

Документ подписан простой электронной подписью

Информация о владельце:

ФИО: Поверинов Игорь Егорович

Должность: Проректор по учебной работе

Дата подписания: 21.03.2024 16:52:00

Уникальный программный ключ:

6d465b936eef331cede482bce464131488346653f016465455453b73e34d01142

МИНОБРНАУКИ РОССИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова»

(ФГБОУ ВО «ЧГУ им. И.Н. Ульянова»)

Юридический факультет

Кафедра актуарной и финансовой математики

Утвержден в составе основной
профессиональной образовательной
программы подготовки специалистов
среднего звена

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

КОМПЛЕКТ КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО УЧЕБНОМУ ПРЕДМЕТУ

ОУП.02 МАТЕМАТИКА

для специальности
среднего профессионального образования

40.02.01 Право и организация социального обеспечения

Форма обучения: **очная**

Год начала подготовки: **2023**

РАССМОТРЕНО и ОДОБРЕНО

На заседании предметной (цикловой) комиссии общеобразовательного цикла «29» марта 2023 г., протокол № 8.

Председатель комиссии А.М. Иванова

Контрольно-оценочные средства (далее - КОС) предназначены для промежуточной аттестации результатов освоения учебного предмета Математика обучающимися по специальности среднего профессионального образования

СОСТАВИТЕЛЬ:

Преподаватель П.С. Платонов

1. ПАСПОРТ КОМПЛЕКТА КОНТРОЛЬНО-ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО УЧЕБНОМУ ПРЕДМЕТУ

1.1. Цель и задачи создания комплекта КОС учебного предмета

Целью создания комплекта КОС учебного предмета является проведение аттестации обучающихся на соответствие их персональных достижений поэтапным требованиям программы учебного предмета (промежуточная аттестация), для установления в ходе аттестационных испытаний обучающихся, завершивших освоение общеобразовательной программы, факта соответствия/несоответствия уровня их подготовки требованиям ФГОС среднего общего образования, получаемого обучающимся в процессе освоения программы подготовки специалистов среднего звена.

Задачи комплекта КОС учебного предмета:

- контроль и управление процессом приобретения обучающимися необходимых знаний, умений определенных ФГОС среднего общего образования, получаемого обучающимся в процессе обучения по программе подготовки специалистов среднего звена;
- оценка достижений обучающихся в процессе изучения учебного предмета с выделением положительных/отрицательных результатов и планирование предупреждающих/корректирующих мероприятий.

1.2. Оценка результатов освоения учебного предмета

Оценка результатов освоения программы учебного предмета включает: промежуточную аттестацию.

Промежуточная аттестация обучающихся обеспечивает оперативное управление учебной деятельностью обучающихся и ее корректировку и проводится с целью определения соответствия уровня и качества подготовки обучающегося требованиям к результатам освоения программы учебного предмета, наличия умений самостоятельной работы.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и завершает изучение учебного предмета. Промежуточная аттестация подводит итоги работы обучающегося на протяжении семестра или учебного года.

1.3. Реестр фонда оценочных средств по учебному предмету Математика

Контролируемые разделы (темы) предмета	Результаты обучения	Наименование оценочного средства
Раздел 1. Алгебра Раздел 2. Основы тригонометрии Раздел 3. Функции, их свойства и графики Раздел 4. Начала математического анализа Раздел 5. Уравнения и неравенства Раздел 6. Элементы комбинаторики, теории вероятностей и статистики Раздел 7. Геометрия	Результаты освоения учебного предмета отражают следующие результаты: 1) сформированность представлений о математике как части мировой культуры и о месте математики в современной цивилизации, о способах описания на математическом языке явлений реального мира; 2) сформированность представлений о математических понятиях как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать разные процессы и явления; понимание возможности аксиоматического построения математических теорий; 3) владение методами доказательств и алгоритмов решения; умение их применять, проводить доказательные рассуждения в ходе решения задач; 4) владение стандартными приемами решения рациональных и иррациональных, показательных,	Контрольный тест

	степенных, тригонометрических уравнений и неравенств, их систем; использование готовых компьютерных программ, в том числе для поиска пути решения и иллюстрации решения уравнений и неравенств; 5) сформированность представлений об основных понятиях, идеях и методах математического анализа; 6) владение основными понятиями о плоских и пространственных геометрических фигурах, их основных свойствах; сформированность умения распознавать на чертежах, моделях и в реальном мире геометрические фигуры; применение изученных свойств геометрических фигур и формул для решения геометрических задач и задач с практическим содержанием; 7) сформированность представлений о процессах и явлениях, имеющих вероятностный характер, о статистических закономерностях в реальном мире, об основных понятиях элементарной теории вероятностей; умений находить и оценивать вероятности наступления событий в простейших практических ситуациях и основные характеристики случайных величин; 8) владение навыками использования готовых компьютерных программ при решении задач; для слепых и слабовидящих обучающихся: овладение правилами записи математических формул и специальных знаков рельефно-точечной системы обозначений Л. Брайля; овладение тактильно-осязательным способом обследования и восприятия рельефных изображений предметов, контурных изображений геометрических фигур и другое; наличие умения выполнять геометрические построения с помощью циркуля и линейки, читать рельефные графики элементарных функций на координатной плоскости, применять специальные приспособления для рельефного черчения ("Драфтсмен", "Школьник"); овладение основным функционалом программы не визуального доступа к информации на экране персонального компьютера, умение использовать персональные тифлотехнические средства информационно-коммуникационного доступа слепыми обучающимися; для обучающихся с нарушениями опорно-двигательного аппарата: овладение специальными компьютерными средствами представления и анализа данных и умение использовать персональные средства доступа с учетом двигательных, речедвигательных и сенсорных нарушений; наличие умения использовать персональные средства доступа. 11) сформированность представлений о необходимости доказательств при обосновании математических утверждений и роли аксиоматики в проведении дедуктивных рассуждений; 12) сформированность понятийного аппарата по основным разделам курса математики; знаний основных	
--	--	--

	теорем, формул и умения их применять; умения доказывать теоремы и находить нестандартные способы решения задач; 13) сформированность умений моделировать реальные ситуации, исследовать построенные модели, интерпретировать полученный результат; 14) сформированность представлений об основных понятиях математического анализа и их свойствах, владение умением характеризовать поведение функций, использование полученных знаний для описания и анализа реальных зависимостей; 15) владение умениями составления вероятностных моделей по условию задачи и вычисления вероятности наступления событий, в том числе с применением формул комбинаторики и основных теорем теории вероятностей; исследования случайных величин по их распределению.	
--	--	--

МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ
К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ
по учебному предмету «Математика»

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Комплексные числа
2. Иррациональные уравнения.
3. Приближённое значение величины и погрешности приближений
4. Корни натуральной степени из числа и их свойства
5. Свойства степени с действительным показателем
6. Степень с рациональным показателем и её свойства.
7. Логарифмы и их свойства.
8. Правила действия с логарифмами
9. Основные понятия комбинаторики
10. Формулы размещения, перестановки, сочетания
11. Формула бинома Ньютона
12. Тригонометрические функции числового аргумента.
13. Определение функции. Способы задания функции. График функции.
14. Чётные и нечётные функции, их графики.
15. Монотонные функции (возрастающие, убывающие) их графики.
16. Исследование функции (схема).
17. Функция $y = \sin x$ и её график.
18. Функция $y = \cos x$ и её график.
19. Функция $y = \operatorname{tg} x$ и её график.
20. Функция $y = \operatorname{ctg} x$ и её график.
21. Зависимость между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
22. Формулы сложения.
23. Формулы приведения.
24. Формулы суммы и разности синусов и косинусов.
25. Формулы двойного аргумента.
26. Арксинус.
27. Арккосинус.
28. Арктангенс.
29. Решение уравнения $\sin t = a$.
30. Решение уравнения $\cos t = a$.
31. Решение уравнения $\operatorname{tg} t = a$

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ
ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ
по учебному предмету «Математика»

Типовой контрольный тест № 1

Вариант №1

1. Какое из чисел является решением уравнения $x^2 - 7x - 8 = 0$

А. -8

Б. 7

В. 1

Г. -1

2. Найти нули функции $y = (x-2)x$

- А. 5 Б. 2 В. -2;0 Г. 0;2

3. Разложите квадратный трёхчлен $2x^2 + 5x - 3$ на линейные множители

- А. $(x-3)(2x-1)$ Б. $2(x-3)\left(x+\frac{1}{2}\right)$ В. $(x+3)\left(x-\frac{1}{2}\right)$ Г. $(x+3)(2x-1)$

4. Найти координаты вершины параболы, заданной формулой $y = x^2 - 2x - 5$

- А. (2;-13) Б. (-1;-4) В. (-1;-2) Г. (-2;0)

5. Уравнение оси симметрии параболы $y = x^2 + 5x + 1$ имеет вид:

- А. $x = \frac{5}{6}$ Б. $x = \frac{6}{5}$ В. $x = -\frac{5}{6}$ Г. $x = -\frac{6}{5}$

