Документ подписан простой электронной подписью
Информация о владельце:
ФИО: Поверинов Игорь Егорович
Должность: Проректор по учебной работе
Дата подписания: 19.11.2022 13:50:41
Уникальный программный ключ:
6d465b936eef331cede482bded6d12ab98216652f016465d53b72a2eab0de1b2

Р.А. Вайнштейн
Е.А. Понамарев

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Учебное пособие

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Чувашский государственный университет имени И.Н. Ульянова»

Р.А. Вайнштейн
Е.А. Понамарев

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Учебное пособие

Томск – Чебоксары
2021

УДК 621.311
ББК 31.27
В17

Рецензенты:
И.В. Воронов – канд. техн. наук, начальник службы сопровождения рынка филиала АО «Системный оператор Единой энергетической системы», ОДУ Сибири;
В.Е. Глазырин – канд. техн. наук, доцент кафедры электрических станций Новосибирского государственного технического университета (НГТУ)

Вайнштейн Р.А.
В17 Элементы теории автоматического управления: учеб. пособие / Р.А. Вайнштейн, Е.А. Понамарев. Томск, Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2021. 84 с.

ISBN 978-5-7677-3301-9

Приведены краткие сведения по теоретическим основам линейных систем автоматического регулирования.

Для студентов, обучающихся по электроэнергетическим специальностям, в сферу профессиональной деятельности которых не входят непосредственно задачи разработки систем автоматического регулирования. Пособие может быть также полезным для специалистов, желающих ознакомиться с основами теории автоматического регулирования или закрепить свои знания в этой области.

Ответственный редактор канд. техн. наук,
доцент Е.А. Понамарев

Утверждено Учебно-методическим советом университета

ISBN 978-5-7677-3301-9

УДК 621.311
ББК 31.27
© Издательство Чувашского университета, 2021
© Вайнштейн Р.А., Понамарев Е.А., 2021

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящее учебное пособие содержит необходимые минимальные сведения по теории автоматического регулирования для студентов, обучающихся по электроэнергетическим специальностям. Существует множество монографий и учебных пособий, рассматриваемых вопросы автоматического регулирования. Безусловно, не исключается и более глубокое изучение теории автоматического регулирования с использованием этих источников, особенно в случаях, связанных со спецификой конкретного вида профессиональной деятельности выпускников учебного заведения.

При определении содержания и объема рассматриваемых в пособии вопросов авторы ориентировались на понятие остаточных знаний после окончания учебного заведения. В данном случае нам представляется, что в условиях, когда параллельно изучается большое количество дисциплин, владение вопросами теории автоматического регулирования в объеме данного пособия после окончания учебного заведения можно было бы признать вполне достаточным.

В предлагаемом учебном пособии авторы ограничились рассмотрением лишь теории линейных систем. Базовые положения, на которых основана теория автоматического регулирования, являются в целом давно устоявшимися и их изложение в разных источниках практически мало различается. Традиционно в этих источниках большое внимание уделяется анализу систем автоматического регулирования на базе критериев устойчивости (алгебраических и частотных), а также приближенным методам для расчета, например, переходных процессов. Роль таких методов при проектировании и анализе систем автоматического управления в настоящее время в определенной степени утрачивает свое значение, так как многие задачи анализа систем автоматического регулирования могут решаться на базе современных программных комплексов (MathCad, MATLAB и др.). Критерии устойчивости в данном учебном пособии используются лишь как методический прием для иллюстрации влияния параметров и структуры системы регулирования на её свойства.

Авторы надеются, что приведенные в учебном пособии краткие сведения могут обеспечить определенную базу для более глубокого изучения специальной литературы по вопросам автоматического управления.

Кроме использования студентами электроэнергетических специальностей, это учебное пособие может быть полезно слушателям курсов повышения квалификации, проявившим интерес к излагаемым в нем вопросам, для самостоятельного изучения.

В заключение считаем необходимым отметить, что учебное пособие практически полностью разработано на основе использования известных учебных пособий и монографий (в списке литературы для примера приведены лишь некоторые из них). Поэтому авторы не приводят адресные ссылки при изложении теоретических вопросов. Такие ссылки есть только при рассмотрении конкретных примеров выполнения и анализа систем автоматического регулирования.

ВВЕДЕНИЕ

Задачи управления независимо от конкретного предметного приложения решаются на основе общих принципов, основным из которых является принцип обратной связи. В общем виде система управления, построенная на принципе обратной связи, может быть представлена в виде схемы, приведенной на рис. В1.

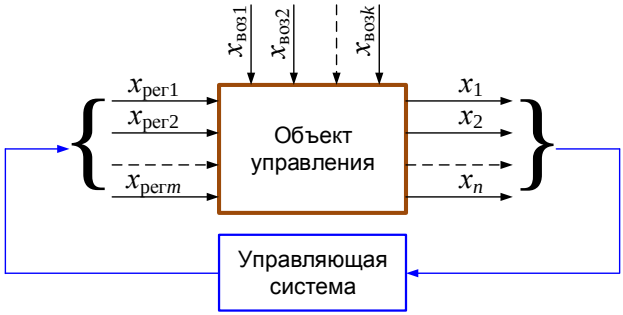


Рис. В1. Система управления на принципе обратной связи (по отклонению от заданного состояния)

Состояние объекта управления, характеризующееся набором параметров x_1, x_2, …, x_n, оценивается управляющей системой и в случае отличия фактического состояния объекта от некоторого заданного, вырабатываются управляющие воздействия $x_{рег1}$, $x_{рег2}$, … $x_{регm}$, которые возвращают состояние объекта к заданному с требуемой точностью. Отклонение состояния объекта от заданного вызывается возмущающими воздействиями $x_{воз1}$, $x_{воз2}$, …, $x_{возk}$.

Управляющая система может представлять из себя некоторое техническое устройство, функционирующее по заданному алгоритму. В этом случае система управления является автоматической, т.е. действует без участия человека.

Частным случаем системы автоматического управления являются системы автоматического регулирования, с помощью которых решается задача поддержания на определенном уровне или обеспечения изменения по заданному закону одного какого-либо параметра, характеризующего состояние объекта.

Управление по принципу обратной связи называют также управлением по отклонению (от заданного состояния). Этим подчеркивается, что процесс выработки управляющих воздействий начинается только после появления отклонения состояния объекта от заданного.

После возникновения возмущающих или управляющих воздействий состояние объекта изменяется не мгновенно, а практически всегда спустя некоторое время, которое определяется характером переходного процесса в объекте. Также с задержкой вырабатываются управляющие воздействия. Если время запаздывания в выработке управляющих воздействий превышает время изменения состояния объекта в результате действия возмущения, то в ряде случаев задачу управления решить невозможно. В таких случаях используется принцип управления по возмущению, который заключается в том, что в системе еще до окончания переходного процесса и полного формирования оценки отклонения состояния объекта от заданного вырабатываются управляющие воздействия по факту появления возмущающих воздействий. Принцип управления по возмущению применим, если между некоторыми ожидаемыми возмущающими воздействиями и состоянием объекта имеет место достаточно определенная связь. Управление по возмущению может использоваться самостоятельно, но в большинстве случаев используется совместно с управлением по отклонению. Систему, в которой одновременно используются эти два принципа управления, называют комбинированной (рис. В2).

Известно и очевидно соотношение общих свойств систем по отклонению и возмущению. Управление по отклонению менее чувствительно к возможному изменению параметров объекта, так как при соответствующем выборе вида и интенсивности управляющих воздействий такое управление в любом случае должно приводить состояние объекта к заданному.

При использовании управления по возмущению приходится считаться с тем, что реакция объекта на возмущающие воздействия и на выбранные для этого вида управления управляющие воздействия может зависеть от параметров объекта, которые в свою очередь могут изменяться случайным образом. Снижение влияния случайных изменений параметров объекта, в том числе

при использовании управления по возмущению, может быть достигнуто автоматическим изменением алгоритма формирования управляющих воздействий при изменении параметров объекта. В общей теории автоматического управления такие системы называются адаптивными. Схема системы управления с адаптацией приведена на рис. В3. На этой схеме x_{a1}, x_{a2}, …, x_{ai} – параметры объекта регулирования.

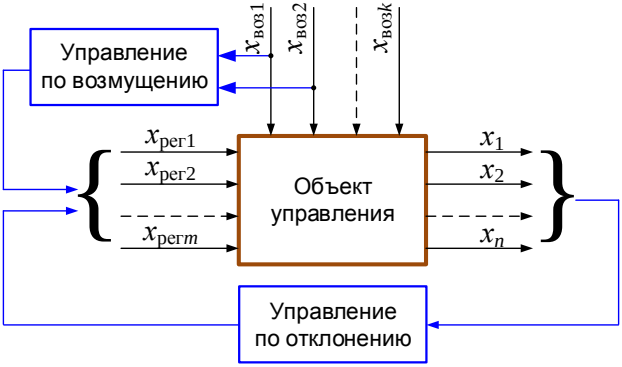


Рис. В2. Комбинированная система управления
(по отклонению и возмущению)

Применение управления по возмущению или адаптации, дополнительно к управлению по отклонению в зависимости от конкретных условий и требований, может обеспечить повышение точности и быстродействия при реализации управления. Однако в любом случае основные принципиальные закономерности функционирования систем управления определяются наличием управления по отклонению от заданного состояния. Поэтому в материалах учебного пособия рассматриваются теоретические основы только систем управления (регулирования), выполненных на принципе обратной связи.

Приведенное изложение общих принципов построения систем управления позволяет сделать вывод, что главным при изучении систем управления или при создании новых систем является изучение свойств объекта управления в той формализации, которая приведена в схемах на рис. В1, В2 и В3. Имеется ввиду, что необходимо с позиции конкретной задачи управления выявить параметры, характеризующие состояние объекта, воз-

мущающие воздействия и параметры, с помощью которых можно целенаправленно изменять состояние объекта (управляющие воздействия).

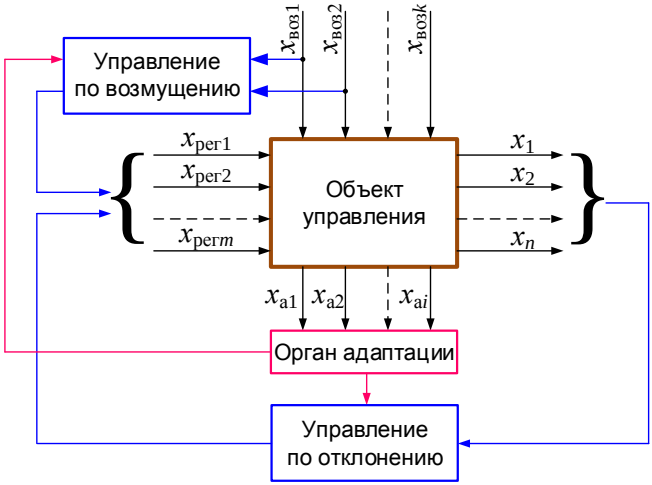


Рис. В3. Комбинированная система управления с адаптацией к изменяющимся параметрам объекта

Студенты-электроэнергетики знания о свойствах и характеристиках объектов управления фактически получают при изучении таких дисциплин, как «Электрические системы и сети», «Переходные процессы в электроэнергетических системах», «Электрические машины» и др. Конкретные системы автоматического регулирования, применяемые в электроэнергетике, рассматриваются в дисциплинах, в которых изложены вопросы автоматического управления энергосистемами в нормальных и аварийных условиях. В данном пособии в качестве примера рассмотрены выполнение и анализ регуляторов частоты вращения паровых и гидравлических турбин.

1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

1.1. Основные допущения, принимаемые при изложении основ теории автоматического регулирования

Краткие сведения о теории автоматического управления рассматриваются на примере системы, в которой состояние объекта определяется одним параметром. Такую систему принято называть системой автоматического регулирования. Однако и такой частный случай вполне позволяет выявить основные общие закономерности систем управления, основанных на принципе обратной связи. Кроме того, конкретные свойства и способы выполнения систем автоматического регулирования непосредственно используются при изучении автоматических регуляторов для поддержания на заданном уровне каких-либо режимных параметров в электроэнергетической системе (напряжения, частоты, перетоков мощности и др.).

Степень совершенства решения задачи автоматического регулирования по отношению к исходным требованиям к ней определяется характеристиками объекта регулирования и характеристиками управляющего устройства (регулятора).

Поскольку характеристики объекта являются заданными, то необходимые требования к системе регулирования должны обеспечиваться соответствующим выбором характеристик регулятора.

Основные положения теории автоматического управления рассматриваются в предположении, что все элементы системы управления являются линейными или их характеристики линеаризованы для малых отклонений действующих в системе величин.

1.2. Понятие звена системы автоматического регулирования и математическое описание свойств линейных звеньев

Для анализа свойств систем автоматического регулирования используется их представление в виде структурной схемы, в которой отдельные элементы системы изображаются в виде звеньев, соединенных между собой в соответствии с соединением этих элементов в рассматриваемой системе регулирования.

Отдельное звено характеризуется определенной математической связью между входной ($x_{вх}$) и выходной ($x_{вых}$) величинами (рис. 1.1).

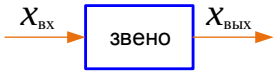


Рис. 1.1. Звено системы автоматического регулирования

Звеньям системы предписывается свойство направленности действия, т.е. способность односторонней передачи сигнала с входа на выход.

Известно несколько видов математического описания свойств звеньев. Каждый из них дает исчерпывающую информацию о свойствах звена. Необходимость рассмотрения нескольких видов математического описания обусловлена тем, что при анализе или разработке систем управления технические элементы, замещаемые звеньями, могут быть заданы в виде любого из возможных способов описания их свойств. Все виды описания свойств звеньев строго связаны между собой. Поэтому при любом заданном исходном виде описания можно получить вид, в наибольшей степени соответствующий применяемому методу исследования.

1.3. Дифференциальное уравнение звена

Связь между выходной ($x_{вых}$) и входной ($x_{вх}$) величинами линейного звена (или системы управления в целом) в общем виде может быть представлена линейным дифференциальным уравнением n-го порядка с постоянными коэффициентами

$$a_0 \frac{d^n x_{\text{вых}}}{dt^n} + a_1 \frac{d^{n-1} x_{\text{вых}}}{dt^{n-1}} + \ldots + a_{n-2} \frac{d^2 x_{\text{вых}}}{dt^2} + a_{n-1} \frac{dx_{\text{вых}}}{dt} + a_n x_{\text{вых}} =$$
$$= b_0 \frac{d^m x_{\text{вх}}}{dt^m} + b_1 \frac{d^{m-1} x_{\text{вх}}}{dt^{m-1}} + \ldots + b_{m-2} \frac{d^2 x_{\text{вх}}}{dt^2} + b_{m-1} \frac{dx_{\text{вх}}}{dt} + b_m x_{\text{вх}}. \quad (1.1)$$

В уравнениях, соответствующих реальным техническим системам, как правило, $m \le n$.

