающих преобразователей.*

Одним из основных требований при освоении серийного производства семейства фронтальных погрузчиков с гибридной электрической трансмиссией

* Исследования выполнены Федеральным государственным бюджетным образовательным учреждением высшего образования «Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова» в реализации комплексного проекта по договору № 517-21 от 22 апреля 2021 г. при финансовой поддержке Минобрнауки России в рамках Соглашения № 075-11-2021-051 от 24 июня 2021 г.

является преимущественное использование серийных средств, материалов и компонентов отечественной промышленности.

Трансмиссионный электрогенератор (ТЭГ) предназначен для работы в качестве центра электропитания для группы тяговых электроприводов шасси фронтального погрузчика и заряда возобновляемого накопителя энергии при приобретении вращения от дизельного двигателя внутреннего сгорания (ДВС), а также для реализации функции стартера ДВС. В связи с этим центр питания транспортного средства должен обеспечивать совместимость заданных характеристик дизельного двигателя серии ЯМЗ-53445 с системой впрыска Common Rail, учитывать свойства последовательно включенных аккумуляторных свинцово-кислотных накопителей энергии серии ЯМАЛ 6СТ и свойства тяговых электродвигателей (ТЭД) [4, 6], что в совокупности является исходными данными для исследований. Сопутствующие преобразовательные устройства должны удовлетворять техническому уровню развития силовой преобразовательной техники [1, 9, 10]. К исходным данным также следует отнести ряд важнейших эксплуатационных режимов:

– степень защиты оболочки – IP65 от строительной запыленной среды эксплуатации транспортного средства, а также от паров горючих жидкостей подкапотного пространства;

– охлаждение жидкостное, отдельное от ДВС, входная температура антифриза – 40°С;

– рабочая температура активных частей магнитной системы – не выше 180°С для применения NeFeB магнитов;

– марка листа статора и внутренний диаметр пакета статора 264 мм в целях сохранения общности технологической оснастки в производстве ТЭД и генератора;

– выходная ЭДС – 380 В для применения в схеме мостового выпрямителя к величине не менее 500 В, необходимой для тягово-динамической характеристики ТЭД на его высшей частоте вращения [4].

Цель исследования – обоснование выбора магнитной системы силового генератора для электрической трансмиссии и возможности режима стартера приводного двигателя внутреннего сгорания. Исследование выполнено в рамках субсидируемого проекта по созданию в Чувашии серийного производства семейства фронтальных погрузчиков с гибридным электроприводом.

Согласно публикациям [6], установленная мощность электроприемников для полноприводной схемы четырехколесного фронтального погрузчика составляет порядка 100 кВт. Располагаемая скоростная характеристика ДВС типа ЯМЗ-53445-20 (рис. 1) указывает на оптимальные обороты коленвала для генерации мощности – 1600 об./мин во всем диапазоне нагрузок с учетом расчетных КПД полупроводниковых преобразований в цепях приводов – 0,94.

Режим стартера для ДВС заданного типа требует следующих характеристик ТЭГ в режиме двигателя, полученных приведением к коленвалу открытых технических данных электрических стартеров типа СТАРТЕР 5432.3708-01 и их аналогов:

– частота вращения коленвала ДВС не менее 100 об./мин;

– сообщаемый коленвалу ДВС момент вращения не менее 730 Нм;
– располагаемое напряжение от массива аккумуляторов 60 В.

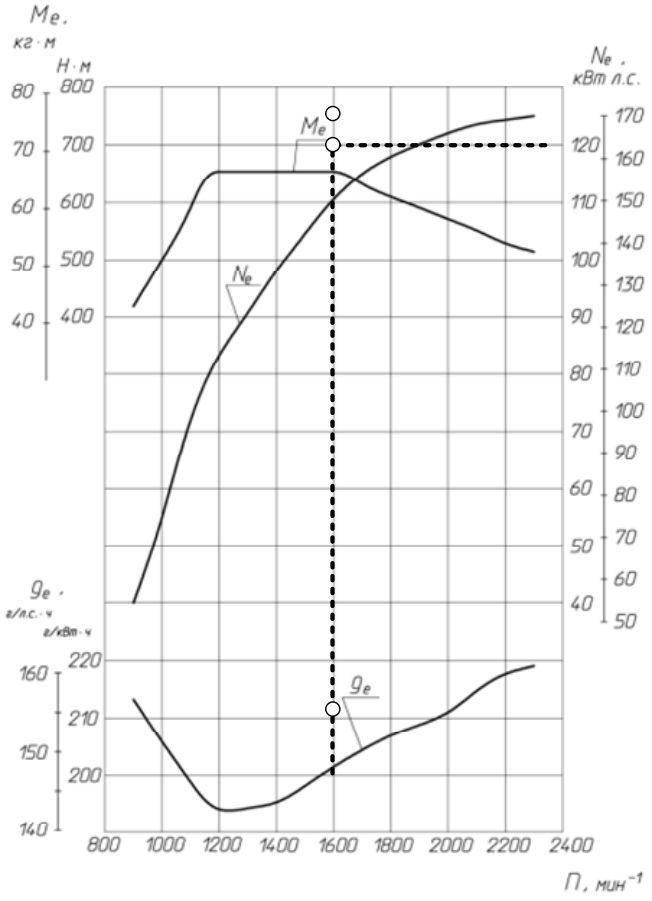


Рис. 1. Скоростная характеристика двигателя ЯМЗ-53445-20:
M_e – крутящий момент брутто; N_e – номинальная мощность брутто;
g_e – удельный расход топлива; n – частота вращения коленчатого вала

Наличие в составе ДВС типа ЯМЗ-53445-20 системы впрыска Common Rail позволяет стабилизировать частоту вращения в пределах 5% относительно номинальной во всем диапазоне нагрузок. Высокая стабильность оборотов коленвала ДВС позволяет реализовать ТЭГ на основе вентильной электрической машины с возбуждением от постоянных магнитов ротора.

Основными преимуществами вентильных электрических машин являются высокие удельные характеристики, высокий КПД, отсутствие дополнительных обмоток управления. Вентильные электрические машины являются полностью обратимыми, что позволяет использовать их в качестве генератора и электродвигателя (стартера) без дополнительных конструктивных изменений [2, 5, 8].

Основным недостатком генераторов на основе вентильных электрических машин является практически линейная зависимость значения фазного напряжения от частоты вращения, что полностью компенсируется системой стабилизации скорости вращения ДВС.

Материалы и методы исследования. Расчеты производились методом конечно-элементного анализа в отечественном программном продукте ELCUT v. 6.6.0.2587 (профессиональная версия и набор справочников отечественных электротехнических и магнитных материалов).

Искомыми параметрами ТЭГ для стадии технического проектирования являются габариты активных частей генератора и показатели эффективности магнитной системы, обеспечивающие низкие значение статического момента и высших гармоник выходного напряжения для снижения вибрационных и тепловых нагрузок на элементы привода.

Малогабаритные магнитные системы типа 6/4, несмотря на привлекательные удельные характеристики, имеют ряд существенных недостатков, исключающих их применение для заданных условий. Большая окружная скорость магнитов при оборотах ротора не менее 6000 об/мин вызывает значительное увеличение рабочего зазора из-за необходимости бандажирования, что снижает КПД. Высокая частота перемагничивания требует снижения толщины листа статора и нарушает общность технологической оснастки для сборки статоров ТЭГ и ТЭД. Кроме того, параметр q (число пазов на полюс и фазу) в данной магнитной системе менее 1, что отрицательно влияет на форму выходного напряжения ТЭГ из-за высокой насыщенности МДС обмоток гармоническими составляющими дробных порядков, имеющими значительные амплитуды.

Проведенный анализ показал, что для оптимальной реализации требований к ТЭГ предпочтительно использование магнитных систем с $q = 2$ и укорочением шага обмоток статора. Применение укорочения шага обмотки с целым числом пазов на полюс и фазу позволяет подавить высшие гармоники ближайших порядков 5 и 7, 11 и 13, снизить влияние гармонических зубцовых порядков на формирование МДС и ЭДС, шумы и вибрации ТЭГ, а также значительно снизить статический момент, значение которого находится в пределах 35 Нм, что менее 6% от номинального момента ДВС. Основным недостатком таких магнитных систем является увеличение лобовых частей обмоток статора, снижающих массогабаритные параметры ТЭГ на 9–12%, что не является кардинальным для элементов тяжелой строительной техники.

Рассмотрены магнитные системы профиля 36/6 для частот вращения 1600 об./мин – при непосредственном соединении вала генератора с коленвалом ДВС, 3000 об./мин – при соединении через мультипликатор с редукцией 1,87 и 4500 об./мин – при соединении через мультипликатор с редукцией 2,81. Материалы элементов магнитных систем рассматриваемых вариантов ТЭГ идентичны материалам ТЭД. Выбрана распределенная обмотка перекрестного типа с укорочением.

Результаты исследования. Результаты расчетов для режима генератора и режима стартера представлены в табл. 1 и 2 соответственно.

Таблица 1

Расчетные данные магнитной системы 36/6 для режима генератора

Параметр	**Габаритные размеры активных частей статора без учета лобных частей обмоток (*D* – диаметр наружный пакета статора; *L* – длина пакета статора)**		
	D = 380 мм; *L* = 375 мм		*D* = 380 мм *L* = 275 мм
Ширина зубцов статора, мм	9,5	11	9,5
Зазор полный немагнитный, мм	3	1,5	4,5
Частота вращения ротора, об./мин	3000	1600	4500
Частота перемагничивания магнитопровода статора, Гц	150	80	225
Поток полюса, Вб	$2{,}5\cdot10^{-2}$	$2{,}74\cdot10^{-2}$	$1{,}62\cdot10^{-2}$
Выходная мощность, кВт	110		
Число фаз	3		
Действующее значение фазного напряжения на выходе генератора, В	233		
Действующее значение фазного тока на выходе генератора, А	180		
Оценка выпрямленного напряжения в трехфазном мостовом выпрямителе, В	500		
Оценка выпрямленного тока, А	220		
Температура обмотки статора при начальной температуре охлаждающей жидкости 40°С, °С	120..130	180..190	180..190
Потери в меди статора, Вт	573	3660	669
Потери в стали статора, Вт	2700	1300	2700
КПД, о.е.	0,956	0,949	0,956

Таблица 2

Расчетные данные магнитной системы 36/6 для режима стартера

Параметр	**Габаритные размеры активных частей статора без учета лобных частей обмоток (*D* – диаметр наружный пакета статора; *L* – длина пакета статора)**		
	D = 380 мм *L* = 375 мм		*D* = 380 мм *L* – 275
Ширина зубцов статора, мм	9,5	11	9,5
Достигаемая частота вращения маховика ДВС, об./мин	120		
Передаточное число мультипликатора	1,87	–	2,81
Частота вращения ротора, обеспечивающая старт ДВС через мультипликатор, об./мин	225	120	336
Момент на валу ротора, обеспечивающий старт ДВС через мультипликатор, Нм	390	730	261
Потребное напряжение питания постоянного тока, обеспечивающее частоту вращения для старта ДВС через мультипликатор, В	62	87	65
Потребляемый ток, А	168	127	168

На рис. 2 и 3 представлены рассчитанные эпюры магнитных и тепловых полей ТЭГ соответственно.