6. Найти корни квадратного трёхчлена $2x^2 + 3x - 5$

- А. -1;2,5 Б. 1;-2,5 В. 1;2,5 Г. -1;-2,5

7. Решить неравенство: $4x^2 - 3x - 1 < 0$

- А. $\left(-\infty; -\frac{1}{4}\right) \cup \left(\frac{1}{4}; +\infty\right)$ Б. $\left[-\frac{1}{4}; 1\right]$ В. $\left(-\infty; -\frac{1}{4}\right)$ Г. $\left(-\frac{1}{4}; 1\right)$

8. Ордината вершины параболы $y = (x+3)^2 + 2$ равна

- А. -2 Б. 3 В. 2 Г. -3

9. Какая из нижеуказанных пар чисел является решением системы уравнений $\begin{cases} xy=6 \\ y^2-4x=1 \end{cases}$

- А. (0;2) Б. (2;3) В. (6;0) Г. (-1;-6)

10. График функции $y = 5(x+7)^2$ получается из графика функции $y = 5x^2$ сдвигом на семь единиц масштаба

- А. Вправо Б. Влево В. Вверх Г. Вниз

11. Какое из чисел является решением уравнения $x^2 - 9x - 10 = 0$

- А. 1 Б. 9 В. -10 Г. -1

12. Найти нули функции $y = (6-x)x$.

- А. 0;6 Б. -6;0 В. 6 Г. 0

13. Разложите квадратный трёхчлен $2x^2 - 3x - 2$ на линейные множители.

А. $2(x+2)\left(x-\frac{1}{2}\right)$ Б. $(x-2)(2x+1)$ В. $(x+2)\left(x+\frac{1}{2}\right)$ Г. $(x-2)(2x-1)$

14. Найти координаты вершины параболы, заданной формулой $y=2x^2-8x+6$

А. (2;-2) Б. (-2;2) В. (-1;-2) Г. (-2;0)

15. Уравнение оси симметрии параболы $y=2x^2-7x+1$ имеет вид:

А. $x = \frac{4}{7}$ Б. $x = \frac{7}{4}$ В. $x = -\frac{4}{7}$ Г. $x = -\frac{7}{4}$

Вариант 2

1. Решить неравенство: $3x^2-4x-7 \leq 0$

А. $\left[-1; 2\frac{1}{3}\right]$ Б. $(-\infty; +\infty)$ В. $\left(-1; 2\frac{1}{3}\right)$ Г. $\left(-2\frac{1}{3}; 1\right]$

2. Ордината вершины параболы $y=(x-2)^2+3$ равна

А. -2 Б. 3 В. 2 Г. -3

3. Какая из нижеуказанных пар чисел является решением системы уравнений $\begin{cases} x+y=5 \\ 2x-y^2=7 \end{cases}$

А. (-3;2) Б. (1;4) В. (3;2) Г. (8;-3)

4. График функции $y=3x^2-5$ получается из графика функции $y=3x^2$ сдвигом на пять единиц масштаба

А. Вправо Б. Влево В. Вверх Г. Вниз

5. Какое из чисел является решением уравнения $x^2+5x+6=0$

А. -2 Б. 6 В. -6 Г. -1

6. Найти нули функции $y=(x-3)(5+x)$

А. 3 Б. 5 В. 3;-5 Г. -3;5

7. Разложите квадратный трёхчлен $3x^2+2x-1$ на линейные множители.

А. $3(x+1)\left(x+\frac{1}{3}\right)$ Б. $(x-1)(3x+1)$ В. $(3x-1)(x-1)$ Г. $(x+1)(3x-1)$

8. Найти координаты вершины параболы, заданной формулой $y=4x^2+8x-3$

А. (1;2) Б. (-1;-7) В. (-1;7) Г. (-2;1)

9. Уравнение оси симметрии параболы $y = -7x^2 + 3x + 1$ имеет вид:

А. $x = -\frac{3}{14}$ Б. $x = -\frac{14}{3}$ В. $x = \frac{3}{14}$ Г. $x = \frac{14}{3}$

10. Найти корни квадратного трёхчлена $3x^2 + 5x - 2$

А. $-\frac{1}{3}; -2$ Б. $-\frac{1}{3}; 2$ В. $\frac{1}{3}; -2$ Г. $\frac{1}{3}; 2$

11. Решить неравенство: $x^2 + 3x - 4 \geq 0$

А. $[-4; 1]$ Б. $(-\infty; -4] \cup [1; +\infty)$ В. $(-1; 4)$ Г. $(-\infty; -1] \cup [4; +\infty)$

12. Ордината вершины параболы $y = (x - 7)^2 - 3$ равна

А. -7 Б. 3 В. 7 Г. -3

13. Какая из нижеуказанных пар чисел является решением системы уравнений $\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x - y^2 = 5 \end{cases}$

А. $(1; 3)$ Б. $(-1; 1)$ В. $(1; -1)$ Г. $(3; 1)$

15. График функции $y = -2(x - 1)^2$ получается из графика функции $y = -2x^2$ сдвигом на десять единиц масштаба

А. Вправо Б. Влево В. Вверх Г. Вниз

Критерии оценки выполнения теста по учебному предмету

Оценка «отлично» выставляется студенту, если набрал $13 \div 15$ баллов.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если набрал $12 \div 11$ баллов.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если набрал $10 \div 8$ баллов.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если набрал $0 \div 7$ баллов.

МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ ПОДГОТОВКИ
К ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ
по учебному предмету «Математика»

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Приращение функции. Определение производной.
2. Правила вычисления производной.
3. Сложная функция. Производная сложной функции.
4. Производные тригонометрических функций.
5. Касательная к графику функции. Уравнение касательной к графику функции.
6. Признак возрастания (убывания) функции.
7. Критические точки функции, максимумы и минимумы.
8. Схема исследования функции при помощи производной.
9. Наибольшее, наименьшее значение функции.
10. Первообразная. Основное свойство и правила нахождения первообразных.
11. Таблица первообразных.
12. Производная и первообразная показательной функции.
13. Производная и первообразная логарифмической функции.
14. Степенная функция, её свойства и график.
15. Последовательности. Понятие предела.
16. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и её сумма
17. Событие, вероятность события, сложение и умножение вероятностей. Понятие о независимости событий. Дискретная случайная величина, закон её распределения
18. Представление данных (таблицы, диаграммы, графики), генеральная совокупность, выборка, среднее арифметическое, медиана.
19. Что такое стереометрия. Аксиомы стереометрии.
20. Существование плоскости, проходящей через данную прямую и данную точку.
21. Пересечение прямой с плоскостью. Следствие из теоремы. Существование плоскости, проходящей через три данные точки.
22. Взаимное расположение прямых в пространстве. Признак параллельности прямых.
23. Определение параллельности прямой и плоскости. Признак параллельности прямой и плоскости.
24. Взаимное расположение плоскостей. Признак параллельности плоскостей.
25. Свойство прямых пересечения параллельных плоскостей третьей плоскостью.
26. Свойство отрезков параллельных прямых, заключенных между параллельными плоскостями.
27. Определение перпендикулярных прямых в пространстве. Свойство пересекающихся прямых, параллельных перпендикулярным прямым.
28. Определение перпендикулярности прямой и плоскости. Признак перпендикулярности прямой плоскости.
29. Свойство плоскости, перпендикулярной одной из двух параллельных прямых.
30. Свойство прямых, перпендикулярных одной и той же плоскости.
31. Перпендикуляр и наклонная.
32. Теорема о трёх перпендикулярах.
33. Определение перпендикулярных плоскостей.
34. Признак перпендикулярности плоскостей.
35. Двугранный угол, линейный угол двугранного угла
36. Декартовы координаты в пространстве.
37. Векторы в пространстве.
38. Действие над векторами в пространстве.
39. Многогранник. Призма. Прямая, правильная призма.

40. Параллелепипед. Прямоугольный параллелепипед, куб. Его свойства.
41. Боковая и полная поверхность пирамиды.
42. Боковая и полная поверхность призмы.
43. Объем призмы.
44. Пирамида. Усеченная пирамида. Правильная пирамида.
45. Объем пирамиды, усеченной пирамиды.
46. Цилиндр и его элементы. Сечения цилиндра.
47. Конус и его элементы. Сечения конуса.
48. Шар. Сфера. Сечение шара плоскостью.
49. Объем цилиндра. Объем конуса. Объем шара.