Линейные дифференциальные уравнения имеют точное решение, которое состоит из двух составляющих

$$x_{\text{вых}} = x_{\text{вых.пер}} + x_{\text{вых}\,\infty}.$$

Переходная составляющая ($x_{\text{вых.пер}}$) есть решение однородного дифференциального уравнения, которое получается из (1.1) приравниванием его правой части к нулю.

Решение однородного линейного уравнения при отсутствии кратных корней отыскивается в виде

$$x_{\text{вых.пер}} = C_1 e^{\text{p}_1 t} + C_2 e^{\text{p}_2 t} + \ldots + C_n e^{\text{p}_n t}, \quad (1.2)$$

где p_1, p_2, …, p_n – корни характеристического уравнения, которое имеет вид

$$a_0 \text{p}^n + a_1 \text{p}^{n-1} + \ldots + a_{n-2} \text{p}^2 + a_{n-1} \text{p} + a_n = 0. \quad (1.3)$$

Коэффициенты C_1, C_2, …, C_n определяются по начальным условиям, а именно, по известным значениям параметра $x_{\text{вых}}$ и его производных в момент времени, с которого начинается переходный процесс.

Принужденная составляющая ($x_{\text{вых}\,\infty}$) есть частное решение неоднородного уравнения (1.1) (правая часть не равна нулю). Принужденная составляющая решения уравнения (1.1) есть значение выходной величины в установившемся режиме после окончания переходного процесса.

Если $x_{\text{вх}}$ не является функцией времени (например, периодической), то принужденную составляющую можно найти, приравняв все производные в (1.1) к нулю, что дает

$$a_n x_{\text{вых}\,\infty} = b_m x_{\text{вх}\,\infty};$$

$$x_{\text{вых}\,\infty} = \frac{b_m}{a_n} x_{\text{вх}\,\infty}.$$

Практически могут встречаться случаи, когда входная величина представляет собой периодическую функцию в виде суммы синусоидальных составляющих различных частот

$$x_{\text{вх}} = \sum_{1}^{k} A_{\text{вх}\,k} \sin\left(\omega_k t + \varphi_{\text{вх}\,k}\right).$$

В этом случае для линейного звена принужденное решение отыскивается в виде суммы синусоидальных составляющих с частотами ω_k

$$x_{\text{вых}} = \sum_{1}^{k} A_{\text{вых}\,k} \sin\left(\omega_k t + \varphi_{\text{вых}\,k}\right).$$

При подстановке этого выражения для $x_{\text{вых}}$ в (1.1) может быть получена система с числом уравнений, равным числу неизвестных амплитуд и фазовых углов $A_{\text{вых}\,k}$ и $\varphi_{\text{вых}\,k}$.

1.4. Передаточная функция звена

Передаточная функция основана на применении операторного метода, в частности преобразования Лапласа. Формула прямого преобразования Лапласа для некоторой функции времени $x(t)$ имеет следующий вид:

$$x(p) = \int_{0}^{\infty} e^{-pt} x(t)dt\ ,$$

где p – аргумент функции, представленной в операторной форме (комплексное число).

Передаточная функция – это отношение операторного изображения выходной величины звена $x_{\text{вых}}(p)$ к операторному изображению входной величины $x_{\text{вх}}(p)$ при нулевых начальных условиях

$$\mathrm{W}(p) = \frac{x_{\text{вых}}(p)}{x_{\text{вх}}(p)}\ .$$

Передаточная функция может быть получена непосредственно из дифференциального уравнения, если к нему применить преобразование Лапласа, а именно учесть, что производной

любого k-го порядка в операторной форме соответствует умножение на p^k.

$$a_0 p^n x_{\text{вых}}(p) + a_1 p^{n-1} x_{\text{вых}}(p) + ... + a_{n-1} p x_{\text{вых}}(p) + a_n x_{\text{вых}}(p) = \\ = b_0 p^m x_{\text{вх}}(p) + b_1 p^{m-1} x_{\text{вх}}(p) + ... + b_{m-1} p x_{\text{вх}}(p) + b_m x_{\text{вх}}(p). \quad (1.4)$$

Если вынести за скобки в левой и правой части уравнения (1.4) соответственно $x_{\text{вых}}(p)$ и $x_{\text{вх}}(p)$, нетрудно установить, что

$$\mathrm{W}(p) = \frac{x_{\text{вых}}(p)}{x_{\text{вх}}(p)} = \frac{b_0 p^m + b_1 p^{m-1} + ... + b_{m-1} p + b_m}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + ... + a_{n-1} p + a_n} = \frac{B(p)}{D(p)}. \quad (1.5)$$

Следует обратить внимание, что по структуре знаменатель передаточной функции совпадает с левой частью характеристического уравнения, поэтому его называют характеристическим полиномом. Если известна передаточная функция системы регулирования, то, следовательно, известно и соответствующее этой системе характеристическое уравнение $D(\mathrm{p}) = 0$. Здесь и далее для аргумента функции, представленной в операторной форме, принят символ «*p*» (написание курсивом), а для корней характеристического уравнения принят символ «р» (прямое написание).

1.5. Переходная характеристика звена

Переходная характеристика $h(t)$ – это закон изменения во времени выходной величины при изменении входной величины в виде единичной ступенчатой функции (рис. 1.2, *а*). Единичная ступенчатая функция описывается следующим образом:

$$1(t) = \left| \begin{array}{l} 0 \text{ при } t < 0, \\ 1 \text{ при } t \geq 0. \end{array} \right.$$

На рис. 1.2, *б* приведены возможные виды переходных характеристик.

Связь между передаточной функцией и переходной характеристикой можно найти, применив к функции $1(t)$ преобразование Лапласа

$$1(p) = \int_0^\infty e^{-pt} 1 dt = \frac{1}{p}.$$

Следовательно, изображение переходной характеристики $h(t)$ имеет вид

$$h(p) = \frac{1}{p} \mathrm{W}(p) .$$

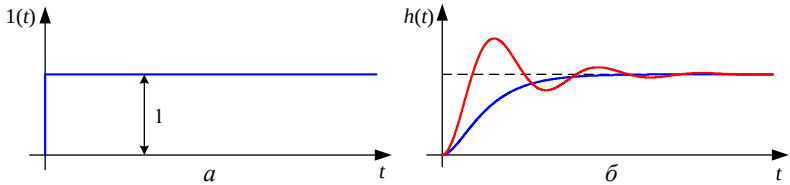


Рис. 1.2. Переходная характеристика звена: *а* – единичная ступенчатая функция; *б* – возможные переходные характеристики

1.6. Импульсная переходная характеристика звена

Импульсная переходная характеристика $w(t)$ – это закон изменения выходной величины при изменении входной величины в виде единичной функции, называемой дельта-функцией $\delta(t)$ (функция Дирака) (рис. 1.3, *а*). Дельта функция описывается следующим образом:

$$\delta(t) = \left| \begin{array}{l} \infty \text{ при } t = 0 \\ 0 \text{ при } t \neq 0 \end{array} \right. \qquad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1 .$$

Дельта-функция не равна нулю только при $t = 0$. Условие $\delta(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \delta(t) dt = 1$ означает, что импульс $\delta(t)$ несет в себе определенную энергию, хотя его длительность бесконечно мала.

Связь между дельта-функцией и единичной ступенчатой функцией

$$\delta(t) = \frac{d1(t)}{dt} .$$

Для линейных звеньев, очевидно, такая же связь будет иметь место между импульсной переходной характеристикой и переходной характеристикой

$$w(t) = \frac{dh(t)}{dt}. \qquad (1.6)$$

Возможный вид импульсных переходных характеристик показан на рис. 1.3, *б*.

Изображение по Лапласу импульсной переходной характеристики $w(t)$ в соответствии с (1.6) имеет вид

$$w(p) = ph(p) = \mathrm{W}(p).$$

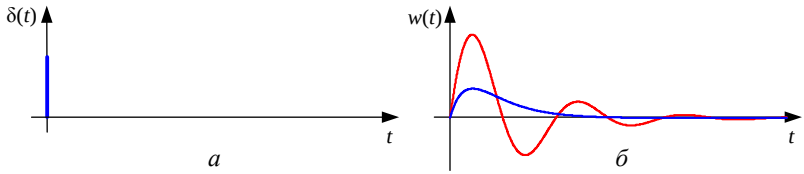


Рис. 1.3. Импульсная переходная характеристика звена:
а – единичная функция (дельта-функция); *б* – возможные импульсные переходные характеристики

1.7. Амплитудно-фазовая частотная характеристика

Амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ) – это отношение комплексного изображения выходной величины к комплексному изображению входной, когда входная величина изменяется по гармоническому закону

$$x_{\text{вх}} = A_{\text{вх}} \sin \omega t. \qquad (1.7)$$

При изменении входной величины $x_{\text{вх}}$ по (1.7) выходная величина линейного звена в установившемся режиме будет изменяться также по гармоническому закону с той же частотой, что и входная величина, но с другой амплитудой и фазой

$$x_{\text{вых}} = A_{\text{вых}} \sin(\omega t + \varphi). \qquad (1.8)$$

Комплексное изображение для величин по (1.7) и (1.8)

$$\underline{x_{\text{вх}}} = A_{\text{вх}} e^{j\omega t}; \quad \underline{x_{\text{вых}}} = A_{\text{вых}} e^{j(\omega t + \varphi)}.$$

Следовательно, по определению АФЧХ

$$\mathrm{W}(j\omega) = \frac{\underline{x_{\text{вых}}}}{\underline{x_{\text{вх}}}} = \frac{A_{\text{вых}}}{A_{\text{вх}}} \mathrm{e}^{j\varphi} = A(\omega) \mathrm{e}^{j\varphi(\omega)}. \qquad (1.9)$$

В (1.9) функции $A(\omega)$ и $\varphi(\omega)$ являются соответственно амплитудно-частотной и фазо-частотной характеристиками звена.

Выражение для АФЧХ (1.9), являющейся комплексной величиной, можно представить в алгебраической форме

$$W(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega). \qquad (1.10)$$

В (1.10) $U(\omega)$ и $V(\omega)$ соответственно – вещественная и мнимая частотные характеристики. АФЧХ однозначно связана с передаточной функцией. Если учесть, что выражения для производной k-го порядка от $\underline{x_{вх}}$ и $\underline{x_{вых}}$ в комплексной форме равны

$$\begin{aligned} \frac{d^k \underline{x_{вх}}}{dt^k} &= (j\omega)^k A_{вх} e^{j\omega t} = (j\omega)^k \underline{x_{вх}}; \\ \frac{d^k x_{вых}}{dt^k} &= (j\omega)^k A_{вых} e^{j(\omega t+\varphi)} = (j\omega)^k \underline{x_{вых}}, \end{aligned} \qquad (1.11)$$

то при подстановке (1.11) в дифференциальное уравнение (1.1) и выполнении таких же операций, как при выводе выражения передаточной функции, получим

$$W(j\omega) = \frac{b_0(j\omega)^m + b_1(j\omega)^{m-1} + \ldots + b_{m-1}(j\omega) + b_m}{a_0(j\omega)^n + a_1(j\omega)^{n-1} + \ldots + a_{n-1}(j\omega) + a_n} = \frac{B(j\omega)}{D(j\omega)}. \qquad (1.12)$$

Как видно из сопоставления (1.5) и(1.12), выражение для АФЧХ может быть получено при подстановке в выражение для передаточной функции $p = j\omega$.

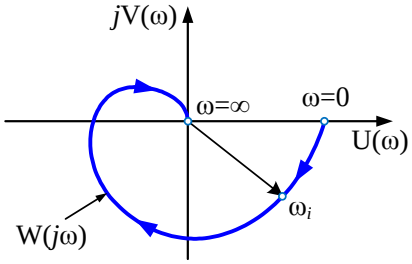


Рис. 1.4. Годограф вектора АФЧХ

Для решения ряда практических задач при анализе свойств систем автоматического регулирования используется годограф АФЧХ. Он строится на комплексной плоскости с координатами $U(\omega)$; $jV(\omega)$ и представляет собой геометрическое место конца вектора $W(j\omega)$ при изменении частоты от 0 до ∞. Возможный вид годографа показан на рис. 1.4.

1.8. Связь между входной и выходной величинами звена в установившемся режиме

Связь между входной и выходной величинами звена в установившемся режиме в случае, если входная величина не является функцией времени (неизменна во времени), может быть получена из передаточной функции (1.5) при $p = 0$ (все производные равны нулю). Таким образом,

$$\mathrm{W}(0) = \frac{x_{\text{вых}\,\infty}}{x_{\text{вх}\,\infty}} = \frac{b_m}{a_n} = K\ .$$

Коэффициент $K = \dfrac{b_m}{a_n}$ называют коэффициентом усиления звена. Если входная величина является гармонической функцией как (1.7), то связью между входной и выходной величинами в установившемся режиме является непосредственно АФЧХ.

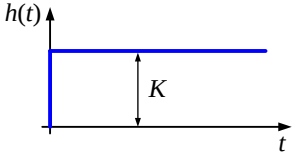
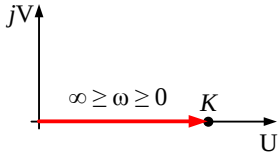
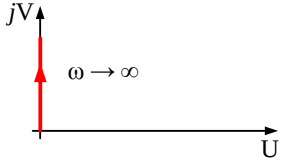
1.9. Типовые звенья систем автоматического регулирования

Наиболее часто встречающиеся простые звенья принято называть типовыми. Введение понятия типового звена важно также и потому, что практически любые сложные звенья могут быть представлены как определенная комбинация из простых звеньев. Некоторые типовые линейные звенья систем автоматического регулирования и их характеристики представлены в табл. 1.1.