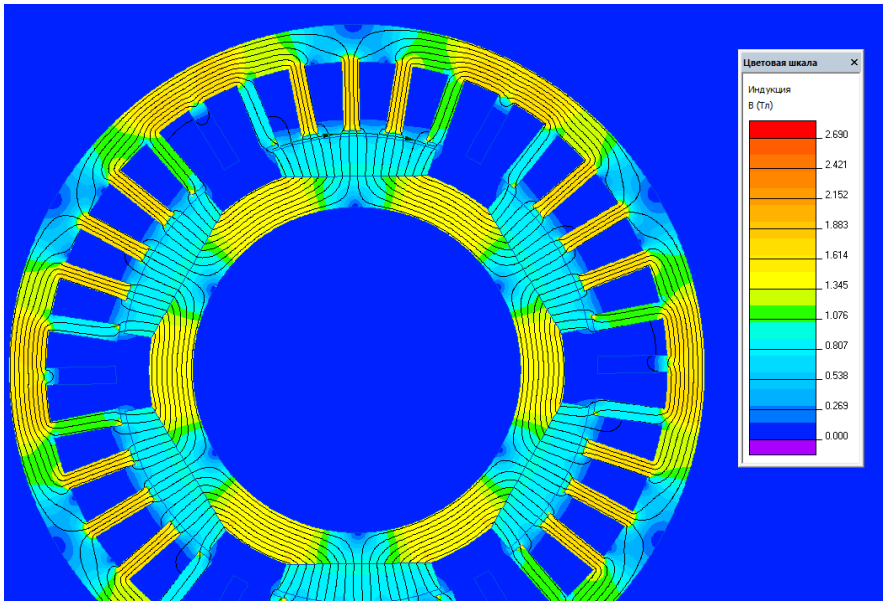


Рис. 2. Эпюра распределения магнитных полей стартер-генератора

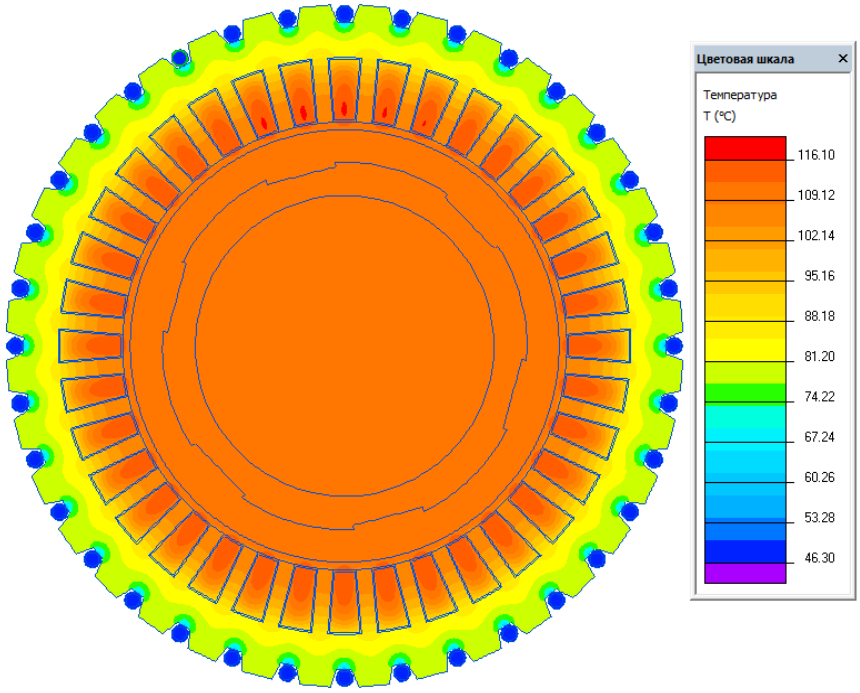


Рис. 3. Эпюра распределения температур активных частей генератора

Из расчетных данных потерь в меди и стали статора, приведенных в табл. 1, следует, что при работе ТЭГ без мультипликатора (1600 об./мин.) основные потери выделяются в обмотках статора. С учетом требований по степени защиты ТЭГ – IP65 отвод тепла, как показано на рис. 3, возможен только с массива статора внедрением трубок с хладагентом. Отвод тепла с меди обмоток затруднен из-за их большого теплового сопротивления с листовым массивом статора [3, 7].

При работе ТЭГ с мультипликатором происходит перераспределение потерь. В таком режиме работы потери в меди составляют 15–18% от потерь при работе без мультипликатора. Увеличенные потери в стали статора эффективнее отводятся хладагентом.

Согласно рекомендациям руководства по эксплуатации ДВС ЯМЗ следует обращать внимание на то, что установившаяся температура масла и контактных с ним корпусных деталей, включая коленвал, достигает 120°С, что для генератора, сопряженного собственным валом непосредственно с ДВС, является дополнительным фактором взаимного перегрева.

Соединение валов ТЭГ и ДВС через мультипликатор создает тепловой барьер и значительно снижает взаимное тепловое воздействие.

КПД мультипликации для малых значений передаточного числа варьируется в диапазоне 0,92–0,95.

Данные расчетов стартер-генераторов трех исполнений указывают на то, что магнитная система для оборотов ротора – 3000 об/мин имеет наибольшую сходимость к заданным техническим требованиям по эффективности, материалам и технологичности. Рис. 2 иллюстрирует близкие к тяговым электродвигателям [6] требования к электротехнической стали, в которой магнитная индукция находится в пределах 1,8 Тл; рис. 3 – наивысшую температуру обмоток порядка 120°С, что для выбранных исполнений составляет наименьшую величину.

Выводы. 1. Для заданных условий предварительный конструктивный и технологический анализ показал оптимальное решение по выбору генератора фронтального погрузчика с номинальной частотой вращения ротора – 3000 об./мин при использовании мультипликатора с коэффициентом передачи 1,87, в том числе как естественного теплового барьера между ДВС и генератором.

2. Питание ТЭГ в режиме стартера обеспечивается установленным массивом тяговых аккумуляторов фронтального погрузчика с располагаемым напряжением 60 В без дополнительных повышающих преобразователей. Двигательный режим может быть реализован по алгоритму управления вентильным двигателем с датчиками положения ротора, при этом коммутация обмоток осуществляется тремя силовыми модулями полумостов на основе IGBT-ключей, встроенные демпфирующие диоды которых образуют трехфазный двухполупериодный выпрямитель, который после старта ДВС переводит ТЭГ с блоком управления в источник выпрямленной ЭДС.

3. Совместная работа ТЭГ и массива тяговых аккумуляторов должна обеспечиваться оригинальным блоком управления в транспортном средстве [4].

4. Конструктивное исполнение деталей, узлов и сборок активных частей рассчитанного генератора фронтального погрузчика позволяет реализацию

ТЭГ на основе отечественных материалов и комплектующих с использованием универсального оборудования и нестандартной оснастки без привлечения уникальных технологий.

Литература

1. *Анучин А.С.* Разработка цифровых систем эффективного управления комплектов тягового электрооборудования гибридных электрических транспортных средств: дис… д-ра техн. наук. М., 2018. 445 с.

2. *Вольдек А.И.*, Электрические машины. 3-е изд., перераб. Л.: Энергия, 1978. 832 с.

3. *Готтер Г.* Нагревание и охлаждение электрических машин: пер. с нем. М.; Л.: Госэнергоиздат, 1961. 264 с.

4. Пат. 217697 РФ, СПК H02K 29/08, H02K 11/30, H02K 3/28, H02K 1/2753 Тяговый электропривод фронтального погрузчика / Бакшаев В.А., Байков А.А., Сидоров М.Ю., Горшков Е.Е., Калинин А.Г. Заявитель и патентообладатель. Чуваш. гос. ун-т. №2022135419/07(076957); заявл. 28.12.2022; опубл. 12.04.2023, Бюл. № 11.

5. *Пузаков А.В*. Прогнозирование работоспособности генераторов транспортных средств: монография / Оренбургский гос. ун-т. Оренбург, 2019. 332 с.

6. Тяговый электродвигатель для шасси фронтального погрузчика / *М.Ю. Сидоров, А.Г. Калинин, В.А. Бакшаев и др.* // Вестник Чувашского университета. 2022. № 3. С. 95–102.

7. *Уонг Х.*, Основные формулы и данные по теплообмену для инженеров: справочник. М.: Атомиздат, 1979. 216 с.

8. *Шуйский В.П.*, Расчет электрических машин / сокр. пер. с нем. Б.А. Цветкова и И.З. Богуславского. Л.: Энергия, 1968. 731 с.

9. *Anuchin A., Lashkevich M., Aliamkin D., Gulyaeva M.* Self-sensing Control of a Synchronous Homopolar Machine Using Field Current Response from Phase-shifted PWM. In: 2019 IEEE 10th International Symposium on Sensorless Control for Electrical Drives (SLED). Turin, Italy, 2019, pp. 1–5. DOI: 10.1109/SLED.2019.8896294.

10. *Wrobel R., Mecrow B*. A Comprehensive Review of Additive Manufacturing in Construction of Electrical Machines. In: IEEE Transactions on Energy Conversion, 2020, vol. 35, no. 2, pp. 1054–1064. DOI: 10.1109/TEC.2020.2964942.

СИДОРОВ МИХАИЛ ЮРЬЕВИЧ – кандидат технических наук, генеральный директор АО «Специальное машиностроительное конструкторское бюро», Россия, Санкт-Петербург (sidorov@smbdb.ru).

КАЛИНИН АЛЕКСЕЙ ГЕРМАНОВИЧ – кандидат технических наук, доцент кафедры электротехнологий, электрооборудования и автоматизированных производств, Чувашский государственный университет, Россия, Чебоксары (humanoid1984@yandex.ru; ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4598-507X).

БАКШАЕВ ВЛАДИМИР АЛЕКСАНДРОВИЧ – генеральный директор, ЗАО «Чебоксарское предприятие «Сеспель», Россия, Чебоксары (zaosespel@yandex.ru).

ГОРШКОВ ЕВГЕНИЙ ЛЬВОВИЧ – руководитель проектов, АО «Специальное машиностроительное конструкторское бюро», Россия, Санкт-Петербург (gorshkov.el@yandex.ru).

ГОРШКОВ ЕВГЕНИЙ ЕВГЕНЬЕВИЧ – главный конструктор, АО «Специальное машиностроительное конструкторское бюро», Россия, Санкт-Петербург (gorshkov.e.e@gmail.com).

Mikhail Yu. SIDOROV, Aleksey G. KALININ, Vladimir A. BAKSHAEV, Evgeny L. GORSHKOV, Evgeny E. GORSHKOV

TRACTION ALTERNATOR FOR ELECTRIC DRIVE OF FRONT LOADER CHASSIS

Key words: *starter-generator, magnetic materials, efficiency of electric machines, liquid cooling.*

For heavy construction equipment with a hybrid electric transmission, the power center of a group of traction electric drives can be formed by an electric generator and a renewable energy storage device (battery array) with the possibility of their joint operation to provide a surge of current in a group of traction electric drives. The battery array can be used to power a generator in a starter mode when starting a diesel internal combustion engine.

***The purpose of the study** is to substantiate the choice of the magnetic system of the power generator for the electric transmission and the possibility of a starter mode for an internal combustion engine drive. The study was carried out within the framework of a subsidized project to create mass production of a family of front loaders with a hybrid electric drive in Chuvashia.*

***Materials and research methods.** The studies were carried out by the method of finite element analysis using the Russian software ELCUT (professional version and a set of reference books for domestic electrical and magnetic materials).*

***Results.** The stage of analytical calculation of the active parts of a transmission electric generator for the preliminary design stage is presented. It was carried out for the following conditions: the use of Russian electrical and magnetic materials, the use of common industrial bearings and antifreeze, compatibility with existing technological equipment in the production of traction electric motors, engine mode for performing the starter function. The substantiation of the choice of the magnetic system based on the ratios of magnetic fluxes of different sizes of stator teeth is given. The article is illustrated with diagrams of magnetic and thermal fields for given operational characteristics and properties of a transmission electric generator.*

***Conclusions.** For a given type of drive diesel engines installed on the front loaders, the highest efficiency indicators of the proposed generator magnetic system occur when using a multiplier. The power supply of the generator in the starter mode is provided by the installed array of traction batteries of the front loader without additional step-up converters.*

References

1. Anuchin A.S. *Razrabotka tsifrovykh sistem effektivnogo upravleniya komplektov tyagovogo elektrooborudovaniya gibridnykh elektricheskikh transportnykh sredstv: dis. … doct. tekhn. nauk.* [Development of digital systems for effective control of sets of traction electrical equipment of hybrid electric vehicles. Doct. Diss.]. Moskow, 2018, 445 p.

2. Woldek A.I. *Elektricheskiye mashiny. Uchebnik dlya studentov vysshikh tekhnicheskikh uchebnykh zavedeniy* [Electrical machines. Textbook for students of higher technical educational institutions]. Leningrad. Energy Publ., 1978, 832 p.

3. Gotter G. *Nagrevaniye i okhlazhdeniye elektricheskikh mashin* [Heating and cooling of electrical machines]. Moskow. Gosenegroizdat Publ., 1961, 264 p.

4. Bakshaev V.A., Baykov A.A., Sidorov M.Yu., Gorshkov E.E., Kalinin A.G. *Tyagovyy elektroprivod frontal'nogo pogruzchika* [Traction drive for front loader]. Patent RF, no. 217697, 2023.

5. Puzakov A.V. *Prognozirovaniye rabotosposobnosti generatorov transportnykh sredstv* [Forecasting the performance of vehicle generators]. Orenburg, 201, 332 p.

6. Sidorov M.Yu., Kalinin A.G., Bakshayev V.A., Gorshkov Ye.L., Gorshkov E.E. *Tyagovyy elektrodvigatel' dlya shassi frontal'nogo pogruzchika* [Traction motor from front loader chassis]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta,* 2022, no. 3, pp. 95–102.

7. Uong Kh. *Osnovnyye formuly i dannyye po teploobmenu dlya inzhenerov* [Basic formulas and data on heat transfer for engineers]. Moscow, Atomizdat Publ., 1979, 216 p.