ТЕСТОВЫЕ ЗАДАНИЯ
ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ
по учебному предмету «Математика»

Типовой контрольный тест № 2

Вариант №1

1. Найдите производную функции $y = 4x^3$.
1) $12x^2$ 2) $12x$ 3) $4x^2$ 4) $12x^3$

2. Найдите производную функции $y = 6x - 11$.
1) -5 2) 11 3) 6 4) $6x$

3. Найдите производную функции $y = \frac{x-1}{x}$.
1) $-\frac{1}{x^2}$ 2) $\frac{x-1}{x^2}$ 3) $\frac{2x+1}{x^2}$ 4) $\frac{1}{x^2}$

4. Найдите производную функции $y = x \sin x$.
1) $\sin x - x \cos x$ 2) $\sin x + x \cos x$ 3) $\cos x$ 4) $x + x \cos x$

5. Найдите производную функции $y = x^2 + \sin x$ в точке $x_0 = \pi$.
1) $\pi^2 - 1$ 2) $2\pi + 1$ 3) $2\pi - 1$ 4) 2π

6. Вычислите значение производной функции $y = \frac{x^4}{2} - \frac{3x^2}{2} + 2x$ в точке $x_0 = 2$.
1) 10 2) 12 3) 8 4) 6

7. Найдите производную функции $y = \sin(3x + 2)$.
1) $\cos(3x + 2)$ 2) $-3\cos(3x + 2)$ 3) $3\cos(3x + 2)$ 4) $-\cos(3x + 2)$

8. Вычислите значение производной функции $y = 3x^2 - 12\sqrt{x}$ в точке $x_0 = 4$.

1) 21 2) 24 3) 0 4) 3,5

$$y = \frac{1}{2} \operatorname{tg}(4x - \pi) + \frac{\pi}{4}$$

9. Вычислите значение производной функции

в точке $x_0 = \frac{\pi}{4}$. 1) 2 2) $\frac{\pi}{4}$ 3) 4 4) $\frac{\pi}{2}$

10. Найдите производную функции $y = x^2 \cos x$.

1) $2x \sin x$ 2) $-2x \sin x$ 3) $2x \cos x + x^2 \sin x$ 4) $2x \cos x - x^2 \sin x$

11. Вычислите значение производной функции $y = 14\sqrt{2x-3}$ в точке $x_0 = 26$.

12. Найдите значение x , при которых производная функции $y = \frac{x-2}{x^2}$ равна 0.

Вариант №2

$$y = \frac{1}{3} x^6$$

1. Найдите производную функции

1) $2x^6$ 2) $2x^5$ 3) $\frac{1}{3}x^5$ 4) $6x^5$

2. Найдите производную функции $y = 12 - 5x$.

1) 7 2) 12 3) -5 4) -5x

$$y = \frac{x+3}{x}$$

3. Найдите производную функции

1) $\frac{3}{x^2}$ 2) $\frac{2x-3}{x^2}$ 3) $-\frac{3}{x^2}$ 4) $-\frac{3}{x}$

4. Найдите производную функции $y = x \cos x$.

1) $\cos x - x \sin x$ 2) $\cos x + x \sin x$ 3) $-\sin x$ 4) $x - \sin x$

5. Найдите производную функции $y = x^2 + \cos x$ в точке $x_0 = \frac{\pi}{2}$.

1) $\pi^2 - 1$ 2) $\pi + 1$ 3) $\frac{\pi}{2} - 1$ 4) $\pi - 1$

$$y = \frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 3x$$

6. Вычислите значение производной функции в точке $x_0 = 2$.

1) 13 2) 3 3) 8 4) 27

7. Найдите производную функции $y = \cos(5x - 2)$.

1) $-2 \sin(5x - 2)$ 2) $-5 \sin(5x - 2)$ 3) $5 \sin(5x - 2)$ 4) $\sin(5x - 2)$

8. Вычислите значение производной функции $y = \frac{3}{x} - \sqrt{x}$ в точке $x_0 = \frac{1}{4}$.
 1) -47 2) -49 3) 47 4) 11,5

9. Вычислите значение производной функции $y = 1 + \operatorname{ctg}(2x + \pi)$
 в точке $x_0 = -\frac{\pi}{4}$. 1) 2 2) -1 3) -2 4) $-\frac{1}{2}$

10. Найдите производную функции $y = x^2 \sin x$.

1) $2x \cos x$ 2) $2x \sin x - x^2 \cos x$ 3) $2x \sin x + x^2 \cos x$ 4) $-2x \cos x$

11. Вычислите значение производной функции $y = 30\sqrt{4-3x}$ в точке $x_0 = -7$.

12. Найдите значение x , при которых производная функции $y = \frac{x+2}{x^2}$ равна 0.

Критерии оценки выполнения теста по учебному предмету

Оценка «отлично» выставляется студенту, если набрал $11 \div 12$ баллов.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, если набрал $9 \div 10$ баллов. Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, если набрал $8 \div 7$ баллов.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, если набрал $0 \div 6$ баллов.

ЭТАЛОНЫ ОТВЕТОВ

Вопросы и ответы к экзамену

Вопрос	Ответ
Комплексные числа	Комплексное число это выражение вида $a + bi$, где a, b - действительные числа, а i - так называемая мнимая единица, символ, квадрат которого равен -1, то есть $i^2 = -1$. Число a называется действительной частью, а число b - мнимой частью комплексного числа $z = a + bi$. Если $b = 0$, то вместо $a + 0i$ пишут просто a. Видно, что действительные числа это частный случай комплексных чисел.
Иррациональные уравнения.	Иррациональными уравнениями называются уравнения, в которых переменная содержится под знаком корня или знаком возведения в дробную степень. Для того, чтобы решить иррациональное уравнение, необходимо: Уединить одно из выражений с корнем в одной части и избавиться от знака корня (возвести в соответствующую степень обе части уравнения и упростить его);
Приближённое значение величины и погрешности приближений	$\Gamma (x+3)(2x-1)$
Корни натуральной степени из числа и их свойства	Корнем n - й степени из действительного числа a (n - натуральное число) называют такое действительное число x, при возведении которого в степень n получается число a. Свойства: 1) $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$ 2) $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}$ 3) $(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$ 4) $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$ 5) $\sqrt[np]{a^{kp}} = \sqrt[n]{a^k}$ 6) $\sqrt[p]{a^{kp}} = a^k$

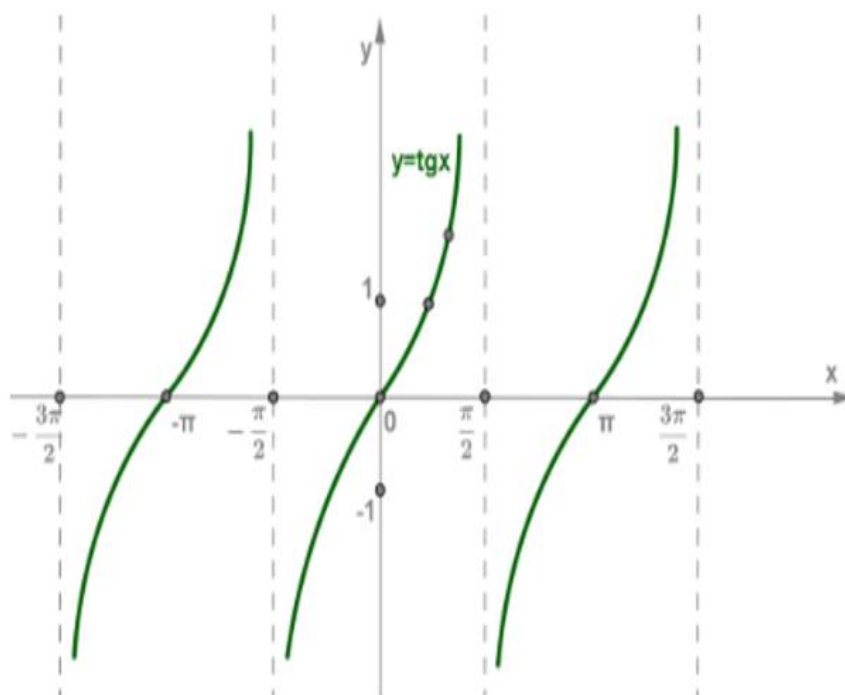
Свойства степени с действительным показателем	1) $a^{p_1} \cdot a^{p_2} = a^{p_1+p_2}$ 2) $a^{p_1} : a^{p_2} = a^{p_1-p_2}$ 3) $(a^{p_1})^{p_2} = a^{p_1 p_2}$ 4) $(ab)^p = a^p b^p$ 5) $\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$
Степень с рациональным показателем и её свойства.	1) $a^{p_1} \cdot a^{p_2} = a^{p_1+p_2}$ 2) $a^{p_1} : a^{p_2} = a^{p_1-p_2}$ 3) $(a^{p_1})^{p_2} = a^{p_1 p_2}$ 4) $(ab)^p = a^p b^p$ 5) $\left(\frac{a}{b}\right)^p = \frac{a^p}{b^p}$
Логарифмы и их свойства.	Логарифмом от положительного числа ($b > 0$) с основанием ($a > 0$; и $a \neq 1$) называется степень s, в которую нужно возвести число a, чтобы получить b. Свойства логарифмов: 1. $\log_a(1) = 0$; 2. $\log_a(a) = 1$; 3. $\log_a(b * c) = \log_a(b) + \log_a(c)$; 4. $\log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a(b) - \log_a(c)$; 5. $\log_a(b^m) = m * \log_a(b)$; 6. $\log_{a^m}(b) = \frac{1}{m} * \log_a(b)$; 7. $\log_a(b) = \frac{\log_c(b)}{\log_c(a)}$, $c > 0$; $c \neq 1$; 8. $\log_a(b) = \frac{1}{\log_b(a)}$; 9. $a^{\log_a(b)} = b$.