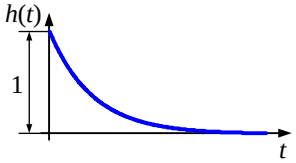
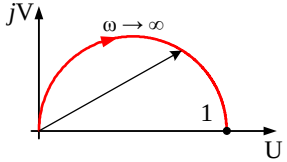
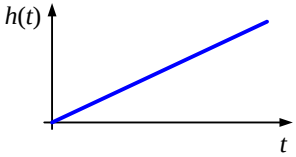
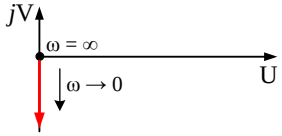
Дифференциальное уравнение и передаточная функция каждого типового звена определяются как частный случай выражений (1.1) и (1.5) при определенных значениях *n, m* и коэффициентов левой и правой частей уравнения (1.5). Также принимаются определенные обозначения для коэффициентов, которые являются комбинацией из исходных, для получения выражения характеристик типовых звеньев в виде, принятом во многих монографиях и учебных пособиях по теории автоматического управления.

Таблица 1.1

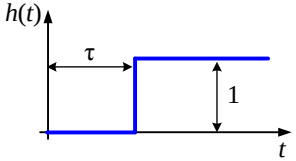
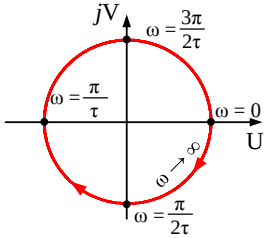
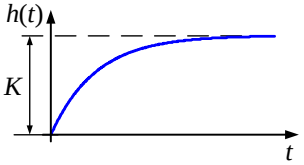
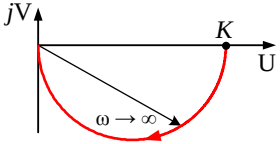
Типовые звенья систем автоматического регулирования

Дифференциальное уравнение	Передаточная функция	Переходная характеристика	Годограф АФЧХ
1. Пропорциональное (безынерционное) звено			
$n=1,\ m=1,\ a_0=0,\ b_0=0$ $a_1 x_{вых} = b_1 x_{вх}$ $x_{вых} = K x_{вх};\ K = \frac{b_1}{a_1}$	$W(p) = K$		
2. Идеальное дифференцирующее звено			
$n=1,\ m=1,\ a_0=0,\ b_1=0$ $a_1 x_{вых} = b_0 \frac{dx_{вх}}{dt}$ $x_{вых} = T_д \frac{dx_{вх}}{dt};\ T_д = \frac{b_0}{a_1}$	$W(p) = T_д p$		

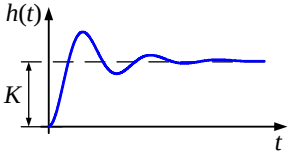
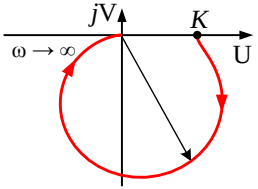
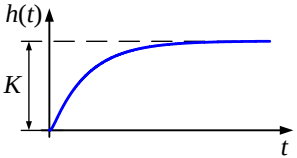
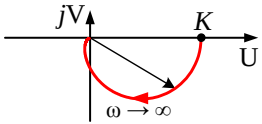
Продолжение табл. 1.1

Дифференциальное уравнение	Передаточная функция	Переходная характеристика	Годограф АФЧХ
3. Реальное дифференцирующее звено			
$n=1,\ m=1,\ b_1=0,\ b_0=a_0$ $a_0\dfrac{dx_{\text{вых}}}{dt}+a_1x_{\text{вых}}=a_0\dfrac{dx_{\text{вх}}}{dt}$ $T_{\text{д}}\dfrac{dx_{\text{вых}}}{dt}+x_{\text{вых}}=T_{\text{д}}\dfrac{dx_{\text{вх}}}{dt};$ $T_{\text{д}}=\dfrac{a_0}{a_1}$	$\mathrm{W}(p)=\dfrac{T_{\text{д}}p}{T_{\text{д}}p+1}$		
4. Интегрирующее звено			
$n=1,\ m=1,\ a_1=0,\ b_0=0$ $a_0\dfrac{dx_{\text{вых}}}{dt}=b_1x_{\text{вх}}$ $T_{\text{и}}\dfrac{dx_{\text{вых}}}{dt}=x_{\text{вх}};\ T_{\text{и}}=\dfrac{a_0}{b_1}$	$\mathrm{W}(p)=\dfrac{1}{T_{\text{и}}p}$		

Продолжение табл. 1.1

Дифференциальное уравнение	Передаточная функция	Переходная характеристика	Годограф АФЧХ
5. Звено постоянного запаздывания			
$x_{\text{вых}} = x_{\text{вх}}\left(t-\tau\right)$ τ - запаздывание	$\mathrm{W}(p) = \mathrm{e}^{-p\tau}$		
6. Инерционное звено первого порядка			
$n=1,\ m=1,\ b_0=0$ $a_0\dfrac{dx_{\text{вых}}}{dt} + a_1 x_{\text{вых}} = b_1 x_{\text{вх}}$ $T\dfrac{dx_{\text{вых}}}{dt} + x_{\text{вых}} = K x_{\text{вх}}$ $T = \dfrac{a_0}{a_1};\ K = \dfrac{b_1}{a_1}$	$\mathrm{W}(p) = \dfrac{K}{Tp+1}$		

Окончание табл. 1.1

Дифференциальное уравнение	Передаточная функция	Переходная характеристика	Годограф АФЧХ
7. Инерционное звено второго порядка			
$n=2,\ m=1,\ b_0=0$ $a_0\frac{d^2x_{вых}}{dt^2}+a_1\frac{dx_{вых}}{dt}+a_2x_{вых}=b_1x_{вх}$ $T^2\frac{d^2x_{вых}}{dt^2}+2\xi T\frac{dx_{вых}}{dt}+x_{вых}=Kx_{вх}$ $T=\sqrt{\frac{a_0}{a_2}};\ \ \xi=\frac{a_1}{2\sqrt{a_2a_0}};\ \ K=\frac{b_1}{a_2}$ Корни характеристического уравнения $p_{1,2}=\frac{1}{T}\left(-\xi\pm\sqrt{\xi^2-1}\right)$	$W(p)=\frac{K}{T^2p^2+2\xi Tp+1}$	Колебательный процесс* 	
		Апериодический процесс** 	

* корни характистического уравнения сопряженные комплексные ($\xi<1$)

** корни характеристического уравнения вещественные отрицательные ($\xi>1$)

В соотношениях, приведенных в табл. 1.1, также принято, что размерности входной и выходной величин либо одинаковы, либо выражены в относительных единицах, поэтому их отношение безразмерно. Коэффициент, для которого принято обозначение «*T*», во всех случаях имеет размерность времени.

Все звенья можно разбить на две группы, принципиально отличающиеся по своим свойствам.

1. Статические звенья – это такие звенья, у которых в установившемся режиме (при $p = 0$) между выходной и входной величинами имеется определенная связь. Из звеньев, приведенных в табл. 1.1, к статическим относятся все звенья кроме интегрирующего.

2. Астатические звенья – это такие звенья, у которых при $p = 0,\ \mathrm{W}(0) \to \infty$. Это означает, что при $x_{\text{вх}} = 1(t)$ теоретически $x_{\text{вых}} \to \infty$. В табл. 1.1 это интегрирующее звено. Если входное воздействие приложено на ограниченное время, то изменение выходной величины сохраняет постоянное значение, равное интегралу от входной величины, за это время. Таким образом, выходная величина зависит не только от значения входной, но и от времени ее действия (рис. 1.5).

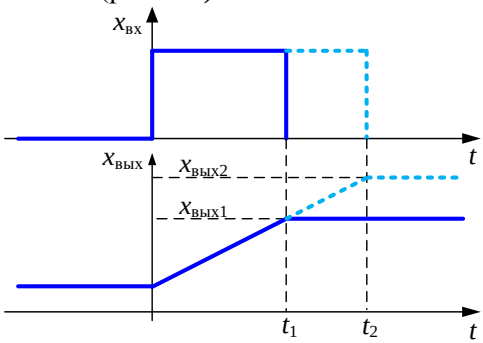


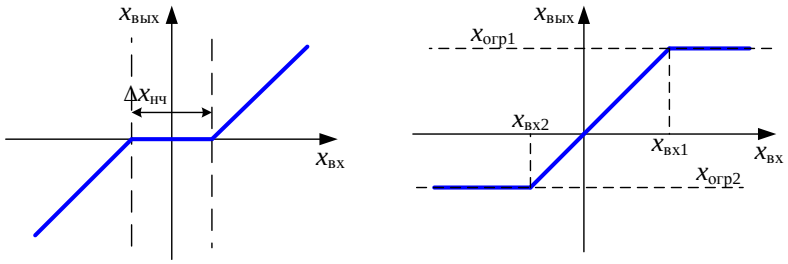
Рис. 1.5. Изменение входной и выходной величины интегрирующего звена

В реальных технических системах практически всегда присутствуют элементы с нелинейными характеристиками. Нелинейность обусловлена техническим несовершенством элементов системы, которые используются для измерения и преобразования сигналов. Возможны также случаи, когда нелинейные эле-

менты вводятся специально для придания системе управления в целом необходимых свойств. Наиболее часто встречаются технические элементы, которые могут быть представлены звеньями с нелинейностью типа «зона нечувствительности» и типа «ограничение». На рис. 1.6, *а* приведена характеристика звена «зона нечувствительности». При выходе значений $x_{вх}$ за пределы зоны нечувствительности $\Delta x_{нч}$ зависимость между входной и выходной величинами соответствует безынерционному звену с коэффициентом усиления равным единице.

Характеристика нелинейного звена «ограничение» приведена на рис. 1.6, *б*.

Значения входных величин $x_{вх1}$ и $x_{вх2}$, при которых наступает ограничение выходной величины, и уровни ограничения $x_{огр1}$ и $x_{огр2}$ могут быть различными при замещении конкретных технических элементов. Зависимости между входной и выходной величинами при $x_{вх2} < x_{вх} < x_{вх1}$ соответствует безынерционному звену с коэффициентом усиления равным единице.



а *б*

Рис. 1.6. Характеристики звеньев с нелинейностью типа:
а – «зона нечувствительности»; *б* – «ограничение»

При необходимости изменения коэффициента наклона характеристики в линейной части, рассмотренные нелинейные звенья дополняются безынерционным звеном с коэффициентом усиления *K*.

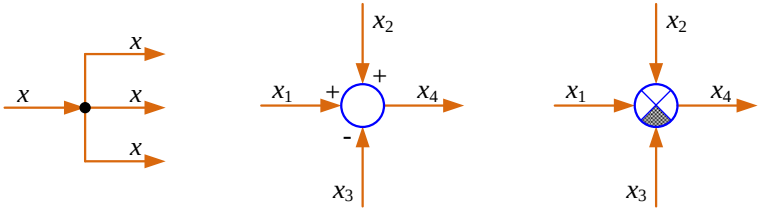
В пособии, как ранее отмечено, рассматриваются теоретические основы только линейных систем автоматического регулирования, что означает, во-первых, что при наличии зоны не-

чувствительности у некоторых звеньев ею пренебрегают и, во-вторых, абсолютное значение сигналов не выходит за пределы линейной части характеристик.

1.10. Правила преобразования структурных схем систем автоматического регулирования

При анализе свойств систем автоматического регулирования или при их разработке используется преобразование структурных схем на основе правил получения эквивалентных передаточных функций, соединенных между собой звеньев и на основе правил переноса воздействий.

При составлении структурных схем систем автоматического регулирования кроме условного изображения звена (см. рис. 1.1) используются следующие символы, смысл которых ясен из приведенных на рис. 1.7 схем.



а *б* *в*

Рис. 1.7. Знак разветвления сигнала (*а*) и знак алгебраического суммирования сигналов (*б*) и (*в*)

На рис. 1.7 *б*, *в*, выходная величина x_4 определяется следующим образом

$$x_4 = x_1 + x_2 - x_3 .$$

Правила преобразования различных структурных схем представлены на рис. 1.8 – 1.10.

1. Последовательное соединение звеньев

Рис. 1.8. Последовательное соединение звеньев

Из определения передаточной функции следует, что для такого соединения эквивалентная передаточная функция будет равна произведению передаточных функций

$$W_{экв}(p) = W_1(p)W_2(p)...W_n(p)\,.$$

2. Параллельное соединение звеньев

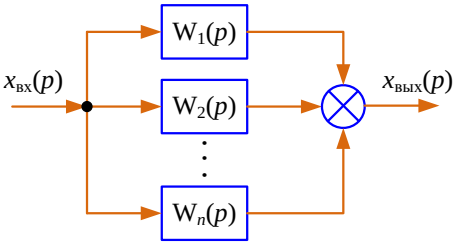


Рис. 1.9. Параллельное соединение звеньев

Параллельным соединением в данном случае называется такое соединение звеньев, когда на вход всех звеньев подается одна и та же величина, а выходная величина формируется как сумма выходных величин всех звеньев.

Очевидно, что эквивалентная передаточная функция для параллельного соединения будет равна сумме передаточных функций

$$W_{экв}(p) = W_1(p) + W_2(p) + ... + W_n(p)\,.$$

3. Соединение с обратной связью

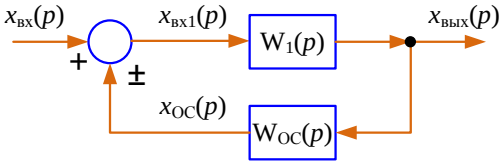


Рис. 1.10. Соединение с обратной связью
(звено, охваченное обратной связью)

В этом виде соединения на вход звена с передаточной функцией $W_1(p)$ подается входная величина и выходная величина звена обратной связи с передаточной функцией $W_{OC}(p)$

$$x_{вх1}(p) = x_{вх}(p) \pm x_{OC}(p), \qquad (1.13)$$

где $x_{OC}(p) = W_{OC}(p) x_{вых}(p)$.

В (1.13) знак «+» соответствует положительной обратной связи, а знак «–» отрицательной.

Для того чтобы найти эквивалентную передаточную функцию звена, охваченного обратной связью, запишем выражение, связывающее $x_{вых}(p)$ и $x_{вх}(p)$

$$x_{вых}(p) = W_1(p)\left[x_{вх}(p) \pm W_{OC}(p) x_{вых}(p)\right]. \qquad (1.14)$$

Из (1.14) выразим искомую передаточную функцию

$$W_{экв}(p) = \frac{x_{вых}(p)}{x_{вх}(p)} = \frac{W_1(p)}{1 \mp W_1(p) W_{OC}(p)}. \qquad (1.15)$$

Важно обратить внимание, что при получении формулы (1.15) знаки, соответствующие положительной и отрицательной обратной связи, поменялись на противоположные. В (1.15) знак «–» соответствует положительной обратной связи, а знак «+» соответствует отрицательной.