8. Shuyskiy V.P. *Raschet elektricheskikh mashin* [Calculation of electrical machines]. Leningrad, Energiya Publ., 1968, 731 p.

9. Anuchin A., Lashkevich M., Aliamkin D., Gulyaeva M. Self-sensing Control of a Synchronous Homopolar Machine Using Field Current Response from Phase-shifted PWM. In: 2019 IEEE 10th International Symposium on Sensorless Control for Electrical Drives (SLED). Turin, Italy, 2019, pp. 1–5. DOI: 10.1109/SLED.2019.8896294.

10. Wrobel R., Mecrow B. A Comprehensive Review of Additive Manufacturing in Construction of Electrical Machines. In: IEEE Transactions on Energy Conversion, 2020, vol. 35, no. 2, pp. 1054–1064. DOI: 10.1109/TEC.2020.2964942.

MIKHAIL Yu. SIDOROV – Candidate of Technical Sciences, Director, Special Machine-Building Design Bureau, Russia, St. Petersburg (Sidorov@smbdb.ru).

ALEKSEY G. KALININ – Candidate of Technical Sciences, Associate Professor, Department of Electrical Technologies, Electrical Equipment and Automated Production, Chuvash State University, Russia, Cheboksary (humanoid1984@yandex.ru; ORCID: https://orcid.org/0000-0003-4598-507X).

VLADIMIR A. BAKSHAEV – Director, Cheboksary Enterprise «Sespel», Russia, Cheboksary (zaosespel@yandex.ru).

EVGENY L. GORSHKOV – Engineer, Special Machine-Building Design Bureau, Russia, St. Petersburg (gorshkov.el@yandex.ru).

EVGENY E. GORSHKOV – Engineer, Special Machine-Building Design Bureau, Russia, St. Petersburg (gorshkov.el@yandex.ru).

Формат цитирования: *Сидоров М.Ю., Калинин А.Г., Бакшаев В.А., Горшков Е.Л., Горшков Е.Е.* Трансмиссионный электрогенератор для питания привода шасси фронтального погрузчика // Вестник Чувашского университета. – 2023. – № 4. – С. 130–139. DOI: 10.47026/1810-1909-2023-4-130-139.

DOI: 10.47026/1810-1909-2023-4-140-150

УДК 621.316.11
ББК 31.2

В.Т. СИДОРОВА, С.В. ВОЛКОВ

ИССЛЕДОВАНИЕ СИММЕТРИРОВАНИЯ ФАЗНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ И НАГРУЗОК В АКТИВНО-АДАПТИВНЫХ РАСПРЕДЕЛИТЕЛЬНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЯХ

Ключевые слова: *несимметрия токов и напряжений, симметрирование нагрузок, целевая функция, коэффициенты чувствительности, потери активной мощности, коэффициент несимметрии напряжений по обратной последовательности, коэффициент несимметрии напряжений по нулевой последовательности.*

Сети 0,4 кВ отличаются сильной несимметрией нагрузок по фазам. Несимметрия токов приводит к несимметрии напряжений и дополнительным потерям электрической энергии. В результате напряжение у потребителя может не соответствовать нормам качества электрической энергии. Кроме того, вследствие несимметрии снижается срок службы электрооборудования. Поскольку эффект симметрирования напряжений значительно зависит от места симметрирования нагрузок на линии, предлагается определение мест симметрирования нагрузок с помощью решения многокритериальной оптимизационной задачи. В работе предложена целевая функция, минимизирующая потери активной мощности и содержащая суммарный индекс потерь активной мощности и индексы коэффициентов несимметрии напряжения по обратной и нулевой последовательностям.

Цель исследования *– получить эффективную целевую функцию для определения мест симметрирования нагрузок и напряжений в сети, обеспечивающую минимум потерь активной мощности и значения коэффициентов несимметрии напряжений в необходимых пределах; провести исследование симметрирования нагрузок и напряжений в зависимости от мест симметрирования.*

Материалы и методы. *В работе были использованы методы расчета электрических сетей с учетом потерь напряжения и активной мощности. Для исследования мест симметрирования нагрузок и напряжений был использован метод многокритериальной оптимизации с ограничениями. Исследование целевой функции проведено на математической модели воздушной линии низкого напряжения. Все расчеты проводились в MATLAB.*

Результаты исследования. *Дан анализ и приведен обзор современных средств и методов симметрирования нагрузок и напряжений в сетях низкого напряжения. В результате анализа сделан вывод об отсутствии алгоритма определения мест симметрирования нагрузок в сетях низкого напряжения, обеспечивающих минимальные потери активной мощности и значения коэффициентов несимметрии напряжения в необходимых пределах. Задача поиска мест симметрирования нагрузок и напряжения является многокритериальной задачей оптимизации с ограничениями. Поэтому была предложена целевая функция, минимизирующая потери активной мощности в сети и содержащая суммарный индекс потерь активной мощности и индексы коэффициентов несимметрии напряжения по обратной и нулевой последовательностям. Для исследования предложенной целевой функции была использована модельная воздушная линия сети 0,4 кВ с заданными фазными нагрузками и напряжениями. Для модельной линии проведен расчет потерь активной мощности и значений коэффициентов несимметрии напряжения в исходном режиме до симметрирования. Все расчеты проводились для каждой фазы отдельно. На первом этапе был проведен расчет коэффициентов чувствительности потерь активной мощности и коэффициентов чувствительности по коэффициентам несимметрии напряжения. Для исследования симметрирования нагрузок были выбран узлы, имеющие максимальные значения коэффициентов чувствительности. Из результатов расчетов следует,*

что наилучший эффект от симметрирования наблюдается при симметрировании нагрузок одновременно в двух узлах: в узле, имеющем наибольшие значения суммарного коэффициента чувствительности потерь активной мощности, и в узле, имеющем максимальное значение фазного коэффициента чувствительности потерь активной мощности. При симметрировании нагрузок только в одном из узлов, более оптимальном из выбранных, будет узел, наиболее удаленный от ТП. Также получены весовые коэффициенты, обеспечивающие минимум целевой функции.

Выводы. *Предложенная целевая функция является эффективной для определения мест симметрирования нагрузок и напряжения в сетях низкого напряжения. При этом наилучший эффект наблюдается при симметрировании нагрузок в узлах, имеющих наибольшие значения коэффициентов чувствительности потерь активной мощности суммарного и по фазам. Более оптимальным из выбранных будет узел, наиболее удаленный от ТП. При симметрировании нагрузок в местах, определённых с помощью предложенной целевой функции, можно уменьшить потери электроэнергии и обеспечить значения коэффициентов несимметрии в узлах на линии меньше предельно допустимого значения.*

Как известно, сети 0,4 кВ отличаются сильной несимметрией нагрузок по фазам. Она связана с подключением однофазных потребителей и с постоянным изменением их числа и потребляемой электроэнергии. Несимметрия токов приводит к несимметрии напряжений и дополнительным потерям электрической энергии. В результате напряжение у потребителя может не соответствовать нормам качества электрической энергии[1]. Кроме того, вследствие несимметрии снижается срок службы электрооборудования. Таким образом, проблема несимметрии фазных напряжений и токов является актуальной.

Медленные изменения напряжения электропитания обычно вызываются резкими изменениями нагрузки в электроустановках потребителей. Они характеризуются показателями качества электроэнергии – отрицательным и положительным отклонением напряжения в точке передачи электрической энергии. Согласно ГОСТ 32144-2013, данные показатели не должны превышать 10% от номинального или согласованного значения напряжения в течение 100% времени интервала в одну неделю.

Показателями качества электроэнергии, характеризующими несимметрию напряжений, являются коэффициент несимметрии напряжений по обратной последовательности K_{2U} и коэффициент несимметрии напряжений по нулевой последовательности K_{0U}. Согласно ГОСТ 32144-2013, данные показатели не должны превышать 4% в течение 100% времени интервала в одну неделю.

По результатам периодического мониторинга основными проблемными показателями в сетях 0,4 кВ являются положительное и отрицательное отклонения напряжения и коэффициент несимметрии напряжений по нулевой последовательности.

Кроме негативного влияния на электроустановки и показатели качества электроэнергии несимметричные фазные нагрузки приводят к дополнительным

[1] ГОСТ 32144-2013. Электрическая энергия. Совместимость технических средств электромагнитная. Нормы качества электрической энергии в системах электроснабжения общего назначения. М.: Стандартинформ, 2014.

потерям электроэнергии. Согласно расчетам, при $K_{2U} = 2\%$ для асинхронных двигателей относительное увеличение потерь $\Delta P_2/P_{ном} = 2 – 4\%$, для синхронных примерно – 4%, для трансформаторов – 1 – 4%, где ΔP_2 – потери от несимметрии напряжений по обратной последовательности; $P_{ном}$ – номинальная мощность. Кроме дополнительных потерь вследствие несимметрии напряжения в синхронных машинах могут возникнуть опасные вибрации, которые могут привести к разрушению сварных соединений. Срок службы изоляции при несимметрии напряжения может сократиться до 16% [3].

На этапе проектирования сети не удаётся обеспечить симметричную по фазам нагрузку по причине изменения потребляемой мощности с течением времени. Повышение сечения проводов и мощности питающих трансформаторов является достаточно дорогостоящим мероприятием. К тому же использование вышеперечисленных мероприятий не дает полного выравнивания напряжения по фазам.

Существуют технические средства для уменьшения несимметрии фазных напряжения и нагрузок – различные симметрирующие устройства [12, 9], трехфазный симметрирующий трансформатор [10] и устройства компенсации реактивной мощности [4]. Каждое из устройств имеет свои достоинства и недостатки. Большинство из этих устройств являются дорогостоящими и также полностью не решают поставленную задачу. Эффективность использования таких устройств зависит от многих факторов: правильный выбор устройства симметрирования, определение точки подключения, расчет экономической эффективности.

Согласно «Основным положениям концепции интеллектуальной энергосистемы с активно-адаптивной сетью» под интеллектуальной электроэнергетической системой (ИЭС) с активно-адаптивной сетью понимается система, в которой все участники рынка принимают активной участие в процессах передачи и распределения электроэнергии [7]. Электрическая сеть должна быть оборудована быстродействующими автоматическими устройствами и иметь единую сеть связи для управления и оценки состояния режимов работы ИЭС. Управление режимами в таких сетях должно осуществляться таким образом, чтобы обеспечить соответствующую надежность электроснабжения, показатели качества электроэнергии, соответствующие необходимым нормам, и минимум потерь электроэнергии. По предварительным расчетам ФСК энергосистема с ИЭС позволит уменьшить потери электрической энергии на 25%,

Сейчас в России есть несколько примеров успешного внедрения активно-адаптивных систем, например [5]. Активному внедрению так называемых «умных сетей» препятствуют не только технические и экономические ограничения, но и отсутствие полного понимания всех аспектов системы.

Для симметрирования напряжения в таких сетях возможно использование симметрирующих устройств с автоматическим управлением. При этом для эффективного их использования необходимо определить места их установки и необходимую мощность. В случае симметрирования режимов путем переключения оперативным персоналом нагрузок с наиболее загруженных фаз на менее загруженные также необходимо определить оптимальные точки на линии.

Таким образом, необходимо решить многокритериальную оптимизационную задачу. Обычно это задача оптимизация режима по условию минимума потерь. При этом считается, что все остальные параметры задаются в виде ограничений к переменным целевой функции. Чтобы избежать ухудшение других параметров, их также включают в целевую функцию. Например, в работах [1, 11] рассмотрены целевые функции, включающие критерии: минимизация потерь электроэнергии, минимизация отклонения напряжения, минимизация издержек, минимизация потерь активной мощности и максимизация выгоды. Расчет с целью симметрирования нагрузок и напряжений в данных работах не рассматривался. В работе [8] для симметрирования напряжений рассматривается вопрос определения мест установки и типа устройств компенсации реактивной мощности в системах электроснабжения с тяговыми подстанциями. Симметрирование нагрузок и напряжений с помощью симметрирующих устройств и симметрирующих трансформаторов в данной работе не рассматривается. При компенсации реактивной мощности может быть только частичное симметрирование нагрузок и напряжений. В настоящее время есть работы по разработке устройств симметрирования нагрузок, например [6]. Авторы работы предлагают автоматическое переключение части нагрузки на менее загруженную фазу. При этом предполагается симметрирование группы электроприемников. В работе [2] предлагается использовать для симметрирования компенсатор мощности несимметрии на основе тиристорно-реакторной группы. Вопрос о месте подключения устройства автором работы не рассматривается.

В данной работе приводится алгоритм определения места подключения симметрирующего устройства в линии с распределённой нагрузкой. Приведены результаты расчета для модельной линии.