Правила действия с логарифмами	$1. \log_a(1) = 0;$ $2. \log_a(a) = 1;$ $3. \log_a(b * c) = \log_a(b) + \log_a(c);$ $4. \log_a\left(\frac{b}{c}\right) = \log_a(b) - \log_a(c);$ $5. \log_a(b^m) = m * \log_a(b);$ $6. \log_{a^m}(b) = \frac{1}{m} * \log_a(b);$ $7. \log_a(b) = \frac{\log_c(b)}{\log_c(a)}, \quad c > 0; \quad c \neq 1;$ $8. \log_a(b) = \frac{1}{\log_b(a)};$ $9. a^{\log_a(b)} = b.$
Основные понятия комбинаторики	Комбинаторика раздел математики, который изучает задачи выбора и расположения элементов из некоторого основного множества в соответствии с заданными правилами. Формулы и принципы комбинаторики используются в теории вероятностей для подсчета вероятности случайных событий и, соответственно, получения законов распределения случайных величин. Это, в свою очередь, позволяет исследовать закономерности массовых случайных явлений, что является весьма важным для правильного понимания статистических закономерностей, проявляющихся в природе и технике.
Формулы размещения, перестановки, сочетания	Размещение: $A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$ Сочетание: $C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$ Перестановка:

	$P_n = n!$
Формула бинома Ньютона	$(a + b)^n = a^n + C_n^1 a^{n-1} b + C_n^2 a^{n-2} b^2 + \dots + C_n^k a^{n-k} b^k + \dots + C_n^{n-1} a b^{n-1} + b^n$
Тригонометрические функции числового аргумента.	Известно, что для любого действительного числа t можно поставить в соответствие однозначно определенное число $\sin t$. Для этого надо: 1) построить числовую окружность на координатной плоскости с центром в начале координат, начальная точка A которой в точке $(1;0)$; 2) отметить точку на окружности, которая соответствует числу; 3) найти ординату этой точки, которая и есть $\sin t$. Это и будет функция $s = \sin t, t \in \mathbb{R}$. Аналогично можно сказать ещё о трёх функциях: $s = \cos t$; $s = \operatorname{tg} t$; $s = \operatorname{ctg} t$. Все эти функции называют тригонометрическими функциями числового аргумента.
Определение функции. Способы задания функции. График функции.	Функциональной зависимостью называют такую зависимость, для которой указано правило, с помощью которого для каждого значения независимой переменной (аргумента) можно найти единственное значение зависимой переменной (значение функции). Способы задания функции: 1) Аналитический способ задания функции — задание функции с помощью формулы. 2) Табличный способ задания функции. 3) Графический способ задания функции.
Чётные и нечётные функции, их графики.	Функцию $y = f(x), x \in X$, называют чётной, если для любого значения из множества X выполняется равенство $f(-x) = f(x)$. Функцию $y = f(x), x \in X$, называют нечётной, если для любого значения из множества X выполняется равенство $f(-x) = -f(x)$.

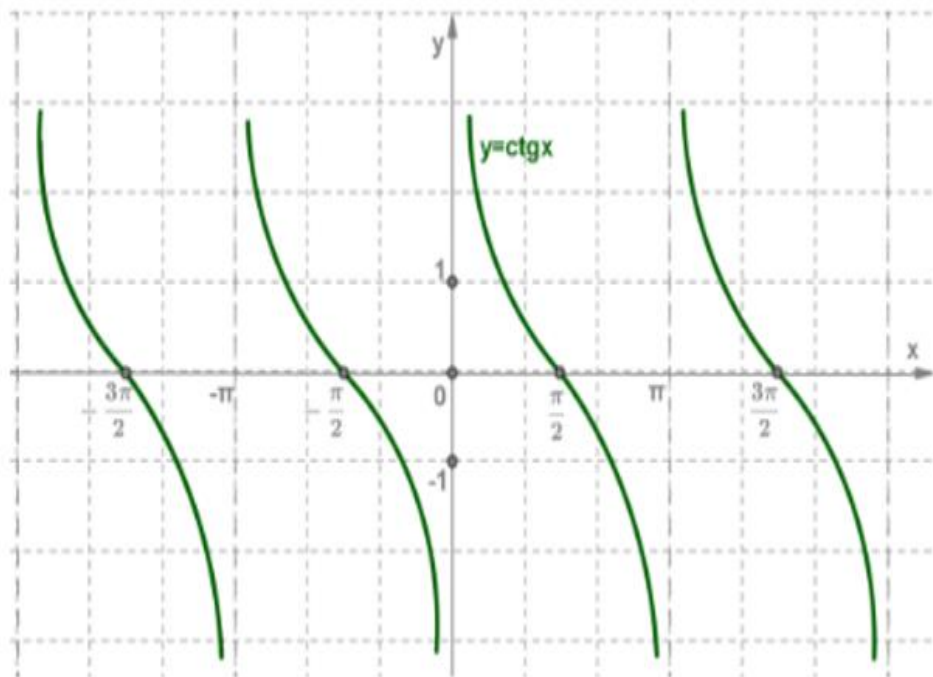
	Если график функции $y = f(x)$ симметричен относительно оси ординат, то $y = f(x)$ - чётная функция. Если график функции $y = f(x)$ симметричен относительно начала координат, то $y = f(x)$ - нечётная функция.
Монотонные функции (возрастающие, убывающие) их графики.	Монотонная функция - функция, которая возрастает или убывает на всем промежутке области определения. Функция называется возрастающей, когда при увеличении аргумента увеличивается и сама функция. Функция считается убывающей, когда при увеличении аргумента функция уменьшается: чем больше x, тем меньше y.
Исследование функции (схема).	При исследовании функций и построении их графиков целесообразно пользоваться следующей схемой. 1. Нахождение области определения функции. 2. Исследование функции на четность и нечетность. 3. Установление области непрерывности функции и точек разрыва. Отыскание вертикальных асимптот. 4. Исследование поведения функции при $x \rightarrow \pm\infty$ (если она там определена). Отыскание горизонтальных и наклонных асимптот. 5. Нахождение экстремумов и интервалов монотонности функции. Составление таблицы. 6. Нахождение интервалов выпуклости и вогнутости и точек перегиба графика функции. 7. Нахождение точек пересечения графика функции с осями, интервалов знакопостоянства функции. Составление таблицы. Отыскание дополнительных точек для построения графика. 8. Построение графика функции.
Функция $y = \sin x$ и её график.	1. Область определения - множество всех действительных чисел. 2. Множество значений отрезок $[-1;1]$. 3. Функция $y = \sin x$ имеет период $T = 2\pi$. 4. Функция $y = \sin x$ является нечетной. 5. Нули функции: $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$

Функция $y = \cos x$ и её график.	1. Область определения - все действительные числа (множество $\mathbb{R}$). 2. Множество значений промежутков $[-1;1]$. 3. Функция $y = \cos x$ имеет период 2π. 4. Функция $y = \cos x$ является чётной. 5. Нули функции: $x = \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$;
Функция $y = \operatorname{tg} x$ и её график.	1. Область определения - множество всех действительных чисел $\neq \pi/2 + \pi n, n \in \mathbb{Z}$. 2. Множество значений - множество всех действительных чисел. 3. Функция $y = \operatorname{tg} x$ периодическая с периодом π. 4. Функция $y = \operatorname{tg} x$ нечётная. 5. Функция $y = \operatorname{tg} x$ принимает: - значение 0 при $x = \pi n, n \in \mathbb{Z}$;



Функция $y = \operatorname{ctg} x$ и её график.

1. Область определения - множество всех действительных чисел $x \neq \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$.
2. Множество значений - множество всех действительных чисел.
3. Функция $y = \operatorname{ctg} x$ периодическая с периодом π .
4. Функция $y = \operatorname{ctg} x$ нечётная.
5. Функция $y = \operatorname{ctg} x$ принимает:
- значение 0 при $x = \pi/2 + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$;



Зависимость между тригонометрическим и функциями одного и того же аргумента.