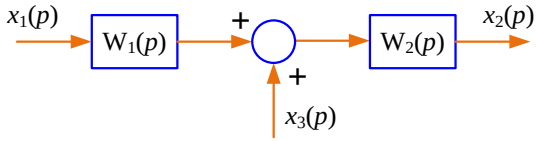
Если обратная связь оказывает влияние на свойства звена как в установившемся, так и в переходном режиме, то ее называют жесткой обратной связью. Если обратная связь оказывает влияние только в переходном режиме, то ее называют гибкой обратной связью. Например, если в качестве звена $W_{OC}(p)$ применить безынерционное звено или инерционное звено первого порядка, то обратная связь будет жесткой, а если применить идеальное или реальное и дифференцирующее звено, то обратная связь будет гибкой.

При преобразовании структурных схем также используется перенос точек суммирования и точек разветвления сигналов. Это позволяет отдельные фрагменты структурной схемы свести к рассмотренным выше трем видам соединения звеньев. Правила переноса, при которых сохраняется эквивалентность структурных схем, достаточно просты и иллюстрируются ниже.

Эквивалентность при переносе точки суммирования заключается в том, что должна сохраняться прежней связь между вы-

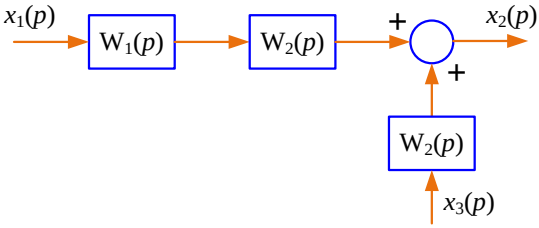
ходной величиной $x_2(p)$ и входными величинами $x_1(p)$ и $x_3(p)$ (рис. 1.11).

Как видно, связь между входными величинами $x_1(p)$ и $x_3(p)$ и выходной величиной $x_2(p)$ в схемах рис. 1.11, *б* и *в* такая же, как и в схеме *а*.



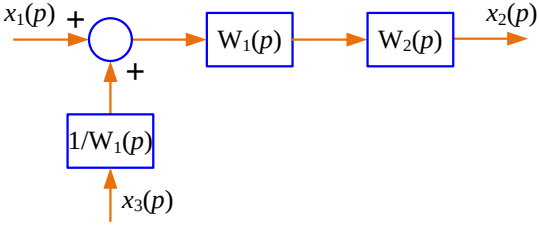
$$x_2(p) = \left[x_1(p)\mathrm{W}_1(p) + x_3(p)\right]\mathrm{W}_2(p)$$

а



$$x_2(p) = x_1(p)\mathrm{W}_1(p)\mathrm{W}_2(p) + x_3(p)\mathrm{W}_2(p) = \left[x_1(p)\mathrm{W}_1(p) + x_3(p)\right]\mathrm{W}_2(p)$$

б

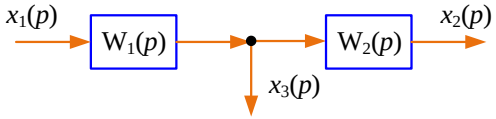


$$x_2(p) = \left[x_1(p) + \frac{x_3(p)}{\mathrm{W}_1(p)}\right]\mathrm{W}_1(p)\mathrm{W}_2(p) = \left[x_1(p)\mathrm{W}_1(p) + x_3(p)\right]\mathrm{W}_2(p)$$

в

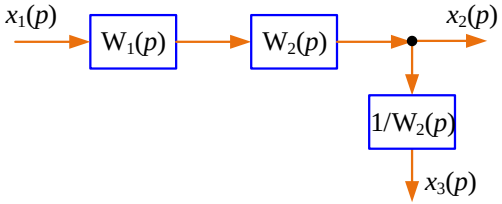
Рис. 1.11. Правила переноса точки суммирования:
а – исходная схема; *б* – перенос точки суммирования на выход звена;
в – перенос точки суммирования на вход звена

Эквивалентность при переносе точки разветвления заключается в том, что должна сохраняться прежней связь между входной величиной $x_1(p)$ и величиной в точке разветвления $x_3(p)$ (рис. 1.12).



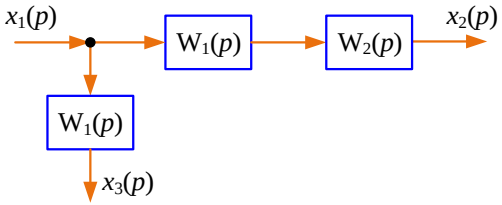
$$x_3(p) = x_1(p)\mathrm{W}_1(p)$$

а



$$x_3(p) = x_1(p)\mathrm{W}_1(p)\mathrm{W}_2(p)\frac{1}{\mathrm{W}_2(p)} = x_1(p)\mathrm{W}_1(p)$$

б



$$x_3(p) = x_1(p)\mathrm{W}_1(p)$$

в

Рис. 1.12. Правила переноса точки разветвления:
а – исходная схема; *б* – перенос точки разветвления на выход звена;
в – перенос точки разветвления на вход звена

Очевидно, что в схемах рис. 1.12, *б* и *в*, так же как и в схеме *а*, $x_3(p) = x_1(p)\mathrm{W}_1(p)$.

2. СВОЙСТВА СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ

2.1. Обобщенная эквивалентная схема системы автоматического регулирования

Основные свойства системы автоматического регулирования, выполненной на принципе обратной связи, рассматриваются на примере структурной схемы обобщенной системы, в которой объект и устройство регулирования (далее – регулятор) замещаются эквивалентными звеньями.

Используя правила переноса воздействий и эквивалентного преобразования для разных схем соединения звеньев, можно структурную схему любой системы автоматического регулирования свести к схеме из двух звеньев (рис. 2.1). Одно из этих звеньев будем считать эквивалентным объектом регулирования с передаточной функцией $W_{об}(p)$, а второе эквивалентным регулятором с передаточной функцией $W_{рег}(p)$.

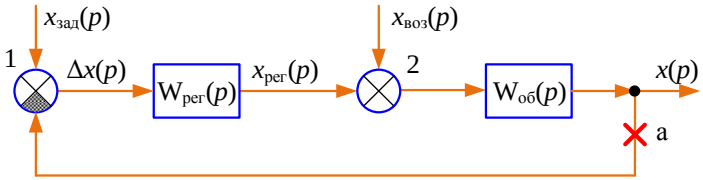


Рис. 2.1. Структурная схема обобщенной эквивалентной схемы автоматического регулирования: x – регулируемая величина; $x_{зад}$ – задающее воздействие; $x_{воз}$ – возмущающее воздействие; $x_{рег}$ – регулирующее воздействие

В схеме по рис. 2.1 регулируемая величина x, характеризующая в данном случае состояние объекта, на сумматоре 1 сравнивается с заданным значением $x_{зад}$, которому с некоторой требуемой точностью должна соответствовать регулируемая величина. Текущее значение отклонения регулируемой величины от заданного значения $\Delta x = x_{зад} - x$ преобразуется регулятором в

регулирующее воздействие $x_{рег}$, которое подается на вход объекта. На входе объекта действует также внешнее возмущающее воздействие $x_{воз}$, которое вызывает изменение регулируемой величины и является причиной появления отклонения регулируемой величины.

Структурная схема по рис. 2.1 полностью отображает управление на принципе обратной связи. Очевидно также, что для решения задачи управления или регулирования обратная связь должна быть отрицательной.

К системам автоматического регулирования в каждом конкретном случае предъявляются определенные требования с точки зрения совершенства решения задачи как в установившемся, так и в переходном режиме.

Для оценки свойств систем автоматического регулирования вводится ряд показателей качества процесса регулирования, которые рассматриваются ниже.

Чтобы выявить влияние закона формирования регулирующего воздействия на свойства системы автоматического регулирования, примем структурную схему регулятора в виде параллельного соединения трех звеньев: пропорционального, идеального дифференцирующего и интегрирующего с передаточными функциями соответственно (рис. 2.2).

$$W_п(p) = K_п; \qquad W_д(p) = T_д p; \qquad W_и(p) = \frac{1}{T_и p}.$$

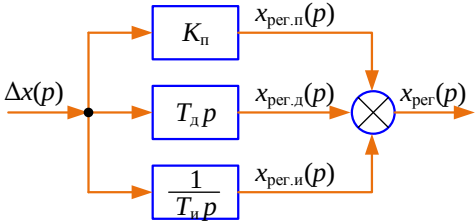


Рис. 2.2. Регулятор, состоящий из трех параллельных звеньев: $x_{рег.п}(p)$, $x_{рег.д}(p)$ и $x_{рег.и}(p)$ – составляющие регулирующего воздействия $x_{рег}(p)$ пропорциональной, дифференциальной и интегральной частей регулятора соответственно

Передаточная функция регулятора в соответствии со схемой по рис. 2.2

$$\mathrm{W}_{\text{рег}}(p) = K_{\text{п}} + T_{\text{д}} p + \frac{1}{T_{\text{и}} p}. \qquad (2.1)$$

Очень важно на этом этапе иметь в виду, что выбор параметров элементов системы регулирования, исходя из желаемых свойств в установившемся режиме, нельзя вести в отрыве от анализа поведения системы в переходном режиме. В системе, удовлетворяющей каким-либо требованиям в установившемся режиме, может иметь место неудовлетворительный переходный процесс или система может оказаться неустойчивой. Это обстоятельство рассматривается в разделе 3.

Свойства системы определяются характером зависимости регулируемой величины от входных воздействий – задающего и возмущающего.

Так как все звенья системы принимаются линейными, то для получения указанных зависимостей может использоваться принцип наложения. В соответствии с этим вводятся следующие передаточные функции:

1. Передаточная функция по каналу задающего воздействия, которая определяет связь между выходной величиной и заданным значением при отсутствии возмущающего воздействия

$$\mathrm{W}_{\text{зад}}(p) = \frac{x(p)}{x_{\text{зад}}(p)}; \quad \text{при } x_{\text{воз}}(p) = 0.$$

2. Передаточная функция по каналу возмущающего воздействия, которая определяет связь между выходной величиной и возмущающим воздействием при заданном значении, равном нулю

$$\mathrm{W}_{\text{воз}}(p) = \frac{x(p)}{x_{\text{воз}}(p)}; \quad \text{при } x_{\text{зад}}(p) = 0.$$

Для анализа также используется передаточная функция системы в разомкнутом состоянии. Для определения этой передаточной функции система размыкается в точке «а» (рис. 2.1) и принимается $x_{\text{воз}}(p) = 0$. Тогда

$$\mathrm{W}_{\text{раз}}(p) = \frac{x(p)}{x_{\text{зад}}(p)}.$$

На основе правил преобразования структурных схем получим

$$W_{зад}(p) = \frac{W_{об}(p)W_{рег}(p)}{1 + W_{об}(p)W_{рег}(p)}; \qquad (2.2)$$

$$W_{воз}(p) = \frac{W_{об}(p)}{1 + W_{об}(p)W_{рег}(p)}; \qquad (2.3)$$

$$W_{раз}(p) = W_{об}(p)W_{рег}(p). \qquad (2.4)$$

Важно обратить внимание, что передаточная функция по каналу задающего воздействия однозначно выражается через передаточную функцию системы в разомкнутом состоянии:

$$W_{зад}(p) = \frac{W_{раз}(p)}{1 + W_{раз}(p)}. \qquad (2.5)$$

В соответствии с методом наложения регулируемая величина, когда система находится в замкнутом состоянии,

$$x(p) = W_{зад}(p)x_{зад}(p) + W_{воз}(p)x_{воз}(p). \qquad (2.6)$$

Далее проанализируем влияние передаточной функции регулятора, определяющей закон формирования регулирующего воздействия, на свойства системы автоматического регулирования в установившемся режиме. Во всех случаях будем считать, что передаточная функция объекта неизменна и объект является статическим звеном, т.е. выполняется условие: при $p = 0,\ W_{об}(p) = K_{об}$.

Связь между регулируемой величиной, возмущающим и задающим воздействиями в установившемся режиме может быть получена по (2.6) при $p = 0$

$$x_{\infty} = W_{зад}(0)x_{зад\,\infty} \pm W_{воз}(0)x_{воз\,\infty}. \qquad (2.7)$$

В (2.7) принят двойной знак, так как возмущающее воздействие может приводить как к увеличению, так и к уменьшению регулируемой величины.

Далее рассмотрим установившийся режим при применении регуляторов различного типа.

Качество системы автоматического регулирования в установившемся режиме оценивается отличием фактического значения регулируемой величины от заданного значения

$$\Delta x = x_{\infty} - x_{\text{зад}\,\infty} = \left[\mathrm{W}_{\text{зад}}(0) - 1\right] x_{\text{зад}\,\infty} \pm \mathrm{W}_{\text{воз}}(0) x_{\text{воз}\,\infty}\,. \qquad (2.8)$$

Первое слагаемое в (2.8) показывает с какой точностью воспроизводится заданная величина и называется статической ошибкой по каналу заданной величины

$$\Delta x_{\text{зад}} = \left[\mathrm{W}_{\text{зад}}(0) - 1\right] x_{\text{зад}\,\infty}\,.$$

Второе слагаемое характеризует влияние возмущающего воздействия и называется статической ошибкой по каналу возмущающего воздействия

$$\Delta x_{\text{воз}} = \pm \mathrm{W}_{\text{воз}}(0) x_{\text{воз}\,\infty}\,.$$

2.2. Система автоматического регулирования с пропорциональным регулятором (П-регулятор)

В составе пропорционального регулятора используется только пропорциональное звено. Передаточная функция регулятора имеет вид

$$\mathrm{W}_{\text{рег}}(p) = K_{\text{п}}\,,$$

т.е. в (2.1) принято $T_{\text{д}} = 0;\quad T_{\text{и}} \to \infty$.

С учетом того, что $\mathrm{W}_{\text{об}}(0) = K_{\text{об}}$, то по (2.7) с учётом (2.2) и (2.3) получим при $p = 0$

$$x_{\infty} = \frac{K_{\text{об}} K_{\text{п}}}{1 + K_{\text{об}} K_{\text{п}}} x_{\text{зад}\infty} \pm \frac{K_{\text{об}}}{1 + K_{\text{об}} K_{\text{п}}} x_{\text{воз}\infty}\,. \qquad (2.9)$$

В формуле (2.9) произведение $K_{\text{об}} K_{\text{п}}$ является коэффициентом усиления системы в разомкнутом состоянии и далее обозначается символом K.