В случае симметрирования нагрузок и напряжения модель оптимизационной задачи с ограничениями можно представить в виде

$$F = \lambda_1 И_{\Delta P} + \lambda_2 И_{K_{2U}} + \lambda_3 И_{K_{0U}} \to \min, \quad (1)$$

$$\text{при } U_{\min} \le U_i \le U_{\max},$$

где F – целевая функция (минимум потерь активной мощности в сети); λ – весовые коэффициенты, которые принимают значение от 0 до 1, при этом сумма всех коэффициентов должна быть равна 1; $U_{\min}$ и $U_{\max}$ – минимально и максимально допустимые значения напряжений; U_i – напряжение в узле; $И_{\Delta P}$ – индекс потерь активной мощности; $И_{K_{2U}}$ и $И_{K_{0U}}$ – индексы коэффициентов несимметрии по обратной и нулевой последовательностям соответственно.

Индекс потерь активной мощности ($И_{\Delta P}$) определяется как отношение потерь активной мощности в сети с симметрированием нагрузок к потерям в той же сети без симметрирования:

$$И_{\Delta P} = \frac{\Delta P_{\Sigma,C}}{\Delta P_{\Sigma,0}}.$$

Значение потерь активной мощности в сети определяется как сумма потерь активной мощности во всех ветвях схемы:

$$\Delta P_{\Sigma,0} = \sum_{j=1}^{N} \Delta P_{ij}$$

где

$$\Delta P_{ij} = R_{ij}\frac{P_j^2 + Q_j^2}{U_j^2}.$$

Индекс коэффициентов несимметрии по обратной последовательности ($И_{K_{2U}}$) определяются как отношение индексов коэффициентов несимметрии в исходном состоянии и после симметрирования:

$$И_{K_{2U}} = \frac{K_{2,\Sigma}^C}{K_{2,\Sigma}^0},$$

где $K_{2,\Sigma}^0$ – индекс коэффициента несимметрии по обратной последовательности, в исходном состоянии определяется по формуле

$$K_{2,\Sigma}^0 = \sum_{i=2}^{N} K_{2i}^0$$

(K_{2i}^0 – коэффициент несимметрии напряжения в сети в исходном состоянии; N – количество узлов); $K_{2,\Sigma}^C$ – индекс коэффициента несимметрии по обратной последовательности после симметрирования, определяется аналогично

$$K_{2,\Sigma}^C = \sum_{i=2}^{N} K_{2i}^C$$

(K_{2i}^C – коэффициент несимметрии напряжения после симметрирования).

Индекс отклонений коэффициента несимметрии по нулевой последовательности ($И_{K_{0U}}$) рассчитывается аналогично.

Расчет оптимальных мест симметрирования нагрузок и напряжений на линии проводился в два этапа. На первом этапе определены коэффициенты чувствительности по активной мощности и по коэффициентам несимметрии напряжений обратной и нулевой последовательностям. На втором этапе для симметрирования нагрузок выбираются узлы с максимальными коэффициентами чувствительности. Все расчеты проводились в MATLAB.

Коэффициент чувствительности потерь активной мощности равен первой производная от потерь активной мощности в линии по активной мощности в каждом узле j:

$$K_{\Delta P} = \frac{d\Delta P}{dP_j} = \frac{2P_j R_{ij}}{U_j^2},$$

где $\Delta P = R_{ij}\frac{P_j^2+Q_j^2}{U_j^2}$.

Расчет проводился для каждой фазы ($K_{\Delta PA}$, $K_{\Delta PA}$, $K_{\Delta PA}$). Коэффициент чувствительности по коэффициенту несимметрии K_{K2} (и K_{K0}) определяется как отношение значения коэффициента несимметрии K_{2U} (K_{0U}) в узлах к предельному нижнему значению (4%).

Из всех узлов выбираются те, для которых коэффициенты чувствительности потерь активной мощности и коэффициенты несимметрии наибольшие. Расчет проведен для модельной сети, схема которой изображена на рис. 1.

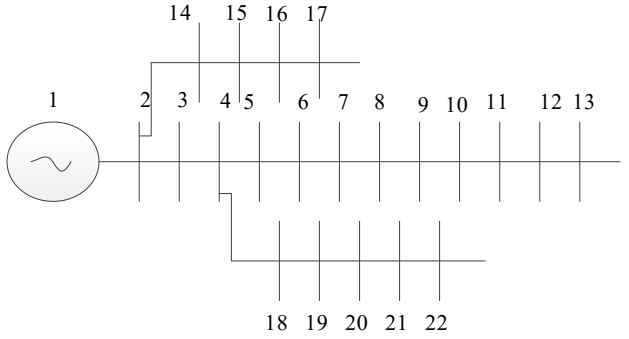


Рис. 1. Схема исследуемой сети

Результаты расчета коэффициентов чувствительности приведены в табл. 1.

Таблица 1

Результаты расчета коэффициентов чувствительности

N узла	$K_{\Delta PA}$	$K_{\Delta PB}$	$K_{\Delta PC}$	$K_{\Delta P}$	K_{K2}	K_{K0}
1	0,0073	0,0073	0,0073	0,0219	0	0
2	0,0092	0,0092	0,0092	0,0276	0	0
3	0,0139	0,0139	0,0139	0,0417	0	0
4	0,0181	0,0181	0,0181	0,0543	0,0075	0,0149
5	0,0485	0,0484	0,0162	0,1131	0,0076	0,0151
6	0,0114	0,0114	0,0110	0,0338	0,1309	0,2607
7	0,0790	**0,0788**	0,0382	**0,1960**	0,1318	0,2626
8	0,0220	0,0220	0,0203	0,0643	0,2857	0,5681
9	0,0513	0,0512	**0,0473**	0,1498	0,2896	0,5757
10	**0,1121**	0,0182	0,0167	0,1470	0,2991	0,5946
11	0,0643	0,0194	0,0178	0,1015	0,6215	1,2402
12	0,0658	0,0227	0,0208	0,1093	0,7648	1,5289
13	0,0638	0,0228	0,0208	0,1074	**0,8957**	**1,7937**
14	0,0387	0,0093	0,0093	0,0573	0	0
15	0,0303	0,0177	0,0177	0,0657	0,1179	0,2355
16	0,0126	0,0361	0,0361	0,0848	0,1667	0,3331
17	0,0255	0,0125	0,0250	0,0630	0,0732	0,1461
18	0,0606	0,0202	0,0242	0,1050	0,0076	0,0151
19	0,0303	0,0102	0,0102	0,0507	0,1663	0,3320
20	0,0144	0,0135	0,0136	0,0415	0,2423	0,4843
21	0,0197	0,0184	0,0185	0,0566	0,2454	0,4906
22	0,0549	0,0513	0,0516	0,1578	0,2491	0,4980

Примечание. Полужирным шрифтом выделены коэффициенты чувствительности $K_{\Delta PA}$, $K_{\Delta PB}$, $K_{\Delta PC}$, K_{K2} и K_{K0}, имеющие наибольшие значения.

Из полученных результатов следует, что коэффициент чувствительности потерь активной мощности для фазы А имеет наибольшее значение в узле 10, для фазы В – в узле 7, для фазы С – в узле 9. В свою очередь, оба коэффициента чувствительности по коэффициентам несимметрии имеют наибольшие значения

в узле 13. С целью определения оптимального узла для симметрирования был введен суммарный по фазам коэффициент чувствительности потерь активной мощности $K_{\Delta P}$. Согласно полученным результатам в узле 10 будет наибольшее значение коэффициента чувствительности по потерям активной мощности по сравнению с аналогом в других фазах. Наибольшее значение суммарного коэффициента чувствительности потерь активной мощности будет также в узле 7. Для дальнейшего исследования были выбраны узлы 7, 10 и 13. Будем считать, что симметрирование нагрузок осуществляется переключением части токовой нагрузки с более нагруженной фазы на менее нагруженные. Результаты расчета коэффициентов несимметрии для исходного режима и для режимов при симметрировании отдельно в узлах 7 и 10, а также при симметрировании в узлах 7 и 10 одновременно представлены на графиках рис. 2 и 3. Ввиду того, что узел 13 является последним в линии (рис. 1), эффекта от симметрирования в данном узле практически не наблюдается. Поэтому результаты расчета для узла 13 не приводятся.

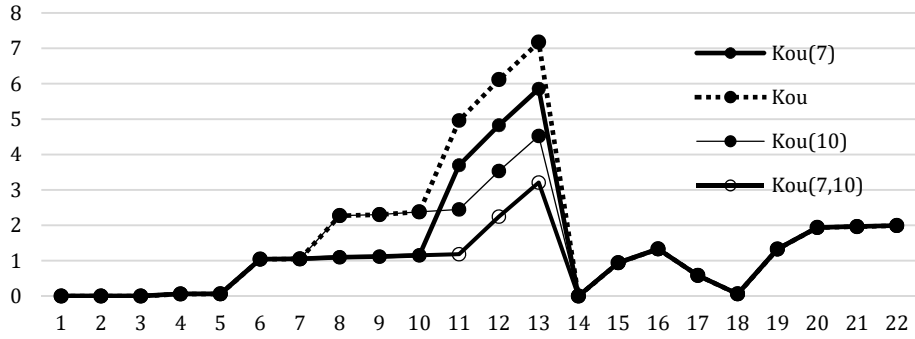


Рис. 2. Коэффициенты несимметрии напряжений
по нулевой последовательности

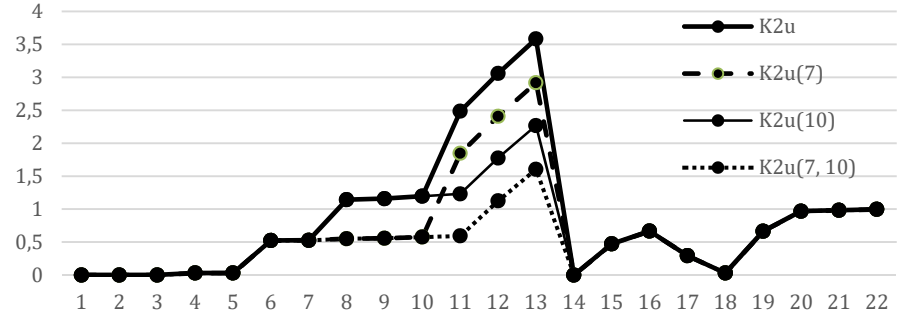


Рис. 3. Коэффициенты несимметрии напряжений
по обратной последовательности

Из сравнения графиков, приведенных на рис. 2 и 3, следует, что значения коэффициентов несимметрии напряжений по обратной и нулевой последовательностям меньше при симметрировании нагрузок в узле 10, чем при симметрировании

в узле 7. Наименьшее значение будут иметь коэффициенты несимметрии при одновременном симметрировании нагрузок в узлах 7 и 10. При этом коэффициенты несимметрии будут меньше предельно допустимого значения (менее 4%), значения напряжения в узлах также будут удовлетворять необходимым требованиям.

Потери активной мощности при симметрировании только в узле 7 уменьшатся на 1,5% от исходного режима, при симметрировании в узле 10 – на 5,5%, одновременно в узлах 7 и 10 потери уменьшаться на 7,1%. Наибольшее уменьшение потерь при симметрировании в узле 10 по сравнению с аналогом в узле 7 наблюдается вследствие большего расстояния от ТП до точки симметрирования.

Таким образом, наилучший эффект от симметрирования наблюдается при симметрировании нагрузок в обоих узлах, имеющих наибольшие значения коэффициентов чувствительности потерь активной мощности суммарного и по фазам. При симметрировании нагрузок только в одном из выбранных узлов наиболее оптимальным будет узел, наиболее удаленный от ТП.

Эффективность многокритериальной целевой функции (1) во многом зависит от выбора весовых коэффициентов. По результатам сравнительного анализа различных комбинаций весовых коэффициентов были получены следующие их значения (табл. 2): $\lambda_1 = 0{,}1$ и $\lambda_2 = 0{,}1$, $\lambda_3 = 0{,}8$. Для случая симметрирования одновременно в узлах 7 и 10 индексы будут иметь значения: $И_{\Delta P} = 0{,}93$, $И_{K_{2U}} = 0{,}60$, $И_{K_{0U}} = 0{,}59$.

В электрических сетях без активно-адаптивных устройств с помощью данного алгоритма также могут быть определены места симметрирования нагрузок и напряжений.