Зависимость между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента. Все функции (линейная, квадратная, показательная, логарифмическая и т.д) берутся от числового аргумента, поэтому и в тригонометрических функциях аргументом может быть отвлеченное действительное число, которое иногда выражается через иррациональное число. Между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента существуют следующие алгебраические соотношения, которые называются основными тригонометрическими формулами или тождествами:

$$\sin^2 \varphi + \cos^2 \varphi = 1,$$

$$\operatorname{tg} \varphi \operatorname{ctg} \varphi = 1,$$

$$1 + \operatorname{tg}^2 \varphi = \frac{1}{\cos^2 \varphi},$$

$$1 + \operatorname{ctg}^2 \varphi = \frac{1}{\sin^2 \varphi}.$$

Формулы сложения.	$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta;$ $\cos(\alpha - \beta) = \cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta;$ $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta;$ $\sin(\alpha - \beta) = \sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta;$ $\operatorname{tg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha + \operatorname{tg} \beta}{1 - \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta};$ $\operatorname{tg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha - \operatorname{tg} \beta}{1 + \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta};$ $\operatorname{ctg}(\alpha + \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta - 1}{\operatorname{ctg} \alpha + \operatorname{ctg} \beta};$ $\operatorname{ctg}(\alpha - \beta) = \frac{\operatorname{ctg} \alpha \operatorname{ctg} \beta + 1}{\operatorname{ctg} \beta - \operatorname{ctg} \alpha}.$																																								
Формулы приведения.	<table><tr><td>Функция</td><td>$\frac{\pi}{2} - \alpha$</td><td>$\frac{\pi}{2} + \alpha$</td><td>$\pi - \alpha$</td><td>$\pi + \alpha$</td><td>$\frac{3\pi}{2} - \alpha$</td><td>$\frac{3\pi}{2} + \alpha$</td><td>$2\pi - \alpha$</td></tr><tr><td>$\sin(t)$</td><td>$\cos \alpha$</td><td>$\cos \alpha$</td><td>$\sin \alpha$</td><td>$-\sin \alpha$</td><td>$-\cos \alpha$</td><td>$-\cos \alpha$</td><td>$-\sin \alpha$</td></tr><tr><td>$\cos(t)$</td><td>$\sin \alpha$</td><td>$-\sin \alpha$</td><td>$-\cos \alpha$</td><td>$-\cos \alpha$</td><td>$-\sin \alpha$</td><td>$\sin \alpha$</td><td>$\cos \alpha$</td></tr><tr><td>$\operatorname{tg}(t)$</td><td>$\operatorname{ctg} \alpha$</td><td>$-\operatorname{ctg} \alpha$</td><td>$-\operatorname{tg} \alpha$</td><td>$\operatorname{tg} \alpha$</td><td>$\operatorname{ctg} \alpha$</td><td>$-\operatorname{ctg} \alpha$</td><td>$-\operatorname{tg} \alpha$</td></tr><tr><td>$\operatorname{ctg}(t)$</td><td>$\operatorname{tg} \alpha$</td><td>$-\operatorname{tg} \alpha$</td><td>$-\operatorname{ctg} \alpha$</td><td>$\operatorname{ctg} \alpha$</td><td>$\operatorname{tg} \alpha$</td><td>$-\operatorname{tg} \alpha$</td><td>$-\operatorname{ctg} \alpha$</td></tr></table>	Функция	$\frac{\pi}{2} - \alpha$	$\frac{\pi}{2} + \alpha$	$\pi - \alpha$	$\pi + \alpha$	$\frac{3\pi}{2} - \alpha$	$\frac{3\pi}{2} + \alpha$	$2\pi - \alpha$	$\sin(t)$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\cos(t)$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$	$\operatorname{tg}(t)$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg}(t)$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$
Функция	$\frac{\pi}{2} - \alpha$	$\frac{\pi}{2} + \alpha$	$\pi - \alpha$	$\pi + \alpha$	$\frac{3\pi}{2} - \alpha$	$\frac{3\pi}{2} + \alpha$	$2\pi - \alpha$																																		
$\sin(t)$	$\cos \alpha$	$\cos \alpha$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$																																		
$\cos(t)$	$\sin \alpha$	$-\sin \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\cos \alpha$	$-\sin \alpha$	$\sin \alpha$	$\cos \alpha$																																		
$\operatorname{tg}(t)$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$																																		
$\operatorname{ctg}(t)$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{ctg} \alpha$	$\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{tg} \alpha$	$-\operatorname{ctg} \alpha$																																		

Формулы суммы и разности синусов и косинусов.	$\sin a + \sin \beta = 2 \sin \frac{a + \beta}{2} \cdot \cos \frac{a - \beta}{2}$ $\sin a - \sin \beta = 2 \sin \frac{a - \beta}{2} \cdot \cos \frac{a + \beta}{2}$ $\cos a + \cos \beta = 2 \cos \frac{a + \beta}{2} \cdot \cos \frac{a - \beta}{2}$ $\cos a - \cos \beta = -2 \sin \frac{a + \beta}{2} \cdot \sin \frac{a - \beta}{2}$
Формулы двойного аргумента.	$\sin 2x = 2 \sin x \cos x$ $\cos 2x = \cos^2 x - \sin^2 x$ $\cos 2x = 2\cos^2 x - 1$ $\cos 2x = 1 - 2\sin^2 x$
Арксинус.	Если $a \leq 1$, то $\arcsin a$ (арксинус a) - это такое число из отрезка $[-\pi/2; \pi/2]$, синус которого равен a. Говоря иначе: $\arcsin a = x \Rightarrow \sin x = a, a \leq 1, x \in [-\pi/2; \pi/2]$
Арккосинус.	Если $a \leq 1$, то $\arccos a$ (арккосинус a) - это такое число из отрезка $[0; \pi]$, косинус которого равен a. Говоря иначе: $\arccos a = x \Rightarrow \cos x = a, a \leq 1, x \in [0; \pi]$
Арктангенс.	$\operatorname{Arctg} a$ (арктангенс a) - это такое число из отрезка $(-\pi/2; \pi/2)$, тангенс которого равен a. Говоря иначе: $\operatorname{arctg} a = x \Rightarrow \operatorname{tg} x = a, x \in (-\pi/2; \pi/2)$

Решение уравнения $\sin t = a$.	Если $ a > 1$, то уравнение $\sin x$ не имеет корней. Если $ a \leq 1$, то корни уравнения выражаются формулой $x = (-1)^k \arcsin a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.
Решение уравнения $\cos t = a$.	Если $ a > 1$, то уравнение $\cos x$ не имеет корней. Если $ a \leq 1$, то корни уравнения выражаются формулой $x = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$.
Решение уравнения $\operatorname{tg} t = a$	Уравнение $\operatorname{tg} x = a$ имеет решения $x = \operatorname{arctg} a + \pi k, k \in \mathbb{Z}$.

ЭТАЛОНЫ ОТВЕТОВ

Типовой контрольный тест № 1
Вариант №1

Вопрос	Ответ
Какое из чисел является решением уравнения $x^2 - 7x - 8 = 0$	Г (-1)
Найти нули функции $y = (x - 2)x$	Г (0;2)
Разложите квадратный трёхчлен $2x^2 + 5x - 3$ на линейные множители	Г $(x+3)(2x-1)$
Найти координаты вершины параболы, заданной формулой $y = -x^2 - 2x - 5$	Б (-1;-4)
Уравнение оси симметрии параболы $y = -3x^2 + 5x + 1$ имеет вид	А $(x=5/6)$

Найти корни квадратного трёхчлена $2x^2 + 3x - 5$	Б (1;-2,5)
Решить неравенство: $4x^2 - 3x - 1 < 0$	Г (-1/4;1)
Ордината вершины параболы равна $y = (x+3)^2 + 2$ равна	В (2)
Какая из нижеуказанных пар чисел является решением системы уравнений $\begin{cases} xy = 6 \\ y^2 - 4x = 1 \end{cases}$	Б (2;3)
График функции единиц масштаба $y = 5(x+7)^2$ получается из графика функции $y = 5x^2$ сдвигом на семь единиц масштаба	Б (влево)
Какое из чисел является решением уравнения $x^2 - 9x - 10 = 0$ Найти нули функции $y = (6-x)x$	Г (-1) А (0;6)
Разложите квадратный трёхчлен $2x^2 - 3x - 2$ на линейные множители.	Б (x-2)(2x+1)
Найти координаты вершины параболы, заданной формулой $y = 2x^2 - 8x + 6$	А (2;-2)

Уравнение оси симметрии параболы $y=2x^2-7x+1$ имеет вид	Б ($x=7/4$)
--	---------------

Вариант №2

Вопрос	Ответ
Решить неравенство: $3x^2 - 4x - 7 \leq 0$	А $[-1; 2\frac{1}{3}]$
Ордината вершины параболы $y=(x-2)^2+3$ равна	Б (3)
Какая из нижеуказанных пар чисел является решением системы уравнений $\begin{cases} x + y = 5 \\ 2x - y^2 = 7 \end{cases}$	Г(8;-3)
График функции $y=3x^2-5$ получается из графика функции $y=3x^2$ сдвигом на пять единиц масштаба	Г(вниз)
Какое из чисел является решением уравнения $x^2+5x+6=0$	А(-2)
Найти нули функции	В (3;-5)