Как видно из (2.9), при использовании П-регулятора для объекта, описываемого статическим звеном, имеется некоторая ошибка в воспроизведении задающего воздействия

$$\Delta x_{\text{зад}} = \left(\frac{K}{1+K} - 1\right) x_{\text{зад}\,\infty}\,. \qquad (2.10)$$

Также имеет место влияние возмущающего воздействия на регулируемую величину, ошибка от которого

$$\Delta x_{\text{воз}} = \pm \frac{K_{\text{об}}}{1+K} x_{\text{воз}\,\infty}\,. \qquad (2.11)$$

В выражениях (2.10) и (2.11) коэффициенты при установившихся значениях задающего $x_{\text{зад}\,\infty}$ и возмущающего воздействий $x_{\text{воз}\,\infty}$ являются статическими ошибками в относительных единицах

$$\Delta x_{\text{зад}*} = \left(\frac{K}{1+K} - 1\right); \qquad \Delta x_{\text{воз}*} = \pm\frac{K_{\text{об}}}{1+K}.$$

Из (2.10) и (2.11) следует, что чем выше величина K, тем точнее воспроизводится задающее воздействие и тем меньше влияние возмущающего воздействия. Так как величина $K = K_{\text{об}}K_{\text{п}}$ есть коэффициент усиления всей системы в разомкнутом состоянии, то свойства системы определяются параметрами всех звеньев, а не только параметрами звена, замещающего регулятор.

Системы автоматического регулирования, у которых принципиально остается некоторое остаточное влияние возмущающего воздействия, принято называть статическими системами. Зависимость регулируемой величины от возмущающего воздействия показана на рис. 2.3.

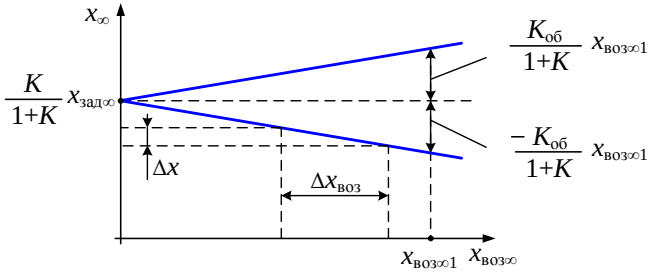


Рис. 2.3. Статические характеристики системы с пропорциональным регулятором

В технических приложениях зависимость $x_\infty(x_{\text{воз}\,\infty})$ принято называть статической характеристикой, а коэффициент наклона этой характеристики – коэффициентом статизма, который определяется, как поясняется на рис. 2.3, следующим образом:

$$k_{\text{с}} = \frac{\Delta x}{\Delta x_{\text{воз}}}.$$

Очевидно из (2.11), что в данном случае коэффициент статизма равен статической ошибке от возмущающего воздействия $\pm\dfrac{K_{\text{об}}}{1+K_{\text{об}}K_{\text{п}}}$ в относительных единицах. При назначении для x и $x_{\text{воз}}$ некоторых базовых значений x_0 и $x_{\text{воз}0}$ коэффициент статизма может быть определен в относительных единицах по отношению к этим базовым величинам

$$k_{\text{с}*}=\frac{\Delta x}{x_0}\frac{x_{\text{воз}0}}{\Delta x_{\text{воз}}}\,.$$

2.3. Система автоматического регулирования с пропорционально-дифференциальным регулятором (ПД-регулятор)

Регулятор такого типа имеет в своем составе пропорциональное звено и дифференцирующее звено ($T_{\text{и}}\to\infty$ в (2.1)). Передаточная функция регулятора

$$\mathrm{W}_{\text{рег}}(p)=K_{\text{п}}+T_{\text{д}}p\,.$$

Поскольку при $p=0$, $\mathrm{W}_{\text{рег}}(p)=K_{\text{п}}$, то свойства системы с ПД-регулятором в установившемся режиме полностью соответствуют системе с П-регулятором.

Составляющая, пропорциональная производной отклонения регулируемой величины, оказывает существенное влияние на свойства системы автоматического регулирования в переходном режиме, что рассматривается далее. Очевидно, что система, содержащая в составе регулятора только дифференцирующее звено, не работоспособна, так как последнее никак не проявляет себя в установившемся режиме.

2.4. Система автоматического регулирования с интегральным регулятором (И-регулятор)

В таком регуляторе используется только интегрирующее звено. Передаточная функция И-регулятора ($K_{\text{п}}=0$; $T_{\text{д}}=0$ в (2.1))

$$W_{рег}(p) = \frac{1}{T_и p}. \qquad (2.12)$$

Подстановка (2.12) в (2.2) и (2.3), и некоторые преобразования дают следующие передаточные функции по задающему и возмущающему воздействиям в системе с И-регулятором

$$W_{зад}(p) = \frac{W_{об}(p)}{T_и p + W_{об}(p)},$$

$$W_{воз}(p) = \frac{W_{об}(p) T_и p}{T_и p + W_{об}(p)}.$$

При $p = 0$, $W_{зад}(0) = 1$, $W_{воз}(0) = 0$. Таким образом, в принятой эквивалентной структурной схеме применение интегрального регулятора принципиально обеспечивает точное воспроизведение задающего воздействия и полностью устраняет влияние возмущающего воздействия на регулируемую величину (статические ошибки равны нулю).

2.5. Система автоматического регулирования с пропорционально-интегральным регулятором (ПИ-регулятор)

Такой регулятор содержит пропорциональное и интегрирующее звенья. Передаточная функция ПИ-регулятора ($T_д = 0$ в (2.1))

$$W_{рег}(p) = K_п + \frac{1}{T_и p}.$$

Действуя в той же последовательности, что и в предыдущем случае, получим передаточные функции по каналу задающего и возмущающего воздействий

$$W_{зад}(p) = \frac{W_{об}(p)(K_п T_и p + 1)}{T_и p + W_{об}(p)(K_п T_и p + 1)},$$

$$W_{воз}(p) = \frac{W_{об}(p) T_и p}{T_и p + W_{об}(p)(K_п T_и p + 1)}.$$

Так же как и в системе с И-регулятором при $p = 0$, $W_{зад}(0) = 1$, $W_{воз}(0) = 0$. Следовательно, добавление к пропорци-

ональной части интегральной составляющей обеспечивает отсутствие статических ошибок.

2.6. Система автоматического регулирования с пропорционально-интегрально-дифференциальным регулятором (ПИД-регулятор)

В этом случае в составе регулятора используются все три составляющие. Передаточная функция ПИД-регулятора есть выражение (2.1).

Очевидно, что при $p = 0$, когда дифференциальная составляющая равна нулю, свойства системы с ПИД-регулятором в установившемся режиме такие же, как и у системы с ПИ-регулятором. Таким образом, и в этом случае добавление интегральной составляющей также обеспечивает отсутствие статических ошибок.

Системы автоматического регулирования, в которых регулируемая величина не зависит от возмущающего воздействия, называются астатическими. Устранение статических ошибок при использовании интегральной составляющей объясняется тем, что интеграл отклонения регулируемой величины Δx и регулирующее воздействие интегральной составляющей $\Delta x_{\text{рег.и}}$ изменяются до тех пор, пока отклонение не станет равным нулю. Это следует непосредственно из дифференциального уравнения интегрирующего звена

$$\frac{d\Delta x_{\text{рег.и}}}{dt} = \frac{1}{T_{\text{и}}}\Delta x .$$

Очевидно, прекращение изменения $\Delta x_{\text{рег.и}}$ означает, что $\frac{d\Delta x_{\text{рег.и}}}{dt} = 0$, т.е. при $\Delta x = 0$.

3. УСТОЙЧИВОСТЬ И КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ КАЧЕСТВА ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ

3.1. Устойчивость систем автоматического регулирования

Устойчивость и показатели качества переходного процесса системы автоматического регулирования рассматриваются по схеме, приведенной на рис. 2.1.

Рассмотрение вопроса об устойчивости систем автоматического регулирования должно упреждать рассмотрение показателей качества переходного процесса. Это связано с тем, что, во-первых, система безусловно должна быть устойчивой в том смысле, как это изложено далее, и, во-вторых, количественные и качественные характеристики переходного процесса зависят от степени близости параметров системы к значениям, соответствующим границе устойчивости.

Исчерпывающие выводы об устойчивости системы автоматического регулирования и качественном характере переходных процессов могут быть сделаны по корням характеристического уравнения (1.3).

Характеристическое уравнение n-го порядка имеет n корней, которые могут быть действительными или комплексными сопряженными. Действительным корням соответствуют составляющие решения, изменяющиеся по апериодическому закону, а каждой паре сопряженных комплексных корней соответствуют колебательные составляющие. Если все действительные корни и действительные части всех сопряженных комплексных корней отрицательны, то все составляющие решения (1.2) затухают и система является устойчивой.

Если среди корней есть хотя бы один положительный действительный корень или хотя бы одна пара сопряженных комплексных корней с положительной вещественной частью, то этим корням соответствует бесконечно нарастающая составляющая решения и система в целом является неустойчивой.

Равенство нулю одного из вещественных корней или вещественной части у одной пары сопряженных комплексных корней означает, что система находится на границе устойчивости.

Для анализа устойчивости систем автоматического регулирования могут использоваться также специальные критерии устойчивости. Практически используется два вида критериев: алгебраические и частотные. Алгебраические критерии основаны на использовании коэффициентов характеристического уравнения и позволяют установить, есть ли среди корней положительные вещественные или комплексные с положительной вещественной частью, не определяя сами корни. Наиболее часто используемым алгебраическим критерием является критерий Гурвица.

Частотные критерии оперируют с частотными характеристиками системы. Одним из таких критериев является критерий Найквиста.

Использование критериев устойчивости по сравнению с прямым определением корней характеристического уравнения в ряде случаев позволяет наглядно установить влияние параметров системы на устойчивость.

Для анализа и разработки систем автоматического регулирования эффективным средством являются современные компьютерные технологии, в частности какие-либо программы схемотехнического моделирования, математические пакеты или специализированные программы анализа и синтеза систем автоматического регулирования. Поэтому роль упомянутых выше критериев устойчивости при проектировании и анализе систем автоматического регулирования не так значима, как некоторое время тому назад.

В данном случае они приводятся в связи с тем, что позволяют достаточно наглядно проиллюстрировать влияние параметров регулятора и объекта на свойства системы автоматического регулирования.

3.2. Алгебраический критерий устойчивости Гурвица

Алгебраический критерий Гурвица оперирует с коэффициентами характеристического уравнения (1.3) или, что одно и то же, с коэффициентами характеристического полинома передаточной функции системы (1.5). Критерий Гурвица формулируется следующим образом.

1. Необходимое условие устойчивости: все коэффициенты характеристического уравнения должны быть положительными $a_0 > 0;\ a_1 > 0;\ \ldots\ a_{n-1} > 0;\ a_n > 0$.

2. Достаточное условие: составленный по определенному правилу из коэффициентов характеристического уравнения определитель (определитель Гурвица) и все его диагональные миноры должны быть положительными.

Существуют формальные правила составления определителя Гурвица. В соответствии с одним из этих правил определитель Гурвица составляется следующим образом.

На главной диагонали располагаются коэффициенты от a_1 до a_n, и затем каждая строка в соответствии с номером диагонального элемента дополняется коэффициентами с нечетными (1, 3, 5,…) или четными (0, 2, 4,…) номерами. Позиции, требующие формально номера большего «n» или меньшего «0», заполняются нулями.

В качестве примера ниже приведен определитель для характеристического уравнения 3-го прядка:

$$a_0 \mathrm{p}^3 + a_1 \mathrm{p}^2 + a_2 \mathrm{p} + a_3 = 0;$$

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix}.$$

Миноры определителя Δ_2 получают последовательным вычеркиванием последней строки и последнего столбца

$$\Delta_2 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix}; \quad \Delta_1 = |a_1|.$$

Таким образом, кроме положительности коэффициентов характеристического уравнения, должны выполняться следующие условия устойчивости:

$$\Delta_3 > 0; \;\; \Delta_2 > 0; \;\; \Delta_1 > 0 .$$

Последний минор равен коэффициенту a_1, знак которого проверяется в необходимом условии устойчивости.

Критерий Гурвица целесообразно использовать для систем сравнительно невысокого порядка, так как при $n > 4$ выражения условий устойчивости получаются сложными и их анализ затруднителен.

Ниже приводятся примеры использования критерия Гурвица для систем, описываемых дифференциальным уравнением 3-го порядка.

Пример 1

Определить условия устойчивости системы автоматического регулирования с пропорциональным регулятором, структурная схема которой приведена на рис. 3.1.

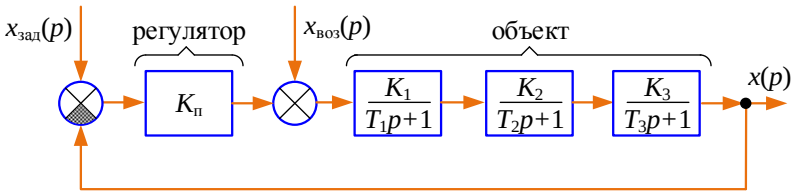


Рис. 3.1. Структурная схема системы автоматического регулирования к примеру 1

Объект регулирования представлен в виде трех последовательно соединенных инерционных звеньев первого порядка. Его передаточная функция

$$W_{об}(p) = \frac{K_{об}}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)},$$

где $K_{об} = K_1 K_2 K_3$ – коэффициент усиления объекта.

Передаточная функция регулятора по условию задачи $W_{рег}(p) = K_п$. Для получения характеристического полинома воспользуемся передаточной функцией по каналу задающего воздействия, выраженной через передаточную функцию системы в разомкнутом состоянии (2.5). Передаточная функция системы в разомкнутом состоянии равна произведению передаточных функций объекта и регулятора

$$W_{раз}(p) = \frac{K_п K_{об}}{(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)(T_3 p + 1)}. \qquad (3.1)$$

После несложных преобразований получим

$$W_{раз}(p) = \frac{K}{T_1 T_2 T_3 p^3 + (T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3) p^2 + (T_1 + T_2 + T_3) p + 1},$$

где $K = K_п K_{об}$ – коэффициент усиления системы в разомкнутом состоянии.

Подстановка $W_{раз}(p)$ в (2.5) и выполнение простых преобразований дает следующее выражение для передаточной функции системы по каналу задающего воздействия:

$$W_{зад}(p) = \frac{K}{a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3},$$

где $a_0 = T_1 T_2 T_3$; $a_1 = T_1 T_2 + T_1 T_3 + T_2 T_3$; $a_2 = T_1 + T_2 + T_3$; $a_3 = 1 + K$.