Таблица 2

Значения весовых коэффициентов и соответствующие им значения целевой функции

Значения коэффициентов $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$	**Значение целевой функции *F***
1; 1; 1	2,1187
0,1; 0,1; 0,8	**0,6284**
0,6; 0,2; 0,2	0,7951
0,4; 0,1; 0,5	0,7284
0,4; 0,5; 0,1	0,7285
0,5; 0,4; 0,1	0,7618
0,6; 0,3; 0,1	0,7951
0,7; 0,2; 0,1	0,8284
0,8; 0,1; 0,1	0,8617
0,2; 0,1; 0,7	0,6617
0,3; 0,6; 0,1	0,6952
0,5; 0,2; 0,3	0,7617
0,5; 0,3; 0,2	0,7618
0,3; 0,1; 0,6	0,6950
0,5; 0,1; 0,4	0,7617

Выводы. В работе приведены результаты исследования симметрирования фазных нагрузок и напряжений в активно-адаптивной сети низкого напряжения. Предложена целевая функция, содержащая суммарный индекс потерь активной

мощности и индексы коэффициентов несимметрии напряжения по обратной и нулевой последовательностям. Получены весовые коэффициенты, обеспечивающие минимум целевой функции. Из результатов исследований следует, что наилучший эффект наблюдается при симметрировании нагрузок в узлах, имеющих наибольшие значения коэффициентов чувствительности потерь активной мощности суммарного и по фазам. При этом более оптимальным из выбранных будет узел, наиболее удаленный от ТП. При симметрировании нагрузок в местах, определённых с помощью предложенного алгоритма, можно уменьшить потери электроэнергии и обеспечить значения коэффициентов несимметрии в узлах на линии меньше предельно допустимого значения.

Литература

1. *Варганова А.В.* О методах оптимизации режимов работы электроэнергетических систем и сетей // Вестник Южно-уральского государственного университета. Сер. Энергетика. 2017. Т. 17, №. 3. С. 48–55.

2. *Киселев М.Х.* Исследование и разработка методов симметрирования токов в трехфазных системах электроснабжения на основе силовых электронных устройств компенсации неактивной мощности: дис. … канд. техн. наук. М., 2017. 106 с.

3. *Климова Г.Н., Литвак В.В., Маркман Г.З., Харлов Н.Н.* Энергосбережение и качество электрической энергии. Томск: Изд-во ТПУ, 2005. 157 с.

4. *Кубарьков Ю.П., Кулаев И.С., Алехин Р.А.* Оптимизация уровней напряжения в активно-адаптивных сетях с распределённой генерацией // Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Технические науки. 2018. № 3(59). С. 154–164.

5. *Насыров Р.Р., Тульский В.Н., Карташев И.И.* Система активно адаптивного регулирования напряжения в распределительных электрических сетях 110–220/6–20 кВ // Электричество. 2014. № 12. С. 13–18.

6. *Орлов А.И., Волков С.В., Савельев А.А.* Алгоритмы управления трехфазным устройством выравнивания нагрузки электрической сети // Вестник Чувашского университета. 2017. № 1. С. 162–172.

7. Основные положения концепции интеллектуальной энергосистемы с активно-адаптивной сетью, 2012. URL: https://www.fsk-ees.ru/upload/docs/ies_aas.pdf.

8. *Тертьяков Е.А*. Совершенствование методов управления передачей и распределением электроэнергии в адаптивных системах электроснабжения стационарных потребителей железных дорог: дис... д-ра техн. наук, Омск, 2021. 403 с.

9. *Mansouri K., Ben Hamed M., Sbita L., Dhaoui M.* Three-phase balancing in a LV distribution smart-grids using electrical load flow variation: “L.F.B.M.”. In: 2015 16th International Conference on Sciences and Techniques of Automatic Control and Computer Engineering (STA), Monastir, Tunisia, 2015, pp. 427–431. DOI: 10.1109/STA.2015.7505085.

10. *Maslov I., Maslova G., Ishalin A., Novoselova M.* Power Quality Assurance with Balancing Transformers 10/0.4kW. In: 2021 International Conference on Electrotechnical Complexes and Systems (ICOECS), Ufa, Russia, 2021, pp. 555–558. DOI: 10.1109/ICOECS52783.2021.9657254.

11. *Sidorova V.T.* Determining Mains Connection Points Charging Stations on RES for Electric Vehicles. In: 2021 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM), Sochi, Russia, 2021, pp. 85–89. DOI: 10.1109/ICIEAM51226.2021.9446376.

12. *Ziryukin V., Solopov R., Usanov A.* The 0.4 kV Automatic Balancing Device Model. In: 2021 International Russian Automation Conference (RusAutoCon), Sochi, Russia, 2021, pp. 719–724. DOI: 10.1109/RusAutoCon52004.2021.9537532.

СИДОРОВА ВЕРА ТАГИРОВНА – кандидат физико-математических наук, доцент кафедры электромеханики, Марийский государственный университет, Россия, Йошкар-Ола (veranig@yandex.ru; ORCID: http://orcid.orc/0000-0001-6534-7847).

ВОЛКОВ СЕРГЕЙ ВЛАДИМИРОВИЧ – кандидат технических наук, декан электроэнергетического факультета, Марийский государственный университет, Россия, Йошкар-Ола (svedin2011@mail.ru).

Vera T. SIDOROVA, Sergey V. VOLKOV

STUDY OF PHASE VOLTAGE AND LOAD SYMMETRATION IN ACTIVE-ADAPTIVE DISTRIBUTION ELECTRIC NETWORKS

Key words: *unbalance of currents and voltages, load balancing, objective function, sensitivity coefficients, active power losses, negative sequence voltage unbalance factor, zero sequence voltage unbalance factor.*

Networks of 0.4 kV are characterized by a large unbalance of loads in phases. Current unbalance leads to voltage unbalance and additional losses of electrical energy. As a result, the voltage at the consumer may not meet the quality standards of electrical energy. In addition, due to unbalance, the service life of electrical equipment is reduced. Since the effect of stress balancing significantly depends on the place of balancing loads on the line, the paper proposes to determine the places of balancing loads by solving a multicriteria optimization problem. The paper proposes an objective function that minimizes active power losses and contains the total index of active power losses and indices of voltage unbalance coefficients in the negative and zero sequence.

The purpose of the study *is to obtain an effective objective function for determining the places of balancing loads and voltages in the network, which ensures a minimum of active power losses and the values of the voltage unbalance factors within the required limits; conduct a study of balancing loads and voltages depending on the places of balancing.*

Materials and methods. *In the work, methods for calculating electrical networks were used, taking into account voltage losses and active power. To study the places of balancing loads and voltages, the method of multicriteria optimization with restrictions was used. The study of the objective function was carried out on a mathematical model of a low voltage overhead line. All calculations were carried out in MATLAB.*

Research results. *A review and analysis of modern tools and methods for balancing loads and voltages in low voltage networks has been carried out. As a result of the analysis, it was concluded that there is no algorithm for determining the places of load balancing in low-voltage networks that provide minimal active power losses and the values of the voltage unbalance factors within the required limits. The task of finding places for balancing loads and voltages is a multiobjective optimization problem with constraints. Therefore, an objective function was proposed that minimizes active power losses in the network and contains the total index of active power losses and indices of voltage unbalance coefficients for the reverse and zero sequence. To study the proposed objective function, a model overhead line of a 0.4 kV network with specified phase loads and voltages was used. For the model line, the calculation of active power losses and the values of the voltage unbalance coefficients in the initial mode before balancing was carried out. All calculations were carried out for each phase separately. At the first stage, the calculation of the sensitivity coefficients of active power losses and the sensitivity coefficients for the voltage unbalance coefficients was carried out. To study the balancing of loads, nodes were selected that have the maximum values of the sensitivity coefficients. It follows from the calculation results that the best effect from balancing is observed when balancing loads simultaneously in two nodes: in the node with the highest value of the total sensitivity factor of active power losses, and in the node with the maximum value of the phase sensitivity factor of active power losses. When balancing loads in only one of the nodes, the most optimal of the selected ones will be the node most remote from the TS. We also obtained weight coefficients that provide a minimum of the objective function.*

Conclusions. *The proposed objective function is effective for determining the places of load and voltage balancing in low voltage networks. In this case, the best effect is observed when balancing loads in nodes that have the highest values of the sensitivity coefficients of total active power losses and by phases. The node most remote from the TP will be more optimal. When balancing loads in places determined using the proposed objective function, it is possible to reduce power losses and ensure the values of the unbalance coefficients in the nodes on the line less than the maximum allowable value.*

References

1. Varganova A.V. *O metodakh optimizatsii rezhimov raboty elektroenergeticheskikh sistem i setei* [On methods of optimizing the operating modes for electric power systems and networks]. *Vestnik Yuzhno-ural'skogo gosudarstvennogo universiteta. Ser. Energetika*, 2017, vol. 17, no 3. pp. 48–55.

2. Kiselev M.Kh. *Issledovanie i razrabotka metodov simmetrirovaniya tokov v trekhfaznykh sistemakh elektrosnabzheniya na osnove silovykh elektronnykh ustroistv kompensatsii neaktivnoi moshchnosti: dis. ... kand. tekhn. nauk* [Research and development of methods for balancing currents in three-phase power supply systems based on power electronic devices for compensating inactive power: Cand. Diss.]. Moscow, 2017, 106 p.

3. Klimova G.N., Litvak V.V., Markman G.Z., Kharlov N.N. *Energosberezhenie i kachestvo elektricheskoi energii* [Energy saving and quality of electrical energy]. Tomsk, 2005, 157 p.

4. Kubar'kov Yu.P., Kulaev I.S., Alekhin R.A. *Optimizatsiya urovnei napryazheniya v aktivno-adaptivnykh setyakh s raspredelennoi generatsiei* [Optimization of voltage levels in active-adaptive networks with distributed generation]. *Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo tekhni-cheskogo universiteta. Ser. Tekhnicheskie nauki*, 2018, no. 3(59), pp. 154–164.

5. Nasyrov R.R., Tul'skii V.N., Kartashev I.I. *Sistema aktivno adaptivnogo reguliro-vaniya napryazheniya v raspredelitel'nykh elektricheskikh setyakh 110–220/6–20 kV* [System of actively adaptive voltage regulation in electrical distribution networks 110–220/6–20 kV]. *Elektrichestvo*, 2014, no. 12, pp. 13–18.

6. Orlov A.I., Volkov S.V., Savel'ev A.A. *Algoritmy upravleniya trekhfaznym ustroi-stvom vyravnivaniya nagruzki elektricheskoi seti* [Control algorithms for a three-phase load balancing device in an electrical network]. *Vestnik Chuvashskogo universiteta*, 2017, no 1, pp. 162–172.

7. Osnovnye polozheniya kontseptsii intellektual'noi energosistemy s aktivno-adaptivnoi set'yu [The main provisions of the concept of an intelligent power system with an active-adaptive grid]. Available at: https://www.fsk-ees.ru/upload/docs/ies_aas.pdf.

8. Tert'yakov E.A. *Sovershenstvovanie metodov upravleniya peredachei i raspredeleniem elektroenergii v adaptivnykh sistemakh elektrosnabzheniya statsionarnykh potrebitelei zheleznykh dorog: dis... d-ra tekhn. nauk* [Improving methods for managing the transmission and distribution of electricity in adaptive power supply systems for stationary consumers of railways: Doct. Diss.]. Omsk, 2021, 403 p.

9. Mansouri K., Ben Hamed M., Sbita L., Dhaoui M. Three-phase balancing in a LV distribution smart-grids using electrical load flow variation: “L.F.B.M.”. In: 2015 16th International Conference on Sciences and Techniques of Automatic Control and Computer Engineering (STA), Monastir, Tunisia, 2015, pp. 427–431. DOI: 10.1109/STA.2015.7505085.

10. Maslov I., Maslova G., Ishalin A., Novoselova M. Power Quality Assurance with Balancing Transformers 10/0.4kW. In: 2021 International Conference on Electrotechnical Complexes and Systems (ICOECS), Ufa, Russia, 2021, pp. 555–558. DOI: 10.1109/ICOECS52783.2021.9657254.

11. Sidorova V.T. Determining Mains Connection Points Charging Stations on RES for Electric Vehicles. In: 2021 International Conference on Industrial Engineering, Applications and Manufacturing (ICIEAM), Sochi, Russia, 2021, pp. 85–89. DOI: 10.1109/ICIEAM51226.2021.9446376.

12. Ziryukin V., Solopov R., Usanov A. The 0.4 kV Automatic Balancing Device Model. In: 2021 International Russian Automation Conference (RusAutoCon), Sochi, Russia, 2021, pp. 719–724. DOI: 10.1109/RusAutoCon52004.2021.9537532.

VERA T. SIDOROVA – Candidate of Physical and Mathematical Sciences, Associate Professor, Department of Electromechanics, Mari State University, Russia, Yoshkar-Ola (veranig@yandex.ru; ORCID: http://orcid.orc/0000-0001-6534-7847).

SERGEY V. VOLKOV – Candidate of Technical Sciences, Dean of the Electrical Power Faculty, Mari State University, Russia, Yoshkar-Ola (svedin2011@mail.ru).