$y = (x - 3)(5 + x)$	
Разложите квадратный трёхчлен $3x^2 + 2x - 1$ на линейные множители.	$\Gamma (x+1)(3x-1)$
Найти координаты вершины параболы, заданной формулой $y = 4x^2 + 8x - 3$	$\text{Б } (-1; -7)$
Уравнение оси симметрии параболы $y = -7x^2 + 3x + 1$ имеет вид:	$\text{В } (x=3/14)$
Найти корни квадратного трёхчлена $3x^2 + 5x - 2$	$\text{В } (1/3; -2)$
Решить неравенство $x^2 + 3x - 4 \geq 0$	$\text{Б } (-\infty; -4] \cup [1; +\infty)$
Ордината вершины параболы $y = (x - 7)^2 - 3$ равна	$\Gamma (-3)$
Какая из нижеуказанных пар чисел является решением системы уравнений $\begin{cases} x - y = 2 \\ 2x - y^2 = 5 \end{cases}$	$\Gamma (3; 1)$

График функции $y = -2(x - 10)^2$ получается из графика функции $y = -2x^2$ сдвигом на десять единиц масштаба	А (вправо)
---	------------

ЭТАЛОНЫ ОТВЕТОВ

Вопрос	Ответ
Приращение функции. Определение производной.	Определение. Производной функции называется предел отношения приращения Δy к приращению аргумента, когда приращение аргумента стремится к нулю. $y' = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{y(x_0 + \Delta x) - y(x_0)}{\Delta x}$
Правила вычисления производной.	$(c f(x))' = c f'(x)$ $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x),$ $(f(x) - g(x))' = f'(x) - g'(x),$ $(f(x) g(x))' = f'(x) g(x) + f(x) g'(x),$ $\left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{f'(x) g(x) - f(x) g'(x)}{(g(x))^2}$
Сложная функция. Производная сложной функции.	Сложной функцией или «функцией от функции» называют функцию вида $f(g(x))$. При этом функцию $f(x)$ называют внешней функцией, а функцию $g(x)$ - внутренней функцией. Производная сложной функции вычисляется по формуле: $[f(g(x))]' = f'(g(x)) g'(x)$

Производные тригонометрических функций.	$(\sin x)' = \cos x \quad (\cos x)' = -\sin x$ $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x} \quad (\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$
Касательная к графику функции. Уравнение касательной к графику функции.	Уравнение касательной к графику функции $f(x)$ в точке x_0: $y = f'(x_0) \cdot (x - x_0) + f(x_0).$
Признак возрастания (убывания) функции.	Вот формулировки признаков возрастания и убывания функции на интервале: • если производная функции $y=f(x)$ положительна для любого x из интервала X, то функция возрастает на X; • если производная функции $y=f(x)$ отрицательна для любого x из интервала X, то функция убывает на X.
Критические точки функции, максимумы и минимумы.	Точки максимума и минимума – точки экстремума. Функция может иметь неограниченное количество экстремумов. Критическая точка – это точка, производная в которой равна 0 или не существует. Важно помнить, что любая точка экстремума является критической точкой, но не вся критическая является экстремальной. Алгоритм нахождения максимума/минимума функции на отрезке: 1. найти экстремальные точки функции, принадлежащие отрезку, 2. найти значение функции в экстремальных точках из пункта 1 и в концах отрезка, 3. выбрать из полученных значений максимальное и минимальное.
Схема исследования функции при помощи производной.	Пусть функция $f(x)$ непрерывна на промежутке X и имеет внутри промежутка стационарную или критическую точку $x = x_0$. Тогда: а) если у этой точки существует такая окрестность, в которой при $x < x_0$ выполняется неравенство $f'(x) < 0$, а при $x > x_0$ – неравенство $f'(x) > 0$, то $x = x_0$ – точка локального минимума функции $y = f(x)$; б) если у этой точки существует такая окрестность, в которой при $x < x_0$ выполняется неравенство $f'(x) > 0$, а при $x > x_0$ – неравенство $f'(x) < 0$, то $x = x_0$ – точка локального максимума функции $y = f(x)$; в) если у этой точки существует такая окрестность, что в ней и слева, и справа от точки x_0 знаки производной одинаковы, то в точке x_0 экстремума нет.

Наибольшее, наименьшее значение функции.	Нахождение наименьшего или наибольшего значения функции. Чтобы найти наибольшее и наименьшее значения непрерывной на отрезке $[a; b]$ функции, достаточно вычислить значение этой функции в концев точках и всех критических точках интервала $(a; b)$ и из полученного набора значений выбрать наибольшее и наименьшее.
Первообразная. Основное свойство и правила нахождения первообразных.	Первообразная - это такая функция, производная которой равна $f(x)$ Правила нахождения первообразных Пусть $F(x)$ и $G(x)$ – первообразные функций $f(x)$ и $g(x)$. Тогда 1. $F(x) \pm G(x)$ – первообразная для $f(x) \pm g(x)$; 2. $aF(x)$ – первообразная для $af(x)$; 3. $\frac{1}{a}F(ax + b)$ – первообразная для $f(ax + b)$.

Таблица первообразных.	<table> <tr> <th data-bbox="571 174 949 280">Функция</th><th data-bbox="949 174 1455 280">Множество всех первообразных</th></tr> <tr> <td data-bbox="571 280 949 380">a</td><td data-bbox="949 280 1455 380">$ax + C$</td></tr> <tr> <td data-bbox="571 380 949 504">x^n</td><td data-bbox="949 380 1455 504">$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$</td></tr> <tr> <td data-bbox="571 504 949 672">$\frac{1}{x}$</td><td data-bbox="949 504 1455 672">$\ln x + C, \text{ при } x > 0$ $\ln(-x) + C, \text{ при } x < 0$</td></tr> <tr> <td data-bbox="571 672 949 795">$\sqrt{x}$</td><td data-bbox="949 672 1455 795">$\frac{2x\sqrt{x}}{3} + C$</td></tr> <tr> <td data-bbox="571 795 949 907">$\sin x$</td><td data-bbox="949 795 1455 907">$-\cos x + C$</td></tr> <tr> <td data-bbox="571 907 949 1008">$\cos x$</td><td data-bbox="949 907 1455 1008">$\sin x + C$</td></tr> <tr> <td data-bbox="571 1008 949 1131">$\frac{1}{\cos^2 x}$</td><td data-bbox="949 1008 1455 1131">$\operatorname{tg} x + C$</td></tr> <tr> <td data-bbox="571 1131 949 1243">$\frac{1}{\sin^2 x}$</td><td data-bbox="949 1131 1455 1243">$-\operatorname{ctg} x + C$</td></tr> <tr> <td data-bbox="571 1243 949 1366">a^x</td><td data-bbox="949 1243 1455 1366">$\frac{a^x}{\ln a} + C$</td></tr> <tr> <td data-bbox="571 1366 949 1473">e^x</td><td data-bbox="949 1366 1455 1473">$e^x + C$</td></tr> </table>	Функция	Множество всех первообразных	a	$ax + C$	x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$	$\frac{1}{x}$	$\ln x + C, \text{ при } x > 0$ $\ln(-x) + C, \text{ при } x < 0$	$\sqrt{x}$	$\frac{2x\sqrt{x}}{3} + C$	$\sin x$	$-\cos x + C$	$\cos x$	$\sin x + C$	$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + C$	$\frac{1}{\sin^2 x}$	$-\operatorname{ctg} x + C$	a^x	$\frac{a^x}{\ln a} + C$	e^x	$e^x + C$
Функция	Множество всех первообразных																						
a	$ax + C$																						
x^n	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C, n \neq -1$																						
$\frac{1}{x}$	$\ln x + C, \text{ при } x > 0$ $\ln(-x) + C, \text{ при } x < 0$																						
$\sqrt{x}$	$\frac{2x\sqrt{x}}{3} + C$																						
$\sin x$	$-\cos x + C$																						
$\cos x$	$\sin x + C$																						
$\frac{1}{\cos^2 x}$	$\operatorname{tg} x + C$																						
$\frac{1}{\sin^2 x}$	$-\operatorname{ctg} x + C$																						
a^x	$\frac{a^x}{\ln a} + C$																						
e^x	$e^x + C$																						
Производная и первообразная показательной функции.	$f(x) = a^x \quad F(x) = \frac{a^x}{\ln(a)} + C$ $(a^x)' = a^x \ln a$																						
Производная и первообразная логарифмической функции.	$\ln'(x) = 1/x.$ Согласно формуле для вычисления производной логарифмической функции, можем утверждать, что для функции $1/x$ на промежутке $(0; +\infty)$ любая первообразная может быть записана в виде $\ln(x) + C$.																						