Необходимое условие устойчивости выполняется, так как все параметры системы, определяющие коэффициенты характеристического уравнения по их физическому смыслу, положительны. То есть

$$a_0 > 0;\ a_1 > 0;\ a_2 > 0;\ a_3 > 0.$$

Определитель Гурвица

$$\Delta_3 = \begin{vmatrix} a_1 & a_3 & 0 \\ a_0 & a_2 & 0 \\ 0 & a_1 & a_3 \end{vmatrix}.$$

В данном случае в определителе Δ_3 в третьем столбце имеется два нулевых элемента, поэтому целесообразно выполнить разложение по элементам этого столбца.

$$\Delta_3 = a_3 \begin{vmatrix} a_1 & a_3 \\ a_0 & a_2 \end{vmatrix} = a_3 \Delta_2 .$$

Так как $a_3 > 0$, то далее анализ устойчивости можно выполнить исходя из условия $\Delta_2 > 0$ или

$$a_1 a_2 - a_0 a_3 > 0 . \qquad (3.2)$$

Подставляя в последнее неравенство выражения коэффициентов a_1, a_2, a_3, a_0 получим

$$\left(T_1T_2 + T_1T_3 + T_2T_3\right)\left(T_1 + T_2 + T_3\right) - T_1T_2T_3\left(1 + K\right) > 0 .$$

Так как коэффициент усиления K входит только в отрицательную часть, то его увеличение приближает систему регулирования к границе устойчивости. Значение коэффициента усиления, называемого критическим $K_{\text{кр}}$, при котором система находится на границе устойчивости, определяется при условии, когда левая часть (3.2) равна нулю:

$$K_{\text{кр}} = \frac{\left(T_1T_2 + T_1T_3 + T_2T_3\right)\left(T_1 + T_2 + T_3\right)}{T_1T_2T_3} - 1 .$$

Таким образом, в системе с П-регулятором точность поддержания регулируемой величины в соответствии с (2.10) и (2.11) ограничивается максимально возможным значением коэффициента усиления системы в разомкнутом состоянии из условия устойчивости. Например, при $T_1 = 1{,}3$ с, $T_2 = 1{,}0$ с, $T_3 = 0{,}8$ с, $K_{\text{кр}} = 8{,}36$.

Максимально допустимое из условия устойчивости значение коэффициента усиления собственно регулятора $K_{\text{п}}$, при известных значениях K_1, K_2, K_3

$$K_{\text{п.кр}} = \frac{K_{\text{кр}}}{K_{\text{об}}} .$$

В данном случае и далее в численных примерах примем $K_{\text{об}} = 1{,}5$. Тогда $K_{\text{п.кр}} = 5{,}573$. При принятых условиях теоретически достижимое минимальное значение статических ошибок по воспроизведению задающего воздействия

$$\Delta x_{\text{зад}*} = \left(\frac{8{,}36}{1 + 8{,}36} - 1\right) = -0{,}1068 ,$$

от влияния возмущающего воздействия

$$\Delta x_{\text{воз}*} = \pm \frac{1,5}{1+8,36} = 0,16 .$$

Практически система автоматического регулирования работоспособна только в том случае, если принимается $K < K_{\text{кр}}$. Степень снижения K по сравнению с $K_{\text{кр}}$, как будет пояснено далее, влияет на характер и количественные параметры переходных процессов в системе автоматического регулирования. На этом примере иллюстрируется очень важное обстоятельство, заключающееся в том, что возможность повышения точности работы системы с П-регулятором ограничивается условиями устойчивости.

Пример 2

Определить условия устойчивости системы автоматического регулирования с пропорционально-дифференциальным регулятором, структурная схема которого приведена на рис. 3.2.

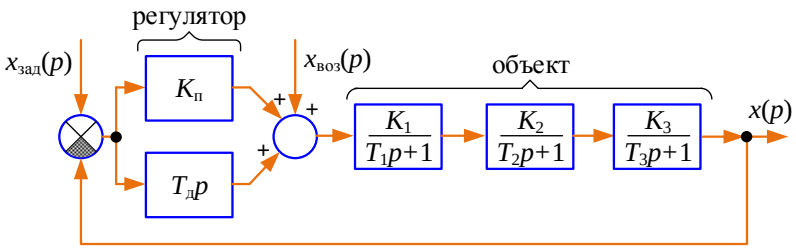


Рис. 3.2. Структурная схема системы автоматического регулирования к примеру 2

Объект регулирования, как и в примере 1, принимается в виде трех последовательно соединенных инерционных звеньев первого порядка с теми же параметрами. Регулятор содержит параллельно соединенные безынерционное звено с коэффициентом усиления $K_{\text{п}}$ и идеальное дифференцирующее звено с постоянной времени $T_{\text{д}}$. Передаточная функция регулятора

$$W_{\text{рег}}(p) = K_{\text{п}} + T_{\text{д}} p .$$

Действуя в той же последовательности, как и в примере 1, получим передаточную функцию системы по каналу задающей величины

$$\mathrm{W}_{\text{зад}}(p) = \frac{K_{\text{об}}\left(K_{\text{п}} + T_{\text{д}}p\right)}{a_0p^3 + a_1p^2 + a_2p + a_3},$$

где $a_0 = T_1T_2T_3$; $a_1 = T_1T_2 + T_1T_3 + T_2T_3$; $a_2 = T_1 + T_2 + T_3 + K_{\text{об}}T_{\text{д}}$; $a_3 = 1 + K$.

По сравнению со случаем применения пропорционального регулятора в характеристическом полиноме изменился только коэффициент a_2. Условие устойчивости при этом имеет вид

$$\left(T_1T_2 + T_1T_3 + T_2T_3\right)\left(T_1 + T_2 + T_3 + K_{\text{об}}T_{\text{д}}\right) - T_1T_2T_3\left(1 + K\right) > 0.$$

Как видно, введение составляющей, пропорциональной производной отклонения регулируемой величины, приводит к увеличению только положительного члена определителя Гурвица и соответственно к увеличению критического значения коэффициента усиления системы в разомкнутом состоянии

$$K_{\text{кр}} = \frac{\left(T_1T_2 + T_1T_3 + T_2T_3\right)\left(T_1 + T_2 + T_3 + K_{\text{об}}T_{\text{д}}\right)}{T_1T_2T_3} - 1.$$

Например, при $T_{\text{д}} = 1{,}0$ с и при таких же данных, как в примере 1, $K_{\text{кр}} = 12{,}89$, в то время как в системе с пропорциональным регулятором $K_{\text{кр}} = 8{,}36$. Критический коэффициент усиления пропорциональной части регулятора в этом случае $K_{\text{п.кр}} = 8{,}59$.

Таким образом, введение в состав регулятора дифференцирующего звена, при прочих равных условиях, позволяет принимать более высокий коэффициент усиления системы в разомкнутом состоянии, а следовательно, и повысить точность работы системы автоматического регулирования в установившемся режиме в соответствии с (2.10) и (2.11).

Пример 3

Определить условия устойчивости системы с пропорционально-интегральным регулятором, структурная схема которого приведена на рис. 3.3.

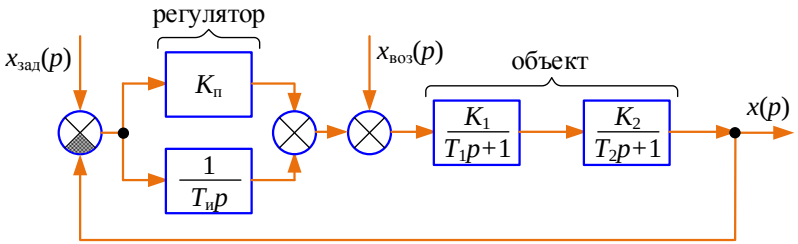


Рис. 3.3. Структурная схема системы автоматического регулирования к примеру 3

В соответствии со схемой передаточные функции объекта и регулятора

$$W_{об}(p) = \frac{K_{об}}{(T_1 p+1)(T_2 p+1)},$$

$$W_{рег}(p) = K_п + \frac{1}{T_и p} = \frac{K_п T_и p+1}{T_и p},$$

где $K_{об} = K_1 K_2$ – коэффициент усиления объекта.

Передаточные функции системы в разомкнутом и замкнутом состоянии по каналу задающего воздействия в данном случае получаются соответственно равными:

$$W_{раз}(p) = \frac{K_{об}(K_п T_и p+1)}{T_и T_1 T_2 p^3 + T_и(T_1+T_2)p^2 + T_и p},$$

$$W_{зад}(p) = \frac{K_{об}(K_п T_и p+1)}{a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p + a_3},$$

где $a_0 = T_и T_1 T_2$; $a_1 = T_и(T_1+T_2)$; $a_2 = T_и(1+K)$; $a_3 = K_{об}$.

Подстановка коэффициентов характеристического полинома в (3.2) после некоторых преобразований дает следующее условие устойчивости:

$$T_и(T_1+T_2)(1+K) - T_1 T_2 K_{об} \geq 0. \qquad (3.3)$$

В системе с ПИ-регулятором статические ошибки равны нулю при любом заданном значении коэффициента усиления пропорциональной части регулятора. В данном случае важно выявить влияние постоянной времени интегрирующего звена $T_и$ на условия функционирования системы автоматического регулирования. Как следует из (3.3), постоянная времени $T_и$ из условий устойчивости при заданных значениях $K_{об}$ и $K_п$ должна быть не меньше некоторого критического значения

$$T_{и.кр} = \frac{T_1 T_2 K_{об}}{(T_1 + T_2)(1 + K_п K_{об})}.$$

Однако это не означает, что постоянную времени $T_и$ можно принимать сколь угодно большой. Это объясняется тем, что чем больше $T_и$, тем медленнее протекает процесс регулирования до устранения статических ошибок.

3.3. Частотный критерий устойчивости Найквиста

Критерий Найквиста позволяет судить об устойчивости замкнутой системы автоматического регулирования по АФЧХ системы в разомкнутом состоянии.

Далее рассмотрен критерий Найквиста для простого частного случая, когда система в разомкнутом состоянии заведомо устойчива.

Для структурной схемы обобщенной эквивалентной системы автоматического регулирования передаточная функция в разомкнутом состоянии (2.4)

$$\mathrm{W}_{раз}(p) = \mathrm{W}_{об}(p)\mathrm{W}_{рег}(p),$$

а соответствующая ей АФЧХ характеристика при $p = j\omega$

$$\mathrm{W}_{раз}(j\omega) = \mathrm{W}_{об}(j\omega)\mathrm{W}_{рег}(j\omega).$$

Передаточная функция системы в замкнутом состоянии по каналу задающего воздействия, имеет вид (2.5)

$$\mathrm{W}_{зад}(p) = \frac{\mathrm{W}_{раз}(p)}{1 + \mathrm{W}_{раз}(p)}.$$

Эта передаточная функция, как отмечалось ранее, однозначно определяется через передаточную функцию системы в разомкнутом состоянии. Как следует из выражения для эквивалентной передаточной функции звена, охваченного отрицательной обратной связью (1.15), замкнутая система по (2.5) образуется охватом звена $W_{раз}(p)$ отрицательной обратной связью через звено с передаточной функцией, равной единице (рис. 3.4).

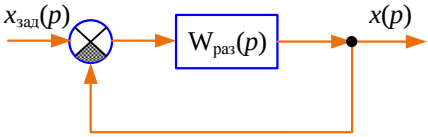


Рис. 3.4. Структурная схема системы в замкнутом состоянии

Критерий Найквиста для случая, когда система в разомкнутом состоянии устойчива, формулируется следующим образом: «Система автоматического регулирования в замкнутом состоянии устойчива, если годограф амплитудно-фазовой частотной характеристики системы в разомкнутом состоянии при изменении частоты от нуля до бесконечности не охватывает точку с координатами $[-1;\ j0]$».

Простое физическое толкование этого критерия следует из выражения АФЧХ замкнутой системы через АФЧХ разомкнутой системы. Из (2.5) при $p = j\omega$

$$W_{зад}(j\omega) = \frac{W_{раз}(j\omega)}{1 + W_{раз}(j\omega)}. \qquad (3.4)$$

Если в диапазоне частот от 0 до ∞ при некотором ее значении $\omega = \omega_{кр}$, которое назовем критическим, одновременно выполняются условия, когда $W_{раз}(j\omega) = -1$ (амплитуда $A(\omega_{кр}) = 1$ и фаза $\varphi(\omega_{кр}) = \pi$), то знаменатель (3.4) становится равным нулю и амплитуда $W_{зад}(j\omega)$ стремится к бесконечности. Это означает, что система находится на границе устойчивости.

Годографы характеристики $W_{раз}(j\omega)$ существенно отличаются друг от друга в зависимости от типа эквивалентного звена, которым описывается разомкнутая система, в частности от того,

является разомкнутая система статической или астатической, т.е. не содержит или содержит в последовательной цепи звеньев интегрирующие звенья.

Далее приведены годографы АФЧХ разомкнутых систем по данным, использованным в примерах по критерию Гурвица.

Выражение для АФЧХ системы с пропорциональным регулятором в разомкнутом состоянии (пример 1) получим, положив в (3.1) $p = j\omega$,

$$W_{раз}(j\omega) = \frac{K}{a_0(j\omega)^3 + a_1(j\omega)^2 + a_2(j\omega) + 1}.$$

С учетом того, что $(j)^3 = -j$, $(j)^2 = -1$, представим $W_{раз}(j\omega)$ в виде суммы вещественной и мнимой составляющих

$$W_{раз}(j\omega) = U(\omega) + jV(\omega),$$

где $U(\omega) = \dfrac{K\left(1 - a_1\omega^2\right)}{\left(1 - a_1\omega^2\right)^2 + \left(a_2\omega - a_0\omega^3\right)^2}$,

$$V(\omega) = \frac{K\left(a_0\omega^3 - a_2\omega\right)}{\left(1 - a_1\omega^2\right)^2 + \left(a_2\omega - a_0\omega^3\right)^2}.$$

Из условия $V(\omega) = 0$ можно найти критическое значение частоты, при которой годограф пересекает вещественную ось

$$a_0\omega^3 - a_2\omega = 0. \qquad (3.5)$$

Решение (3.5) дает три значения частоты:

$$\omega_1 = 0, \quad \omega_2 = \sqrt{\frac{a_2}{a_0}}, \quad \omega_3 = -\sqrt{\frac{a_2}{a_0}}.$$

Принимаем $\omega_{кр} = \omega_2$ в области положительных значений частоты.