Формат цитирования: *Сидорова В.Т., Волков С.В.* Исследование симметрирования фазных напряжений и нагрузок в активно-адаптивных распределительных электрических сетях // Вестник Чувашского университета. – 2023. – № 4. – С. 140–150. DOI: 10.47026/1810-1909-2023-4-140-150.

DOI: 10.47026/1810-1909-2023-4-151-159

УДК 621.3.07
ББК 31.247

А.Л. СЛАВУТСКИЙ

МОДЕЛИРОВАНИЕ АВАРИЙНЫХ РЕЖИМОВ В УЗЛЕ КОМПЛЕКСНОЙ НАГРУЗКИ: ВЫСОКОЧАСТОТНЫЕ СОСТАВЛЯЮЩИЕ ТОКА И НАПРЯЖЕНИЯ

Ключевые слова: *электротехнические комплексы, аварийные режимы, классификация неисправностей, высокочастотные составляющие тока и напряжения.*

Цель исследования *– на примере моделирования аварийных режимов в ЛЭП и узле комплексной нагрузки показать особенности возникновения высокочастотных составляющих в сигналах тока и напряжения в различных элементах электротехнического комплекса и проанализировать их взаимное влияние.*

Материалы и методы. *Сигналы токов и напряжений при переходных процессах в ЛЭП и узле нагрузки с трёхобмоточным трансформатором моделировались при использовании авторского программного обеспечения. Расчеты основаны на методе синтетических схем (алгоритме Доммеля). Основное внимание уделено возникновению высокочастотных составляющих тока и напряжения при коротких замыканиях и коммутациях.*

Результаты. *Моделирование трехфазного короткого замыкания в ЛЭП 110кВ при ее разбиении на П-секции демонстрирует, насколько значительно различается уровень высокочастотных составляющих на каждой из трех фаз. Это проявляется в первую очередь в сигналах напряжения. В комплексном узле нагрузки с трансформатором 110/35/10 кВ короткие замыкания и коммутации на стороне 35 кВ существенно влияют на токи и напряжения на стороне 10 кВ. Показано, что более высокий уровень высокочастотных составляющих сигналов тока соответствует режимам рекуперации энергии при нарушении баланса и выбеге мощного асинхронного двигателя на стороне 10кВ. Обсуждается возможность использования полученных результатов для классификации неисправностей в электротехнических системах.*

Выводы. *Уровень и спектральный состав высокочастотных составляющих сигналов токов и напряжений при переходных режимах зависит от начальной фазы и представляет интерес для анализа и классификации неисправностей. Характер этих колебаний определяется собственными частотами возникающих электрических контуров при коммутациях и коротких замыканиях.*

При коммутациях и аварийных режимах в электротехнических комплексах проявляется взаимное влияние элементов системы, связанных электрических цепей [1, 21]. При этом переходные процессы и их параметры зависят как от структуры цепей, так и от момента начала переходных процессов (фазы тока и напряжения) [3, 4, 18, 19]. Одним из таких проявлений является возникновение высокочастотных составляющих. Соответствующие записи содержат значительные объемы информации, которая может быть использована для оценки характеристик технических систем [2, 17], классификации неисправностей [10, 16], определения места повреждения [5, 11].

Цель работы – показать особенности возникновения высокочастотных составляющих в сигналах тока и напряжения при взаимном влиянии различных элементов электротехнического комплекса в переходных режимах.

На примере моделирования переходных процессов в линии электропередач (ЛЭП) и в узле комплексной нагрузки в настоящей работе исследовались некоторые особенности структуры высокочастотных составляющих тока [9].

Материалы и методы. Моделирование реализовано при использовании авторского программного обеспечения, основанного на методе синтетических схем (алгоритме Доммеля) [1, 12].

На рис. 1 показаны примеры схем, в которых моделировались аварийные и переходные режимы. ЛЭП (рис. 1, *а*) 110 кВ длиной 114,2 км имеет двухстороннее питание от подстанций ПС1, ПС2. На расстоянии 79,6 км от ПС1 расположена ответвительная подстанция в виде эквивалентной нагрузки НГ на схеме. ЛЭП эквивалентировалась П-секциями на участках по 10 км.

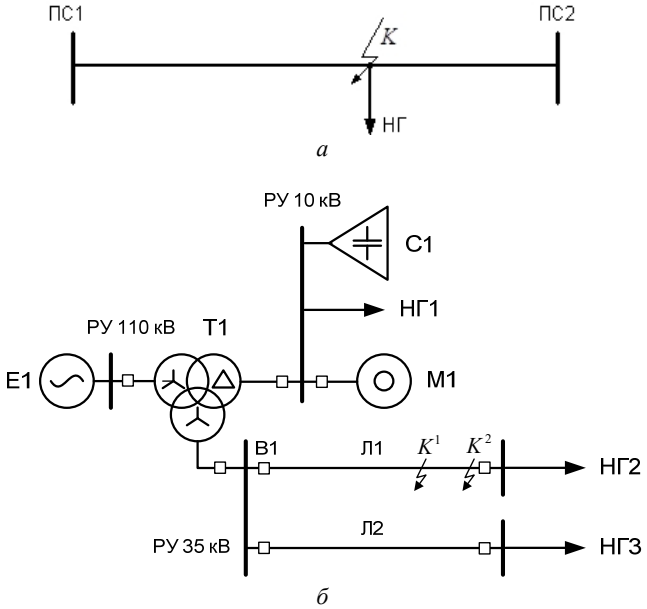
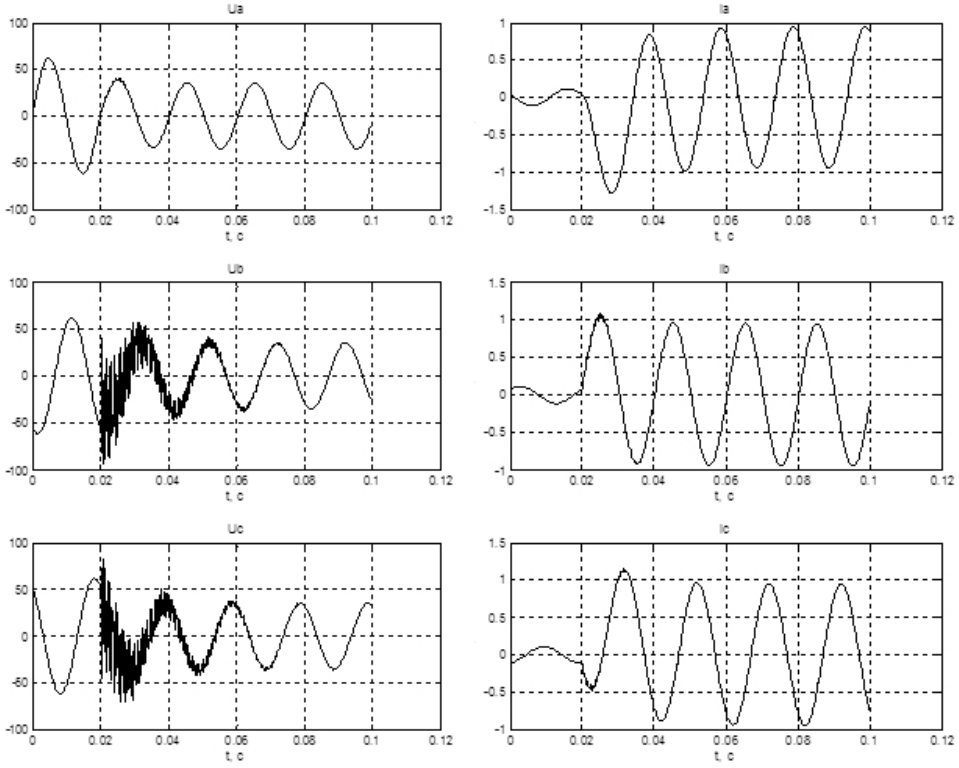


Рис. 1. Схема ЛЭП (*а*) и исследуемого узла комплексной нагрузки (*б*)

На рис. 1, *б* приведена схема комплексного узла нагрузки с трансформатором 110/35/10 кВ, на примере которого анализировались переходные процессы. На стороне 35 кВ включены ЛЭП, в одной из которых происходят КЗ. На стороне 10 кВ включаются мощный асинхронный двигатель, статическая нагрузка и батарея конденсаторов для компенсации реактивной мощности. Параметры узла нагрузки подробно описаны в [1].

Результаты исследования. На рис. 2 приведен пример высокочастотных затухающих колебаний напряжения и тока, соответствующих трехфазному короткому замыканию (КЗ) в линии электропередач (ЛЭП) 110 кВ [20]. Уровень высокочастотных колебаний зависит от начальной фазы сигнала в момент КЗ в точке *K,* и общей особенностью является тот факт, что колебания напряжения

могут быть сопоставимы с амплитудой основной гармоники промышленной частоты, а колебания тока сглаживаются за счет индуктивного сопротивления электрических цепей.



а *б*

Рис. 2. Линейное напряжение (*а*) и токи (*б*) в фазах
на шинах питающей системы ПС1
при трехфазном коротком замыкании в точке *K*

Высокочастотные колебания в данном случае вызваны возбуждением RLC-контуров, возникающих при соединении П-схем участков ЛЭП [1]. Характерными особенностями является два факта:

1. Напряжение на фазах *b* и *c* испытывает значительные высокочастотные колебания, а колебания в сигналах тока оказываются сглаженными и не проявляются в такой степени, как в сигналах напряжения.

2. Замыкание в данном случае трёхфазное, полученные сигналы очень наглядно показывают, насколько высокочастотные составляющие определяются начальной фазой. Поскольку для фазы *a* напряжение в момент КЗ близко к нулю, высокочастотные биения не проявляются ни в сигналах напряжения, ни в сигналах тока.

Спектр высокочастотных колебаний может быть очень широким и достигать десятков кГц [1, 20]. В данном случае все особенности высокочастотных составляющих токов и напряжений определяются индуктивностью и ёмкостью

линии электропередач, включая взаимные индуктивную и емкостную связь между фазами. Накопленная энергия в реактивных элементах объясняет и возникновение апериодической составляющей в сигналах тока.

Схема узла комплексной нагрузки рис. 1, *б* использована для анализа взаимовлияния ветвей разного напряжения при коммутациях и аварийных режимах. Соответствующий пример приведён на рис. 3, где показано возникновение высокочастотных колебаний тока на стороне 10 кВ при коротком замыкании на линии 35 кВ.

Как видно из рис. 3, затухающие высокочастотные колебания передаются в момент однофазного короткого замыкания $t = 2c$. Их уровень в сигналах тока относительно его амплитуды на основной частоте оказывается невысоким и примерно соответствует уровню высокочастотных колебаний при КЗ на линии 110 кВ (см. рис. 2).

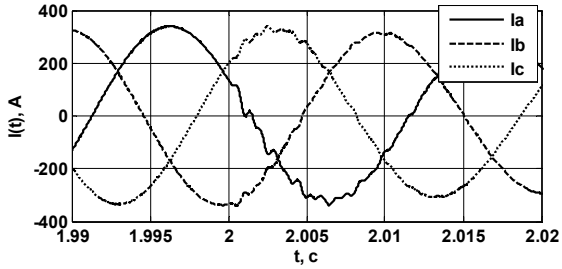


Рис. 3. Токи на стороне 10 кВ в момент КЗ на землю фазы А на линии Л1

На рис. 4 показан характерный пример токов в ЛЭП 35 кВ в случае перехода однофазного замыкания в двухфазное КЗ на землю с последующим отключением выключателя В1. Как видно из рисунка, в момент $t = 2{,}2$ с при возникновении КЗ амплитуда тока в замкнутых фазах значительно увеличивается, однако высокочастотные составляющие существенно не проявляются, как и на рис. 2.

Однако замыкания и последующее отключение линии 35 кВ очень существенно проявляются в токах на стороне 10 кВ. Соответствующие результаты моделирования приведены на рис. 5.

Если однофазное замыкание на линии Л1 слабо сказывается в токах на стороне 10 кВ, то двухфазное замыкание и отключение линии приводят к значительным изменениям в форме токов на стороне 10 кВ. Это определяется взаимовлиянием элементов схемы в цепи 10 кВ и прежде всего изменением в режиме работы мощного асинхронного двигателя [6, 22, 23]. При возникновении междуфазного КЗ наблюдаются «качания» амплитуды тока. Это вызвано потоком мощности в фазах на стороне 35 кВ в сторону повреждения. Элементы на стороне 10 кВ начинают отдавать энергию через трансформатор в направлении повреждения. Двигатель М1 частично работает в генераторном режиме, что приводит к изменению фазы тока на шинах 10 кВ и колебаниям его амплитуды. Наведенный от вращающегося магнитного поля ток, индуцируемого ротором двигателя, образует суммарный ток изменяющейся амплитуды [13, 14]. После отключения линии на стороне 35 кВ в момент $t = 2{,}3$ с в токах цепи двигателя

наблюдаются высокочастотные колебания, амплитуда которых превышает амплитуду тока на основной гармонике промышленной частоты. Это связано с перераспределением энергии между емкостью устройства компенсации реактивной мощности и индуктивностями на стороне 10 кВ.