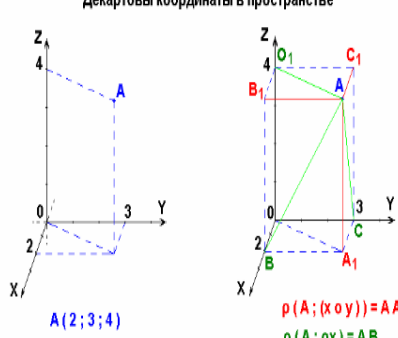
Степенная функция, её свойства и график.	Степенная функция является функцией вида x^a, где a – целое, дробное положительное или отрицательное число. К степенным функциям в теории относятся следующие виды: 1. линейная функция $y = kx + b$; 2. квадратичная парабола $y = x^2$ (в общем виде: $y = ax^2 + bx$); 3. кубическая парабола $y = x^3$; 4. гипербола $y = \frac{1}{x}$, которую можно представить в виде $y = x^{-1}$.
Последовательности. Понятие предела.	– это закон (правило), согласно которому, каждому натуральному числу $n = 1, 2, 3$, ставится в соответствие число x_n. Число x_n называют n-м членом или элементом последовательности. если для любого положительного числа $\varepsilon > 0$ существует такое натуральное число зависящее от ε, что для всех натуральных $n > N$ выполняется неравенство $x_n - a < \varepsilon$. Предел последовательности обозначается так: $a = \lim_{n \rightarrow \infty} x_n.$ Или $x_n \rightarrow a$ при $n \rightarrow \infty$.
Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия и её сумма	Бесконечно убывающей геометрической прогрессией называют бесконечную геометрическую прогрессию, знаменатель q которой по абсолютной величине меньше единицы ($q < 1$). Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии равна первому члену этой прогрессии, деленному на разность между единицей и знаменателем этой прогрессии.
Событие, вероятность события, сложение и умножение вероятностей. Понятие о независимости событий. Дискретная случайная величина, закон её распределения	Вероятность появления одного из нескольких попарно событий, безразлично какого, равна сумме вероятностей этих событий: $P(A+B) = P(A)+P(B)$; Несовместных $P(A_1 + A_2 + \dots + A_n) = P(A_1) + P(A_2) + \dots + P(A_n)$.

Представление данных (таблицы , диаграммы, графики),генеральная совокупность, выборка,среднее арифметическое, медиана.	Генеральная совокупность — вся совокупность данных. Выборка - любая выбранная часть. Репрезентативная выборка — если данные находятся примерно в той же пропорции, что и в генеральной совокупности. Ряд данных - это ряд результатов каких-либо измерений. Объемом ряда данных называется количество всех данных. Размах - это разность между наибольшим и наименьшим числами из ряда данных. Модой ряда данных называется число ряда, которое встречается в этом ряду наиболее часто. Медиана с нечётным числом членов посередине. - это число, записанное Медиана с чётным числом членов - чисел, записанных посередине. Среднее арифметическое - это частное от деления суммы чисел ряда на их количество.
Что такое стереометрия. Аксиомы стереометрии.	Стереометрия- это раздел геометрии, в котором изучаются свойства фигур в пространстве. Аксиомы: 1. Через любые две точки можно провести только одну прямую. 2. Через любые три точки, которые не лежат на одной прямой, можно провести только одну плоскость. 3. Через три точки, лежащие на одной прямой, можно провести бесконечное множество плоскостей. 4. Если две точки прямой принадлежат плоскости, то все точки этой прямой принадлежат

	плоскости. 5. Если две различные плоскости имеют общую точку, то они пересекаются по прямой, проходящей через эту точку.
Существование плоскости, проходящей через данную прямую и данную точку.	Через прямую и не лежащую на ней точку можно провести плоскость, и притом только одну.
Пересечение прямой с плоскостью. Следствие из теоремы. Существование плоскости, проходящей через три данные точки.	Теорема. Если две точки прямой принадлежат плоскости, то вся прямая принадлежит этой плоскости. Из теоремы следует, что плоскость и не лежащая на ней прямая либо не пересекаются, либо пересекаются в одной точке. Через три точки, не лежащие на одной прямой, можно провести плоскость, и притом только одну.
Взаимное расположение прямых в пространстве. Признак параллельности прямых.	Две прямые пространства называются параллельными, если они лежат в одной плоскости и не имеют общих точек. На плоскости через данную точку можно провести единственную прямую, параллельную данной. Это утверждение истинно и в пространстве. Теорема, через точку вне данной прямой можно провести единственную прямую, параллельную данной прямой. Теорема. Если одна из двух параллельных прямых пересекает плоскость, то и другая прямая пересекает эту плоскость. Теорема. Если две различные прямые параллельны третьей прямой, то они параллельны и друг другу. Если из двух прямых одна принадлежит некоторой плоскости, а другая пересекает эту плоскость в точке, не принадлежащей первой прямой, то такие прямые являются скрещивающимися.

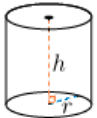
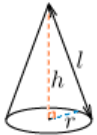
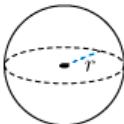
Определение параллельности прямой и плоскости. Признак параллельности прямой и плоскости.	Прямая и плоскость называются параллельными, если они не имеют общих точек. Если прямая, не лежащая в данной плоскости, параллельна какой-нибудь прямой на этой плоскости, то эта прямая параллельна данной плоскости.
Взаимное расположение плоскостей. Признак параллельности плоскостей.	Если две пересекающиеся прямые одной плоскости соответственно параллельны двум пересекающимся прямым другой плоскости, то эти плоскости параллельны.
Свойство прямых пересечения параллельных плоскостей третьей плоскостью.	Если две параллельные плоскости пересекаются третьей, то линии их пересечения параллельны.
Свойство отрезков параллельных прямых, заключенных между параллельными плоскостями.	Отрезки параллельных прямых, заключенных между двумя параллельными плоскостями, равны.
Определение перпендикулярных прямых в пространстве. Свойство пересекающихся прямых, параллельных перпендикулярным прямым.	Две прямые называются перпендикулярными, если угол между ними равен 90°. Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к третьей прямой, то и другая прямая перпендикулярна к этой прямой.
Определение перпендикулярности прямой и плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.	Прямая называется перпендикулярной к плоскости, если она перпендикулярна к любой прямой, лежащей в этой плоскости.

Свойство плоскости, перпендикулярной одной из двух параллельных прямых.	Если одна из двух параллельных прямых перпендикулярна к плоскости, то и другая прямая перпендикулярна к этой плоскости.
Свойство прямых, перпендикулярных одной и той же плоскости.	Если две прямые перпендикулярны к плоскости, то они параллельны.
Перпендикуляр и наклонная.	Наклонной, проведённой из данной точки к данной плоскости, называется любой отрезок, соединяющий данную точку с точкой плоскости, не являющийся перпендикуляром к плоскости. Перпендикуляром, проведённым из данной точки к данной плоскости, называется отрезок, соединяющий данную точку с точкой плоскости, и лежащий на прямой, перпендикулярной плоскости.
Теорема о трёх перпендикулярах.	Если прямая, проведённая на плоскости через основание наклонной, перпендикулярна её проекции, то она перпендикулярна и самой наклонной. Если прямая на плоскости перпендикулярна наклонной, то она перпендикулярна и проекции наклонной.
Определение перпендикулярных плоскостей.	Две плоскости называются взаимно перпендикулярными, если они образуют прямые двугранные углы.
Признак перпендикулярности плоскостей.	Если плоскость проходит через перпендикуляр к другой плоскости, то она перпендикулярна к этой плоскости.
Двугранный угол, линейный угол двугранного угла	Угол между двумя перпендикулярами к ребру двугранного угла, проведёнными в его гранях из одной точки ребра, называется линейным углом двугранного угла.

Декартовы координаты в пространстве.	Прямые x, y, z называются координатными осями (или осями координат), точка их пересечения O – началом координат, а плоскости xOy, xOz и yOz – координатными плоскостями. Точка O разбивает каждую координатную ось на две полупрямые, которые называются положительной и отрицательной полуосями. Координатой точки A по оси x будем называть число, равное по абсолютной величине длине отрезка OA_x; положительное, если точка A лежит на положительной полуоси x, и отрицательное, если она лежит на отрицательной полуоси. Аналогично можно определить координаты y и z точки A. Координаты точки A записываются в скобках рядом с названием этой точки: $A(x; y; z)$. Декартовы координаты в пространстве 
Векторы в пространстве.	Вектор - это направленный отрезок. Два ненулевых вектора называются коллинеарными, если они лежат на одной прямой или на параллельных прямых. Если ненулевые векторы AB и CD коллинеарны и лучи AB и CD сонаправлены, то и векторы называются сонаправленными. Если лучи противоположны, то векторы называются противоположно направленными. Векторы называются равными, если они сонаправлены и равны по длине.
Действие над векторами в пространстве.	Суммой векторов $\vec{a}(a_1; a_2)$ и $\vec{b}(b_1; b_2)$ называется вектор $\vec{c}(a_1 + b_1; a_2 + b_2)$, т.е. $\vec{a}(a_1; a_2) + \vec{b}(b_1; b_2) = \vec{c}(a_1 + b_1; a_2 + b_2)$. Для любых векторов $\vec{a}(a_1; a_2)$ и $\vec{b}(b_1; b_2)$ справедливы равенства: переместительный закон: $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$; сочетательный закон: $\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c}$; - из переместительного и сочетательного законов следует, что, складывая любое число векторов, можно как угодно переставлять и группировать слагаемые. Каковы бы ни были три точки A, B и C, имеет место векторное равенство $\vec{AB} + \vec{BC} = \vec{AC}$ Правило треугольника: Свойство дает следующий способ построения суммы произвольных векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Надо от конца вектора $\vec{a}$ отложить вектор равный вектору $\vec{b}$. Тогда вектор, начало которого совпадает с началом вектора $\vec{a}$, а конец - с концом вектора $\vec{b}$, будет суммой векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$. Правило параллелограмма: для векторов с общим началом их сумма изображается диагональю параллелограмма, построенного на этих векторах.