Значение критического коэффициента усиления системы в разомкнутом состоянии, из условия границы устойчивости системы в замкнутом состоянии, найдем из уравнения $U(\omega) = -1$ при $\omega = \omega_{кр}$.

После несложных преобразований получим

$$K_{кр} = \frac{\left(1 - a_1\omega_{кр}^2\right) + \left(a_2\omega_{кр} - a_0\omega_{кр}^3\right)}{a_1\omega_{кр}^2 - 1}.$$

При исходных данных из примера 1, так же как и по критерию Гурвица (стр.38), получаем $\omega_{кр} = 1,726\,\frac{1}{с}$, $K_{кр} = 8,36$. Годографы АФЧХ системы с пропорциональным регулятором при различных значениях K приведены на рис. 3.5.

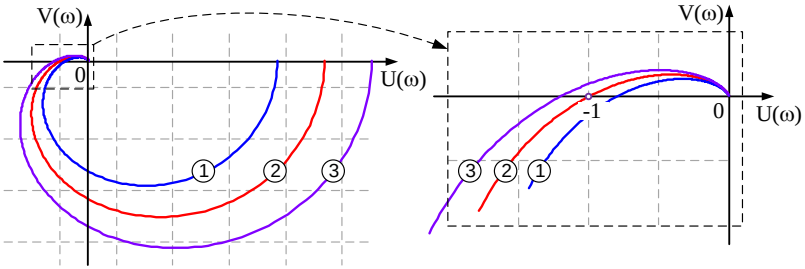


Рис. 3.5. Годографы системы в разомкнутом состоянии для системы с пропорциональным регулятором:
1 – система устойчива ($K < K_{кр}$),
2 – система находится на границе устойчивости ($K = K_{кр}$),
3 – система не устойчива ($K > K_{кр}$)

Далее рассмотрим годографы системы в разомкнутом состоянии при использовании ПД-регулятора и ПИ-регулятора. Чтобы однозначно оценить влияние дифференциальной и интегральной составляющих, примем для этих случаев передаточную функцию объекта такую же, как при построении годографа системы с П-регулятором.

Структурная схема системы с ПД-регулятором в разомкнутом состоянии приведена на рис. 3.6.

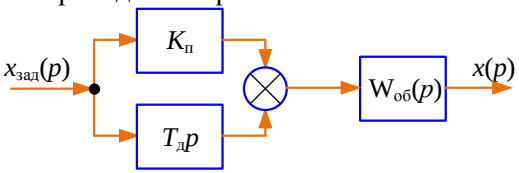


Рис. 3.6. Структурная схема системы с ПД-регулятором в разомкнутом состоянии

В соответствии с этой схемой каждый вектор АФЧХ может быть получен как геометрическая сумма векторов, формирующихся за счет действия пропорциональной и дифференциальной составляющих

$$W_{раз}(j\omega) = K_п W_{об}(j\omega) + T_д j\omega W_{об}(j\omega). \qquad (3.6)$$

Разложением выражения (3.6) на вещественную и мнимую части и последующим совместным решением уравнений

$$V(\omega) = 0, \qquad U(\omega) = -1,$$

можно найти критическое значение частоты и критическое значение коэффициента K, которые при значениях параметров системы, принятых в примере 2, получаются равными $\omega_{кр} = 2,42\,\frac{1}{с}$, $K_{кр} = 17,42$. Разумеется, последнее совпадает со значением $K_{кр}$, полученным по критерию Гурвица.

Для наглядной иллюстрации влияния дифференциальной составляющей регулирующего воздействия на рис. 3.7 приведены годографы (в окрестностях точки $[-1;\ j0]$) для системы с П-регулятором и коэффициентом усиления K, заведомо большим критического, и годограф при добавлении к регулирующему воздействию дифференциальной составляющей.

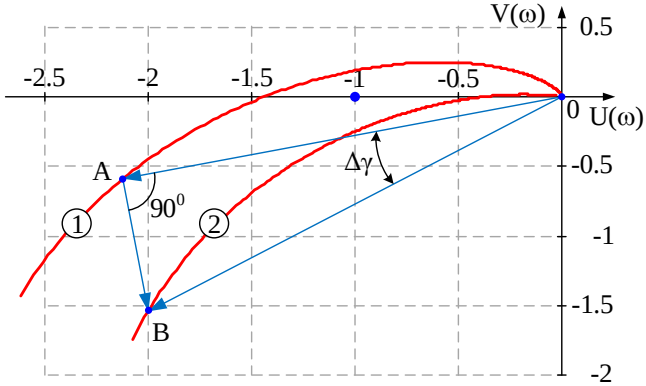


Рис. 3.7. Иллюстрация влияния дифференциальной составляющей регулирующего воздействия:
1 – годограф для системы с П-регулятором при $K = 12 > K_{кр}$;
2 – годограф для системы с ПД-регулятором

На рис. 3.7 для некоторого конкретного значения частоты $\omega = \omega_i$ выделены составляющие вектора $\overline{OB}$ системы с ПД-регулятором. Это вектор для системы с П-регулятором $\overline{OA} = K_{\text{п}} \mathrm{W}_{\text{об}}(j\omega_i)$ и вектор $\overline{AB} = T_{\text{д}} j\omega_i \mathrm{W}_{\text{об}}(j\omega_i)$, обусловленный дифференциальной частью.

Добавление дифференциальной составляющей к П-регулятору приводит к повороту векторов АФЧХ, а следовательно, и всего годографа, от точки с координатами $[-1; j0]$ на угол $\Delta\gamma$

$$\Delta\gamma = \operatorname{arctg} \frac{T_{\text{д}}}{K_{\text{п}}} \omega .$$

С увеличением $T_{\text{д}}$, при прочих равных условиях, происходит удаление годографа от условий границы устойчивости.

Далее рассмотрим АФЧХ системы с ПИ-регулятором в разомкнутом состоянии. Так же, как и для системы с ПД-регулятором, АФЧХ системы с ПИ-регулятором в соответствии со схемой, приведенной на рис. 3.8, может быть представлена в виде суммы двух составляющих. С учетом того, что

$$\mathrm{W}_{\text{и}}(j\omega) = \frac{1}{T_{\text{и}} j\omega} = -j \frac{1}{T_{\text{и}}\omega},$$

$$\mathrm{W}_{\text{раз}}(j\omega) = K_{\text{п}} \mathrm{W}_{\text{об}}(j\omega) - j \frac{1}{T_{\text{и}}\omega} \mathrm{W}_{\text{об}}(j\omega).$$

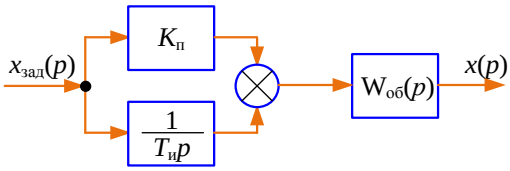


Рис. 3.8. Структурная схема системы с ПИ-регулятором в разомкнутом состоянии

Отличие АФЧХ разомкнутой системы с ПИ-регулятором от АФЧХ разомкнутой системы с ПД-регулятором заключается в том, что за счет действия интегральной составляющей векторы АФЧХ системы в разомкнутом состоянии поворачиваются на

некоторый угол $\Delta\gamma$ в сторону точки с координатами $[-1;\, j0]$, в то время как действие дифференциальной составляющей приводит к повороту векторов от этой точки.

Угол, на который смещается вектор АФЧХ при применении ПИ-регулятора,

$$\Delta\gamma = \mathrm{arctg}\left(-\frac{1}{K_{\text{п}} T_{\text{и}} \omega}\right). \qquad (3.7)$$

Так как в системе с ПИ-регулятором статические ошибки отсутствуют по принципу действия, то нет смысла определять критическое значение общего коэффициента усиления $K_{\text{кр}}$, который характеризует статические ошибки в системе с П-регулятором и с ПД-регулятором. Поэтому в данном случае из уравнений $\mathrm{V}(\omega) = 0$ и $\mathrm{U}(\omega) = -1$ найдем $T_{\text{и}} = T_{\text{и.кр}}$, значение постоянной времени, соответствующее границе устойчивости при заданных значениях $K_{\text{об}}$ и $K_{\text{п}}$.

При используемых в предыдущих примерах параметрах объекта получается $T_{\text{и.кр}} = 2$ с. Как видно из (3.7), приближение годографа к точке с координатами $[-1;\, j0]$ тем больше, чем меньше постоянная времени $T_{\text{и}}$. Поэтому условие устойчивости в данном случае выполняется при $T_{\text{и}} > T_{\text{и.кр}}$. На рис. 3.9 приведены в окрестностях точки $[-1;\, j0]$ годограф устойчивой системы с П-регулятором и годографы для системы с ПИ-регулятором для трех значений $T_{\text{и}} = T_{\text{и.кр}}$, $T_{\text{и}} > T_{\text{и.кр}}$ и $T_{\text{и}} < T_{\text{и.кр}}$.

Для одного из значений частоты ($\omega = \omega_i$) выделены составляющие вектора $\overline{OB}$ АФЧХ системы с ПИ-регулятором, а именно вектор для системы с П-регулятором $\overline{OA} = K_{\text{п}} \mathrm{W}_{\text{об}}(j\omega_i)$ и вектор $\overline{AB} = \dfrac{1}{T_{\text{и}} j\omega_i} \mathrm{W}_{\text{об}}(j\omega_i)$, отображающий влияние интегральной составляющей регулирующего воздействия.

Годограф системы с ПИ-регулятором в разомкнутом состоянии имеет еще одну особенность по сравнению с годографами системы для П-регулятора и ПД-регулятора, так как при $\omega \to 0$ мнимая составляющая АФЧХ стремится к бесконечности. Эта

особенность иллюстрируется на рис. 3.10, где показан вид годографа в большом диапазоне частот.

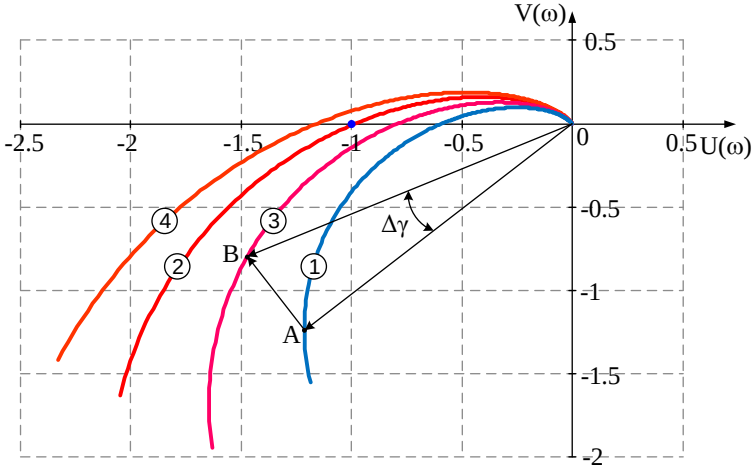


Рис. 3.9. Годографы системы с ПИ-регулятором
в разомкнутом состоянии:
1 – годограф системы с П-регулятором при $K<K_{кр}$;
2, 3, 4 – годографы системы с ПИ-регулятором, соответственно при
$T_и=T_{и.кр}$; $T_и>T_{и.кр}$; $T_и<T_{и.кр}$

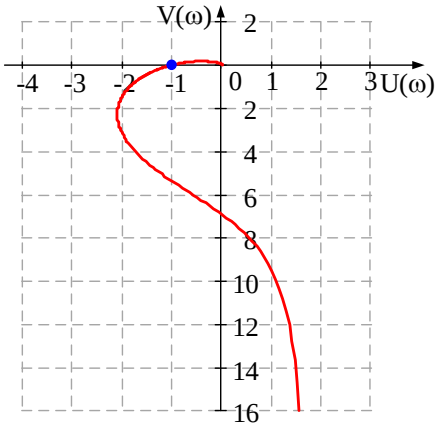


Рис. 3.10. Годограф системы с ПИ-регулятором в разомкнутом состоянии при изменении частоты от ω = 0 до ω = ∞ при условиях, соответствующих границе устойчивости

3.4. Оценка качества систем автоматического регулирования в переходном режиме

Система автоматического регулирования должна удовлетворять определенным требованиям как в установившемся режиме, так и в переходном режиме. Показатели качества системы в установившемся режиме характеризуются статическими ошибками по каналу задающего воздействия и по каналу возмущающего воздействия. Зависимость статических ошибок от параметров объекта, вида регулятора и его параметров приведены в разделе 2.

Соблюдение условия устойчивости, которое, безусловно, должно выполняться обязательно, не означает, что свойства системы будут удовлетворительными в переходном режиме. В связи с этим вводятся количественные показатели качества переходного процесса.

В общем случае переходный процесс изменения регулируемой величины в устойчивой системе при изменении, например, задающей величины в виде ступенчатой функции $x_{\text{зад}} = x_{\text{зад}\infty 1} + 1(t)x_{\text{зад}\infty 2}$ имеет вид, приведенный на рис. 3.11. Для такого процесса вводятся следующие количественные характеристики.

1. Максимальное перерегулирование (П, о.е.) – это максимальное превышение регулируемой величиной своего установившегося значения, отнесенное к разности регулируемой величины до внешнего воздействия $x_{\infty 1}$, и установившегося значения после окончания переходного процесса $x_{\infty 2}$. В соответствии с обозначениями на рис. 3.11

$$\Pi = \frac{x_{m1}}{x_{\infty 2} - x_{\infty 1}}.$$

2. Время регулирования ($t_{\text{рег}}$, с) – это время, в течение которого амплитуда регулируемой величины затухает до значения, отличающегося от установившегося ее изменения на некоторую заданную малую величину $\Delta\varepsilon(x_{\infty 2} - x_{\infty 1})$.

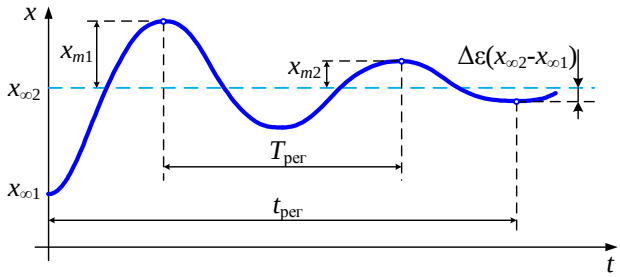


Рис. 3.11. Переходный процесс в системе автоматического регулирования и показатели качества переходного процесса

3. Колебательность (М) – число полных колебаний (периодов) изменения выходной величины за время регулирования

$$\text{М} = \frac{t_{\text{рег}}}{T_{\text{рег}}},$$

где $T_{\text{рег}}$ – период колебательного процесса регулируемой величины.