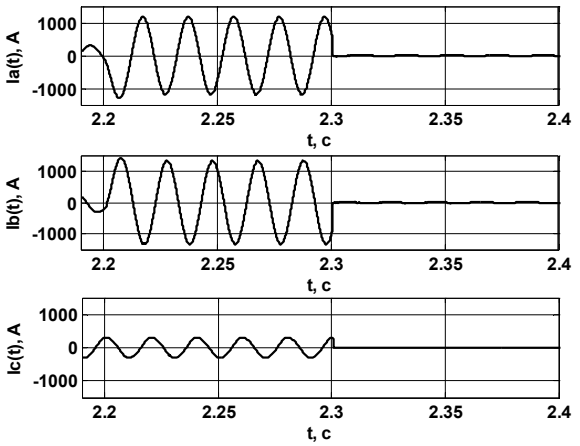


Рис. 4. Ток на шинах 35 кВ
во время замыканий и отключения линии Л1

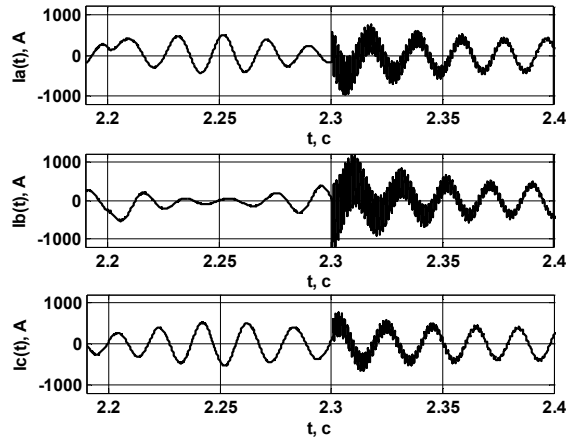


Рис. 5. Ток на шинах 10 кВ
во время замыканий и отключения линии Л1

Момент начала переходных процессов для узлов нагрузки с электродвигателями имеет принципиальное значение. Включение (самозапуск) двигателя до окончания процесса выбега может приводить к очень значительным перегрузкам, в том числе – механическим, и этому вопросу уделяется значительное внимание [7, 8, 19].

Выводы. Уровень и спектральный состав высокочастотных составляющих сигналов токов и напряжений при переходных режимах в электротехнических

комплексах зависят от начальной фазы и представляют интерес для анализа и классификации неисправностей. Характер этих колебаний определяется собственными частотами возникающих электрических контуров при коммутациях и коротких замыканиях. Он определяется также начальными условиями (фазой), соответствующими моменту начала переходного процесса.

Длительность (крутизна) переднего фронта сигналов при переходных процессах оказывается непосредственно связана со спектром высокочастотных составляющих. Кроме того, она определяется переходным сопротивлением дуги при коротких замыканиях и временем срабатывания коммутирующих устройств, которые также влияют на начальную фазу. То есть протекание переходного процесса определяется целым набором факторов, имеющих в значительной степени случайный характер.

С одной стороны, при стандартных требованиях и оцифровке сигнала промышленной частоты в электроэнергетике до 4800 Гц анализ высокочастотных колебаний затруднителен и требует быстродействующих аналого-цифровых преобразователей с обновляемым буфером [20]. С другой стороны, записи таких сигналов могут контролироваться при помощи методов интеллектуального анализа данных и аппарата искусственных нейронных сетей [11, 15, 20].

Литература

1. *Андреев О.Н.*, *Ксенофонтов С.И., Славутский А.Л.* Моделирование и нейросетевая обработка сигналов при переходных процессах в электротехнических комплексах. Чебоксары: Чуваш. гос. пед. ун-т, 2023. 212 с.

2. *Афанасьев А.Ю., Макаров В.Г., Ханнанова В.Н.* Идентификация параметров трехфазного асинхронного двигателя при изменении начальных значений оценок в широком диапазоне // Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики. 2015. № 11–12. С. 87–96.

3. *Булычев А.В., Грибков М.А.* Анализ процессов самозапуска электродвигателей в современных электрических распределительных сетях с позиций релейной защиты // Релейная защита и автоматизация. 2023. № 1(50). С. 30–38.

4. *Гусев Ю.П., Каюмов А.Г., Говорин В.В.* Учет несинфазности генераторов при расчетах токов в начальный момент короткого замыкания // Вестник Московского энергетического института. 2019. № 4. С. 11–17. DOI: 10.24160/1993-6982-2019-4-11-17.

5. *Лачугин В.Ф.* Волновые методы определения места повреждения на воздушных линиях электропередачи // Релейная защита и автоматизация. 2023. № 1(50). С. 58–61.

6. *Маджидов А.Ш.* Исследование самозапуска асинхронных двигателей 0,4 кВ собственных нужд электростанций // iPolytech Journal. 2020. Т. 24, № 5. С. 1053–1068. DOI: https://doi.org/10.21285/1814-3520-2020-5-1053-1068.

7. *Саттаров Р.Р., Гарафутдинов Р.Р., Крылов А.А.* Метод аналитического расчета выбега асинхронных двигателей под действием технологической нагрузки // Нефтегазовое дело. 2022. Т. 20, № 4. С. 123–132. DOI: 10.17122/ngdelo-2022-4-123-132.

8. *Саттаров Р.Р., Гарафутдинов Р.Р.* Исследование работы группы асинхронных двигателей при кратковременных провалах напряжения для условий нефтяной промышленности // Известия высших учебных заведений. Проблемы энергетики. 2020. Т. 22, № 6. С. 92–100. DOI: https://doi.org/10.30724/1998-9903-2020-22-6-92-100.

9. *Славутский А.Л.* Моделирование переходных режимов узла нагрузки с асинхронным двигателем в фазных координатах // Электротехнические и информационные комплексы и системы. 2015. Т. 11, № 1. С. 38–45.

10. *Bhattacharya B., Sinha A.* Intelligent Fault Analysis in Electrical Power Grids. In: IEEE 29th International Conference on Tools with Artificial Intelligence (ICTAI), Boston, MA, USA, 2017, pp. 985–990. DOI: 10.1109/ICTAI.2017.00151.

11. *Bulychev A.V., Gribkov M.A., Dmitrenko A.M., Okhotkin G.P.* Remote Protection Based on Digital Methods of Estimating Distance to Points of Fault. *Russian Electrical Engineering*, 2021, vol. 92, no. 8, pp. 433–437. DOI: 10.3103/S106837122108006X.

12. *Dommel H.W.* Digital Computer Solution of Electromagnetic Transients in Single- and Multiphase Networks. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 1969, vol. PAS-88, no. 4, pp. 388–399. DOI: 10.1109/TPAS.1969.292459.

13. *Krause P. C., Wasynczuk O., Sudhoff S.D.* Analysis of the machinery and drive systems. N.Y., IEEE PRESS, 2002, 630 p. DOI: https://ieeexplore.ieee.org/book/5265638.

14. *Krause P.C.*, *Krause T.C.* Introduction to Modern Analysis of Electric Machines and Drives. Wiley-IEEE Press, 2023, 632 p. DOI: https://ieeexplore.ieee.org/book/9989443.

15. *Kulikov A., Loskutov A., Bezdushniy D.* Relay Protection and Automation Algorithms of Electrical Networks Based on Simulation and Machine Learning Methods. *Energies,* 2022, vol. 15, 6525. DOI: https://doi.org/10.3390/en15186525.

16. *Lamets, Y., Podchivaline A., Chevelev A., Nudelman G., Zakonjšek J.* Equivalent transforms of models, conditions and measurements in relay protection. In: IEEE Conference Publication: Eighth IEE International Conference on Developments in Power System Protection. Amsterdam, 2004, pp. 76–79. DOI: 10.1049/cp:20040067.

17. *Lin H., Ebrahimi S., Mahdavyfakhr M., Jatskevich J.* Analysis of sliding-mode-controlled boost converters with mixed loads. In: 2020 IEEE 21st Workshop on Control and Modeling for Power Electronics (COMPEL), Aalborg, Denmark, 2020, pp. 1–8. DOI: 10.1109/COMPEL49091.2020.9265740.

18. *Majidov A., Kayumov A.G., Hafizov S.* Investigation of the Self-Starting Process of a Low-Power Asynchronous Motor. In: Proceedings of the 2021 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering, ElConRus 2021, Moscow, 2021, pp. 1462–1468. DOI: 10.1109/ElConRus51938.2021.9396181.

19. *Ni H., Fang S., Lin H.A.* Simplified Phase-Controlled Switching Strategy for Inrush Current Reduction. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2021, vol. 36, no. 1, pp. 215–222. DOI: 10.1109/TPWRD.2020.2984234.

20. *Slavutskii L.A., Ivanova N.N.* Using the simplest neural network as a tool for fault location in power lines. In: AIP Conference Proceedings, Moscow, 01/04/2020 – 02/04/2020. Moscow, 2022, 030006. DOI: 10.1063/5.0074926.

21. *Slavutskiy A.L., Vasilieva L.N., Grigoriev V.G. et al.* Transients in the load node at power loss: Group run-out of induction motors. In: E3S Web of Conferences: 2019 International Scientific and Technical Conference Smart Energy Systems, SES 2019, Kazan, 2019, Sept. 18–20. Vol. 124. Kazan, EDP Sciences, 2019, 05010. DOI: 10.1051/e3sconf/201912405010.

22. *Vasyliv K.M.* A mathematical model of thermal power plants smoke exhausters induction motors system operation modes. *Electrical engineering & electromechanics*, 2017, no. 3, pp. 19–26. DOI: https://doi.org/10.20998/2074-272X.2017.3.03.

23. *Zheng F., Sun F., Zhou L., Liu W. et al.* Study on Large Asynchronous Motor Starting Check for Auxiliary Power System. In: 2010 Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference. Chengdu, China, 2010, pp. 1–4. DOI: 10.1109/APPEEC.2010.5448843.

СЛАВУТСКИЙ АЛЕКСАНДР ЛЕОНИДОВИЧ – кандидат технических наук, заместитель начальника отдела разработки программных продуктов, Обособленное подразделение ООО «Юнител Инжиниринг», Россия, Чебоксары (slavutskii@gmail.com; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6315-2445).

Aleksandr L. SLAVUTSKIY

EMERGENCY MODES MODELING IN A COMPLEX LOAD NODE: HIGH-FREQUENCY COMPONENTS OF SIGNALS

Key words*: electrical complexes, emergency modes, fault classification, high-frequency components of current and voltage.*

The purpose of the study *is to show the features of the occurrence of high–frequency components in current and voltage signals in various elements of the electrical complex by the example of modeling emergency modes in power lines and a complex load node and to analyze their mutual influence.*

Materials and methods. *The signals of currents and voltages during transients in a power line and the load node with a three-winding transformer were modeled using the author's software. The calculations are based on the method of synthetic circuits (Dommel's algorithm). The main attention is paid to the occurrence of high-frequency components of current and voltage during short circuits and switching.*

Results. *Modeling of the three-phase short circuit in a 110 kV transmission line when it is divided into P-sections demonstrates how significantly the level of high-frequency components differs in each of the three phases. This is manifested primarily in voltage signals. In a complex load node with a 110/35/10 kV transformer, short circuits and switching on the 35 kV side significantly affect the currents and voltages on the 10 kV side. It is shown that a higher level of high-frequency components of current signals corresponds to energy recovery modes in case of imbalance and run-out of the powerful asynchronous motor on the 10 kV side. The possibility of using the obtained results for the classification of faults in electrical systems is discussed.*

Conclusions. *The level and spectral composition of the currents and voltages high-frequency components in transient modes depends on the initial phase and is of interest for the faults analysis and classification. The nature of these oscillations is determined by the resonant frequencies of the electrical circuits that occur during switching and short circuits.*

References

1. Andreev O.N., Ksenofontov S. I., Slavutskiy A.L. *Modelirovaniye i neyrosetevaya obrabotka signalov pri perekhodnykh protsessakh v elektrotekhnicheskikh kompleksakh.* [Modeling and neural network signal processing at transient processes in electrical complexes]. Cheboksary, 2023, 212 p.