	Произведением вектора $\vec{a}(a_1; a_2)$ на число λ называется вектор $\vec{b}(b_1; b_2)$, такой что $b_1 = \lambda a_1$ и $b_2 = \lambda a_2$. т.е. $\lambda \vec{a}(a_1; a_2) = \vec{b}(\lambda a_1; \lambda a_2)$.
Многогранник. Призма. Прямая, правильная призма.	Многогранник - геометрическое тело, ограниченное со всех сторон плоскими многоугольниками гранями. Призма - это многогранник, две грани которого являются равными многоугольниками, находящимися в параллельных плоскостях, а остальные грани параллелограммами. Призма с боковыми ребрами, перпендикулярными её основаниям как на предыдущих рисунках называется прямой призмой. Прямая призма называется правильной, если её основания правильные многоугольники.
Параллелепипед. Прямоугольный параллелепипед, куб. Его свойства.	Параллелепипед это четырехугольная призма (многогранник с 6 гранями), все грани которой - параллелограммы. Прямой параллелепипед - это параллелепипед, у которого 4 боковые грани - прямоугольники. Прямоугольный параллелепипед - параллелепипед, у которого все грани – прямоугольники. Куб - параллелепипед, у которого все грани квадраты. Свойства параллелепипеда Противолежащие грани параллелепипеда параллельны и равны. Диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся ею пополам. Любой отрезок с концами, принадлежащими поверхности параллелепипеда и проходящий через точку пересечения диагоналей (центр параллелепипеда), делится ею пополам. Все диагонали прямоугольного параллелепипеда равны между собой и равны сумме квадратов его измерений. $d^2 = a^2 + b^2 + c^2$.
Боковая и полная поверхность пирамиды.	Площадью полной поверхности пирамиды называется сумма площадей всех граней, а площадью боковой поверхности пирамиды сумма площадей её боковых граней. $S_{бок} = \frac{1}{2} P_{осн} \cdot SH$ $S_{полн} = \frac{1}{2} P_{осн} \cdot SH + S_{осн}$

Боковая и полная поверхность призмы.	Площадью боковой поверхности призмы называется сумма площадей всех боковых граней призмы. $S_{\text{бок}} = P_{\text{осн}} \cdot H$ $S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + 2 \cdot S_{\text{осн}}$
Объем призмы.	Формула для прямой призмы: $V = S_{\text{осн}} \cdot H$
Пирамида. Усеченная пирамида. Правильная пирамида.	Пирамидой называется многогранник, который состоит из плоского многоугольника основания пирамиды, точки, не лежащей в плоскости основания, вершины пирамиды и всех отрезков, соединяющих вершину пирамиды с точками основания), Пирамиды бывают треугольные, четырёхугольные и т. д., в зависимости от того, что является основанием треугольник, четырёхугольник и т. д) Пирамида называется n-угольной, если её основанием является n-угольник!!! Она имеет n боковых граней. Пирамида называется правильной, если её основанием является правильный многоугольник, а основание высоты проходит через центр этого многоугольника, В правильной пирамиде боковые ребра равны между собой. Все боковые грани правильной пирамиды равнобедренные треугольники. Высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из её вершины, называется апофемой. Пересечём пирамиду плоскостью, параллельной основанию, получим две части: пирамиду, подобную данной и усечённую пирамиду. Многоугольник, полученный от пересечения пирамиды и секущей плоскости, называется верхним основанием, а основание исходной пирамиды есть основание получившейся усеченной пирамиды. Расстояние между секущей плоскостью и нижним основанием, называется высотой усеченной пирамиды.
Объем пирамиды, усеченной пирамиды.	Объем пирамиды: $V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} \cdot H$ Объем усеченной пирамиды: $V = \frac{1}{3} H \cdot (S_1 + \sqrt{S_1 S_2} + S_2)$, где S_1 и S_2 – площади оснований.
Цилиндр и его элементы. Сечения цилиндра.	Цилиндр - это тело вращения, которое получается при вращении прямоугольника вокруг его стороны. Полученная цилиндрическая поверхность называется боковой поверхностью цилиндра, а круги основаниями цилиндра. Осевое сечение цилиндра — это сечение цилиндра плоскостью, которая проходит через ось цилиндра. Это

	сечение является прямоугольником. При сечении цилиндра плоскостью, параллельной оси цилиндра (т. е. перпендикулярной основанию), также получается прямоугольник.
Конус и его элементы. Сечения конуса.	Конус тело вращения, которое получается в результате вращения прямоугольного треугольника вокруг его катета. Если провести сечение конуса плоскостью, перпендикулярной оси конуса, то эта плоскость разбивает конус на две части, одна из которых конус, а другую часть называют усечённым конусом.
Шар. Сфера. Сечение шара плоскостью.	Шар - это тело, ограниченное сферической поверхностью. Сферическая поверхность - это геометрическое место точек (т. е. множество всех точек) в пространстве, равноудалённых от одной данной точки, которая называется центром сферической поверхности. Круговое сечение шара делит его на два шаровых сегмента, а сферу на две сегментные поверхности.
Объем цилиндра. Объем конуса. Объем шара.	 $V = \pi r^2 h$ r - радиус основания h - высота Цилиндр  $V = \frac{1}{3} \pi r^2 h$ Конус  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$ Шар

Типовой контрольный тест № 2

Вариант №1

Вопрос	Ответ
Найдите производную функции $y=4x^3$	A ($12x^2$)

Найдите производную функции $y=6x-11$	В (6)
Найдите производную функции $y = \frac{x-1}{x}$	$\Gamma\left(\frac{1}{x^2}\right)$
Найдите производную функции $y = x \sin x$	Б ($\sin x + x \cos x$)
Найдите производную функции $y = x^2 + \sin x$ В точке $x_0 = \pi$	В ($2\pi - 1$)
Вычислите значение производной функции $y = \frac{x^4}{2} - \frac{3x^2}{2} + 2x$, в точке $x_0 = 2$.	Б (12)
Найдите производную функции $y = \sin(3x+2)$	В ($3\cos(3x+2)$)
Вычислите значение производной функции $y = 3x^2 - 12\sqrt{x}$, в точке $x_0 = 4$.	А (21)
Вычислите значение производной функции $y = \frac{1}{2} \operatorname{tg}(4x - \pi) + \frac{\pi}{4}$, в точке $x_0 = \frac{\pi}{4}$.	В (4)
Найдите производную функции $y = x^2 \cos x$	$\Gamma(2x \cos x - x^2 \sin x)$
Вычислите значение производной функции $y = 14\sqrt{2x-3}$, в точке $x_0 = 26$.	2

Найдите значение x , при которых производная функции $y = \frac{x-2}{x^2}$ равна 0	4
--	---

Вариант №2

Вопрос	Ответ
Найдите производную функции $y = \frac{1}{3}x^6$	Б ($2x^5$)
Найдите производную функции $y = 12 - 5x$	В (-5)
Найдите производную функции $y = \frac{x+3}{x}$	В ($-\frac{3}{x^2}$)
Найдите производную функции $y = x \cos x$	А ($\cos x - x \sin x$)
Найдите производную функции $y = x^2 + \cos x$ В точке $x_0 = \frac{\pi}{2}$	Г ($\pi - 1$)
Вычислите значение производной функции $y = \frac{x^3}{3} - \frac{5x^2}{2} + 3x$, в точке $x_0 = 2$.	-3
Найдите производную функции $y = \cos(5x - 2)$	Б ($-5\sin(5x - 2)$)

Вычислите значение производной функции $y = \frac{3}{x} - \sqrt{x}$, в точке $x_0 = \frac{1}{4}$.	Б (-49)
Вычислите значение производной функции $y = 1 + \operatorname{ctg}(2x + \pi)$, в точке $x_0 = -\frac{\pi}{4}$.	В (-2)
Найдите производную функции $y = x^2 \sin x$	В
Вычислите значение производной функции $y = 30\sqrt{4 - 3x}$, в точке $x_0 = -7$.	-9
Найдите значение x , при которых производная функции $y = \frac{x + 2}{x^2}$ равна 0	-4