2. Afanasyev A. u., Makarov V.G., Khannanova V. N. *Identifikatsiya parametrov trekhfaznogo asinkhronnogo dvigatelya pri izmenenii nachal'nykh znacheniy otsenok v shirokom diapazone.* [Identification of parameters of three-phase asynchronous motor when changing the initial values of the estimates in a wide range]. *Power engineering: research, equipment, technology*, 2015, no. 11-12, pp. 87–96.

3. Bulichev A.V., Gribkov M.A. *Analiz protsessov samozapuska elektrodvigateley v sovremennykh elektricheskikh raspredelitel'nykh setyakh s pozitsiy releynoy zashchity* [Analysis of self-starting processes of electric motors in modern electrical distribution networks from the perspective of relay protection]. *Relay protection and automation,* 2023, no. 1(50), pp. 30–38.

4. Gusev Yu.P., Kayumov A.G., Govorin V.V. *Uchet nesinfaznosti generatorov pri raschetakh tokov v nachal'nyy moment korotkogo zamykaniya* [Consideration of the Out-of-Phase Operating Conditions of Generators in the Power System in Calculating the Currents at the Short-Circuit Fault Initial Moment]. *Vestnik Moskovskogo energeticheskogo instituta*, 2019, no. 4, pp. 11–17. DOI: 10.24160/1993-6982-2019-4-11-17.

5. Lachugin V.F. *Volnovyye metody opredeleniya mesta povrezhdeniya na vozdushnykh liniyakh elektroperedachi* [Traveling wave fault location methods on overhead transmission lines]. *Relay protection and automation*, 2023, no. 1(50), pp. 58–61.

6. Madzhidov A.S.. *Issledovaniye samozapuska asinkhronnykh dvigateley 0,4 kV sobstvennykh nuzhd elektrostantsiy* [Studying self-starting of 0.4 kV induction motors of power plant auxiliary needs]. *iPolytech Journal,* 2020, vol. 24, no. 5, pp. 1053–1068. DOI: https://doi.org/10.21285/1814-3520-2020-5-1053-1068.

7. Sattarov R.R., Garafutdinov R.R., Krylov A.A. *Metod analiticheskogo rascheta vybega asinkhronnykh dvigateley pod deystviyem tekhnologicheskoy nagruzki* [Analytical calculation method of asynchronous motors rundown under process load]. *Petroleum engineering,* 2022, vol. 20, no. 4, pp. 123–132. DOI: 10.17122/ngdelo-2022-4-123-132.

8. Sattarov R.R., Garafutdinov R.R. *Issledovaniye raboty gruppy asinkhronnykh dvigateley pri kratkovremennykh provalakh napryazheniya dlya usloviy neftyanoy promyshlennosti* [Research of the operation of a group of asynchronous motors at short-term voltage slopes for the conditions of the oil industry]. *Power engineering: research, equipment, technology*, 2020, vol. 22, no. 6, pp. 92–100.

9. Slavutskiy A.L. *Modelirovaniye perekhodnykh rezhimov uzla nagruzki s asinkhronnym dvigatelem v faznykh koordinatakh* [Modeling transients in the load nodes containing the induction motors in phase coordinates]. *Electrical and data processing facilities and system*, 2015, vol. 11, no. 1, pp. 38–45.

10. Bhattacharya B., Sinha A. Intelligent Fault Analysis in Electrical Power Grids. In: IEEE 29th International Conference on Tools with Artificial Intelligence (ICTAI), Boston, MA, USA, 2017, pp. 985–990. DOI: 10.1109/ICTAI.2017.00151.

11. Bulychev A.V., Gribkov M.A., Dmitrenko A.M., Okhotkin G.P. Remote Protection Based on Digital Methods of Estimating Distance to Points of Fault. *Russian Electrical Engineering*, 2021, vol. 92, no. 8, pp. 433–437. DOI: 10.3103/S106837122108006X.

12. Dommel H.W. Digital Computer Solution of Electromagnetic Transients in Single- and Multiphase Networks. *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, 1969, vol. PAS-88, no. 4, pp. 388–399. DOI: 10.1109/TPAS.1969.292459.

13. Krause P. C., Wasynczuk O., Sudhoff S.D. Analysis of the machinery and drive systems. N.Y., IEEE PRESS, 2002, 630 p. DOI: https://ieeexplore.ieee.org/book/5265638.

14. Krause P.C., Krause T.C. Introduction to Modern Analysis of Electric Machines and Drives. Wiley-IEEE Press, 2023, 632 p. DOI: https://ieeexplore.ieee.org/book/9989443.

15. Kulikov A., Loskutov A., Bezdushniy D. Relay Protection and Automation Algorithms of Electrical Networks Based on Simulation and Machine Learning Methods. *Energies,* 2022, vol. 15, 6525. DOI: https://doi.org/10.3390/en15186525.

16. Lamets, Y., Podchivaline A., Chevelev A., Nudelman G., Zakonjšek J. Equivalent transforms of models, conditions and measurements in relay protection. In: IEEE Conference Publication: Eighth IEE International Conference on Developments in Power System Protection. Amsterdam, 2004, pp. 76–79. DOI: 10.1049/cp:20040067.

17. Lin H., Ebrahimi S., Mahdavyfakhr M., Jatskevich J. Analysis of sliding-mode-controlled boost converters with mixed loads. In: 2020 IEEE 21st Workshop on Control and Modeling for Power Electronics (COMPEL), Aalborg, Denmark, 2020, pp. 1–8. DOI: 10.1109/COMPEL49091.2020.9265740.

18. Majidov A., Kayumov A.G., Hafizov S. Investigation of the Self-Starting Process of a Low-Power Asynchronous Motor. In: Proceedings of the 2021 IEEE Conference of Russian Young Researchers in Electrical and Electronic Engineering, ElConRus 2021, Moscow, 2021, pp. 1462–1468. DOI: 10.1109/ElConRus51938.2021.9396181.

19. Ni H., Fang S., Lin H.A. Simplified Phase-Controlled Switching Strategy for Inrush Current Reduction. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2021, vol. 36, no. 1, pp. 215–222. DOI: 10.1109/TPWRD.2020.2984234.

20. Slavutskii L.A., Ivanova N.N. Using the simplest neural network as a tool for fault location in power lines. In: AIP Conference Proceedings, Moscow, 01/04/2020 – 02/04/2020. Moscow, 2022, 030006. DOI: 10.1063/5.0074926.

21. Slavutskiy A.L., Vasilieva L.N., Grigoriev V.G. et al. Transients in the load node at power loss: Group run-out of induction motors. In: E3S Web of Conferences: 2019 International Scientific and Technical Conference Smart Energy Systems, SES 2019, Kazan, 2019, Sept. 18–20. Vol. 124. Kazan, EDP Sciences, 2019, 05010. DOI: 10.1051/e3sconf/201912405010.

22. Vasyliv K.M. A mathematical model of thermal power plants smoke exhausters induction motors system operation modes. *Electrical engineering & electromechanics*, 2017, no. 3, pp. 19–26. DOI: https://doi.org/10.20998/2074-272X.2017.3.03.

23. Zheng F., Sun F., Zhou L., Liu W. et al. Study on Large Asynchronous Motor Starting Check for Auxiliary Power System. In: 2010 Asia-Pacific Power and Energy Engineering Conference. Chengdu, China, 2010, pp. 1–4. DOI: 10.1109/APPEEC.2010.5448843.

ALEKSANDR L. SLAVUTSKIY – Candidate of Technical Sciences, Deputy Head of Software Development Department, Separate subdivision of Unitel Engineering LLC, Russia, Cheboksary (slavutskii@gmail.com; ORCID: https://orcid.org/0000-0002-6315-2445).

Формат цитирования: *Славутский А.Л.* Моделирование аварийных режимов в узле комплексной нагрузки: высокочастотные составляющие тока и напряжения // Вестник Чувашского университета. – 2023. – № 4. – С. 151–159. DOI: 10.47026/1810-1909-2023-4-151-159.

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

Редакция журнала «Вестник Чувашского университета» просит авторов руководствоваться нижеприведенными правилами.

1. Авторские оригиналы представляются на бумажном и электронном носителях. Он должен быть пронумерован и подписан авторами на титульном листе с указанием даты.

2. К статьям, направляемым в редакцию, прилагаются:

1) заявление автора на имя главного редактора;

2) анкета авторов;

3) две внешние рецензии;

4) ходатайство научного руководителя;

5) экспертное заключение о возможности опубликования статьи в открытой печати.

3. Авторы должны указать рубрику, в которой следует поместить статью.

4. Оформление статьи:

1) классификационные индексы УДК и ББК;

2) инициалы и фамилия авторов;

3) название статьи;

4) ключевые слова;

5) аннотация статьи;

6) название статьи, инициалы и фамилия автора на английском языке;

7) ключевые слова на английском языке;

8) аннотация на английском языке;

9) текст статьи;

10) пристатейный библиографический список;

11) транслитерированный библиографический список References;

12) сведения об авторе.

Авторские оригиналы подготавливаются с помощью компьютера в среде Microsoft Word (файлы типа doc). Формат бумаги А4, поля: справа и слева 4 см, сверху 4,5 см, снизу 5,7 см, от края до верхнего колонтитула 3 см, красная строка 0,75 см. Текст статьи набирается шрифтом Times New Roman размера 11 пт через 1 интервал.

Текст статьи представляется в двух экземплярах с приложением файла в электронном виде.

5. Рисунки. Количество рисунков не более 4. На рисунки должны быть ссылки. Рисунки должны быть внедрены в режиме Вставка Объект Рисунок Microsoft Word. Подрисуночные подписи выполняются шрифтом размера 9 пт.

6. Формулы и буквенные обозначения по тексту. Формулы набираются в редакторе формул Microsoft Equation. Шрифт для греческих букв – Symbol, для всех остальных – Times New Roman, основной размер 11 пт, крупный индекс 7 пт, мелкий 5 пт. Латинские буквы набираются курсивом, буквы греческого алфавита и кириллицы – прямым шрифтом, обозначения матриц, векторов, операторов – прямым полужирным шрифтом. Формулы располагаются по центру страницы. Номер формулы ставится у правого края. Нумеруются лишь те формулы, на которые имеются ссылки. При выборе единиц физических величин рекомендуется придерживаться международной системы единиц СИ.

7. Таблицы. Текст в таблицах набирается шрифтом размером 9 пт, заголовок выделяется полужирным шрифтом. На таблицы должны быть ссылки.

8. Список литературы. Список строится по алфавиту, записи рекомендуется располагать сначала на языке издания, в которое включен список, затем на других языках. Источники набираются шрифтом Times New Roman размера 9 пт. При оформлении списка литературы необходимо руководствоваться ГОСТом Р 7.0.5-2008 «Библиографическая ссылка. Общие требования и правила оформления». Ссылки на источники в тексте даются в квадратных скобках, например [1], [1. С. 5].

9. Список References. Транслитерацию русского текста в латиницу следует производить в соответствии со стандартом BSI.

10. Сведения об авторах набираются полужирным шрифтом размера 10 пт ***на русском и английском языках в именительном падеже*** по следующей форме*: Фамилия, имя, отчество – ученая степень, должность, место работы, страна, город. Контактная информация (e-mail).*

11. Статьи, оформленные без соблюдения этих правил, возвращаются без рассмотрения. Возвращение рукописи автору на доработку не означает, что статья принята к печати. После получения доработанного текста рукопись вновь рассматривается редколлегией. Доработанный текст автор должен вернуть вместе с первоначальным экземпляром статьи, а также ответами на все замечания. Датой поступления считается день получения редакцией окончательного варианта статьи.

12. Плата с аспирантов за публикацию рукописей не взимается.

ВЕСТНИК ЧУВАШСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

ТЕХНИЧЕСКИЕ НАУКИ

2023 **№ 4**

СОДЕРЖАНИЕ

VESTNIK CHUVASHSKOGO UNIVERSITETA

TECHNICAL SCIENCES

2023 **№ 4**

CONTENTS

ВЕСТНИК ЧУВАШСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Технические науки

№ 4 2023

Редактор ***Н.И. Завгородняя***
Технический редактор ***Н.Н. Иванова***

Журнал зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере связи,
информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзоре)
Свидетельство о регистрации средства массовой информации
ПИ № ФС77-66541 от 21.07.2016 г.

Подписной индекс в каталоге Почты России «Подписные издания» ПМ983

Сдано в набор 04.10.2023. Подписано в печать 18.12.2023. Выход в свет 25.12.2023.
Формат 70×100/16. Бумага писчая. Гарнитура Times New Roman. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 13,2. Уч.-изд. л. 13,9.
Тираж 200 экз. Заказ № 1280. Свободная цена.

Адрес редакции и издателя
428015, Чебоксары, Московский просп., 15

Типография Чувашского университета
428015, Чебоксары, Московский просп., 15