4. Степень затухания (ΔА, о.е.) – разность амплитуд колебательного процесса, сдвинутых по времени на один период $T_{\text{рег}}$, отнесенная к большей (предыдущей) из сравниваемых амплитуд

$$\Delta\text{А} = \frac{x_{m1} - x_{m2}}{x_{m1}}.$$

Предельно плохие показатели качества переходного процесса имеет система автоматического регулирования, находящаяся на границе устойчивости. В этом случае переходный процесс представляет собой незатухающие колебания и поэтому

$$\Pi = 1; \quad t_{\text{рег}} \to \infty; \quad \text{М} \to \infty; \quad \Delta\text{А} = 0.$$

Очевидно, что чем ближе система находится к границе устойчивости, тем хуже качество переходного процесса. На основе этого обстоятельства вводятся косвенные показатели качества переходного процесса. Здесь уместно, как и ранее, отметить, что современные математические программные пакеты и

специальные программы для анализа и синтеза систем автоматического регулирования позволяют непосредственно получить график переходного процесса и, следовательно, приведенные выше количественные характеристики.

Рассмотрим два из известного вида косвенных показателей качества переходного процесса: корневые, основанные на анализе корней характеристического уравнения, и частотные, основанные на использовании критерия Найквиста.

Корневые критерии оперируют с корнями характеристического уравнения системы автоматического регулирования в замкнутом состоянии. При этом рассматривается расположение координат точек, соответствующих корням, на комплексной плоскости. В общем случае принимается, что среди корней характеристического уравнения есть вещественные и комплексные сопряженные. Поскольку рассматривать показатели качества переходного процесса имеет смысл только при выполнении условия устойчивости, то принимается случай, когда имеют место только отрицательные вещественные и сопряженные комплексные корни с отрицательной вещественной частью. Время регулирования определяет та составляющая переходного процесса по (1.2), которая соответствует наименьшему вещественному корню или паре сопряженных комплексных корней с наименьшей вещественной частью.

В качестве примера рассмотрим случай, когда наименьшую вещественную часть имеют два сопряженных комплексных корня

$$p_1 = -\alpha + j\omega_0; \qquad p_2 = -\alpha - j\omega_0 .$$

Расположение этих корней вместе с другими корнями p_3, p_4, p_5, у которых вещественная часть больше, приведено на рис. 3.12.

Возможность нарушения устойчивости из-за каких-либо случайных изменений параметров системы тем выше, чем ближе к мнимой оси корни с наименьшей вещественной частью. Поэтому расстояние от мнимой оси до ближайшего к ней корня, обозначенное η, называют запасом устойчивости.

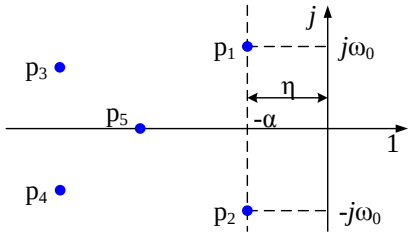


Рис. 3.12. Расположение корней характеристического уравнения на комплексной плоскости для устойчивой системы регулирования

Составляющая переходного процесса, соответствующая корням p_1 и p_2, описывается выражением

$$x = x_{\infty 2} + \left(x_{\infty 1} - x_{\infty 2}\right)\frac{\sqrt{\alpha^2 + \omega_0^2}}{\omega_0} e^{-\alpha t} \sin\left(\omega_0 t + \Theta\right),$$

где $\Theta = \arcsin\dfrac{\omega_0}{\sqrt{\alpha^2 + \omega_0^2}}$, $x_{\infty 1}$ и $x_{\infty 2}$ – соответственно начальное установившееся и принужденное установившееся значение величины x (см. рис. 3.11).

Показатели качества переходного процесса могут быть получены по известным значениям вещественной и мнимой составляющих корней характеристического уравнения, исходя из их физического смысла. А именно, α – это коэффициент затухания экспоненциальной огибающей амплитуд, ω_0 – частота свободных колебаний. По этим величинам определяются:

– постоянная времени затухания: $\tau = \dfrac{1}{\alpha}$;

– период свободных колебаний: $T_{\text{рег}} = \dfrac{2\pi}{\omega_0}$.

Первое максимальное значение регулируемой величины достигается спустя время $\dfrac{T_{\text{рег}}}{2}$ после начала переходного процесса. Поэтому перерегулирование может быть определено по формуле

$$\Pi = e^{-\frac{T_{\text{рег}}}{2\tau}} = e^{-\frac{\pi\alpha}{\omega_0}}. \qquad (3.8)$$

Если задано требуемое относительное уменьшение амплитуды регулируемой величины как признак окончания переходного процесса $\Delta\varepsilon$, то время регулирования определяется из уравнения

$$e^{-\alpha t_{\text{рег}}} = \Delta\varepsilon,$$

что дает

$$t_{\text{рег}} = \frac{1}{\alpha}\ln\frac{1}{\Delta\varepsilon}. \qquad (3.9)$$

Например, если принять $\Delta\varepsilon = 0,05$, то время регулирования $t_{\text{рег}} \approx \frac{3}{\alpha} = 3\tau$.

При известном времени регулирования $t_{\text{рег}}$ и периода колебаний $T_{\text{рег}}$ определяется колебательность процесса

$$\text{М} = \frac{\omega_0}{\alpha}\frac{\ln\left(1/\Delta\varepsilon\right)}{2\pi}. \qquad (3.10)$$

Степень затухания в соответствии с определением

$$\Delta\text{А} = \frac{e^{-\frac{t}{\tau}} - e^{-\frac{\left(t+T_{\text{рег}}\right)}{\tau}}}{e^{-\frac{t}{\tau}}}.$$

После простых преобразований

$$\Delta\text{А} = 1 - e^{-\frac{2\pi\alpha}{\omega_0}}. \qquad (3.11)$$

При предельно допустимых показателях качества переходного процесса, равных $\Pi_{\text{доп}}$, $t_{\text{рег.доп}}$, $\text{М}_{\text{доп}}$, $\Delta\text{А}_{\text{доп}}$, должны выполняться условия

$$\Pi \le \Pi_{\text{доп}};\ t_{\text{рег}} \le t_{\text{рег.доп}};\ \text{М} \le \text{М}_{\text{доп}};\ \Delta\text{А} \ge \Delta\text{А}_{\text{доп}}.$$

Если принять, что при корнях $\text{p}_{1\text{пр}}$ и $\text{p}_{2\text{пр}}$ имеют место предельно допустимые показатели качества переходного процесса, то на комплексной плоскости можно выделить область значения корней, в которой выполняются все условия по качеству переходного процесса. На рис. 3.13 эта область выделена штриховкой. Показатели качества переходного процесса, основанные на

критерии Найквиста, иллюстрируются на рис. 3.14, на котором приведена некоторая АФЧХ разомкнутой системы, устойчивой в замкнутом состоянии.

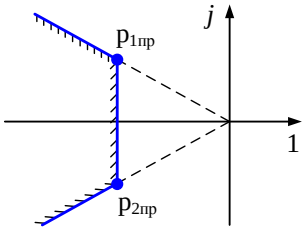


Рис. 3.13. Области расположения корней характеристического уравнения

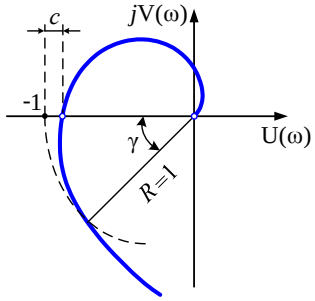


Рис. 3.14. АФЧХ разомкнутой системы, устойчивой в замкнутом состоянии

Как видно, система может выйти на границу устойчивости либо за счет увеличения модулей векторов, либо за счет поворота векторов АФЧХ в сторону точки с координатами $[-1; j0]$. Качество переходного процесса, как отмечалось ранее, тем хуже, чем ближе параметры системы, к значениям, соответствующим границе устойчивости.

Для оценки степени удаленности от границы устойчивости вводятся два косвенных показателя: запас устойчивости по модулю – c и запас устойчивости по фазе – γ. Пояснение приведено на рис. 3.14. Запас устойчивости по модулю показывает, насколько может быть допущено увеличение модуля вектора АФЧХ при $\omega = \omega_{кр}$, т.е. при $V(\omega) = 0$, а запас устойчивости по углу показывает, насколько может быть допущено изменение угла вектора АФЧХ при таком значении частоты, когда его модуль равен единице. Из сопоставления годографов АФЧХ, приведенных на рис. 3.5, 3.7 и 3.9, для систем автоматического регулирования с разными типами регуляторов очевидно, что в системе с П-регулятором выход на границу устойчивости возможен из-за исчерпания запаса устойчивости по модулю при увеличении коэффициента усиления регулятора $K_п$. При прочих равных условиях добавление к пропорциональному регулятору

дифференциальной составляющей увеличивает запас устойчивости по фазе, а добавление интегральной составляющей снижает запас устойчивости по фазе.

Свойства системы автоматического регулирования в установившемся режиме и при переходных процессах жестко взаимосвязаны. Сопоставление влияния типа регулятора и его параметров на свойства системы в установившемся режиме и на запасы устойчивости позволяет установить, что условие повышения точности работы системы автоматического регулирования, и условие повышения запасов устойчивости в общем случае являются противоречивыми. Именно поэтому вопросы о характеристиках системы в установившемся режиме должны решаться одновременно с вопросами о свойствах системы в переходном режиме и ее устойчивости.

Основным путем разрешения противоречия между требуемой точностью и требуемыми запасами устойчивости системы в конкретных случаях является выбор состава и видов регулирующих воздействий и назначение степени их участия в формировании результирующего регулирующего воздействия.

4. ВЫПОЛНЕНИЕ И АНАЛИЗ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ НА ПРИМЕРЕ РЕГУЛЯТОРОВ ЧАСТОТЫ ВРАЩЕНИЯ ПАРОВЫХ И ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ТУРБИН

4.1. Общий принцип выполнения регуляторов частоты вращения турбин

В качестве примеров рассмотрим регуляторы частоты вращения паровых и гидравлических турбин.

Обобщенная функциональная схема агрегата турбина-генератор с регулятором частоты вращения приведена на рис. 4.1.

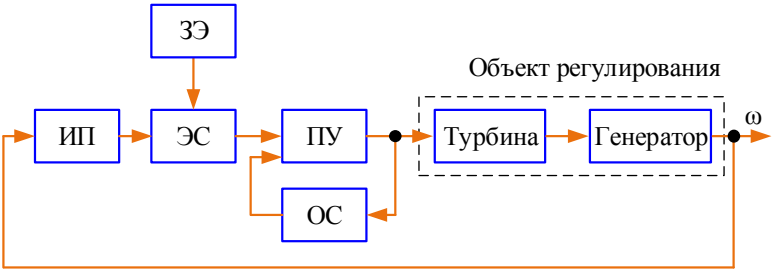


Рис. 4.1. Обобщенная функциональная схема агрегата турбина-генератор с регулятором частоты вращения: ИП – измерительный преобразователь; ЗЭ – задающий элемент; ЭС – элемент сравнения; ПУ – преобразовательно-усилительный элемент; ОС – элемент обратной связи

Особенностью регуляторов частоты вращения турбин является необходимость обеспечения весьма значительных усилий для изменения положения регулирующих клапанов паровых турбин или направляющего аппарата гидравлических турбин. Причем перемещение этих регулирующих элементов должно осуществляться с достаточно большой точностью.

В настоящее время повсеместно для решения этой задачи в составе преобразовательно-усилительного элемента (ПУ) используются гидравлические двигатели, часто называемые в системах регулирования сервомоторами.

В качестве других элементов, с помощью которых формируется определенный закон управления (ИП, ЗЭ, ЭС, ОС), могут использоваться механические, гидравлические и электрические элементы.

В зависимости от состава технических средств регуляторы частоты вращения принято разделять на три вида:

– гидромеханические;

– гидродинамические;

– электрогидравлические.

Первые два вида используются на паровых турбинах. В настоящее время на гидротурбинах, как правило, используются электрогидравлические регуляторы. Для анализа регуляторов частоты вращения турбин необходимо установить вид и количественные параметры передаточных функций всех элементов функциональной схемы.

4.1.1. Передаточная функция измерительного преобразователя частоты

В гидромеханических регуляторах в качестве измерительного органа частоты вращения используется устройство на основе центробежного механизма, перемещение элементов которого в гидравлическую часть предаётся механическим путем.

У гидродинамических регуляторов осуществляется непосредственное преобразование изменения частоты в изменение давления масла и последующее воздействие на элементы гидравлической части. Основным элементом такого измерительного органа является насос, например центробежный, механически связанный с валом турбины. Путем определенного включения этого насоса в гидравлическую часть регулятора изменение частоты вращения преобразуется в изменение давления масла с последующим воздействием на золотник сервомотора [3].

В электрогидравлических регуляторах на валу агрегата помещается вспомогательный генератор, например синхронный генератор, возбуждаемый постоянными магнитами. Частота напряжения этого генератора пропорциональна частоте вращения. Далее сигнал с выхода вспомогательного генератора преобразуется в сигнал постоянного тока, зависящий от частоты.

Известно большое количество вариантов конструктивного исполнения измерительных органов частоты вращения [3]. С точки зрения рассматриваемых здесь задач важно, что измерительный орган любого исполнения имеет постоянные времени, значительно меньшие по сравнению с постоянными времени других элементов регулятора. Поэтому допустимо учитывать его как инерционное звено первого порядка с малой постоянной времени:

$$W_{ИП}(p) = \frac{K_{ИП}}{T_{ИП}p + 1}.$$

Практически измерительные органы частоты вращения имеют некоторую зону нечувствительности (см. рис. 1.6, *а*), которая далее может не учитываться, так как это не влияет на основные принципиальные свойства системы регулирования.

В электрогидравлических регуляторах связь электрической части с гидравлической осуществляется с помощью устройства, которое называется электрогидравлический преобразователь (ЭГП). ЭГП должен в конечном счете преобразовать электрические сигналы в пропорциональное этим сигналам перемещение, например, золотника гидравлического двигателя.

Одна из возможных конструкций ЭГП показана на рис. 4.2 [6]. Он содержит магнитоэлектрический электромеханический преобразователь (ЭМП) и гидравлический усилитель (ГУ) с дроссельным золотником. Перемещение штока 1 ЭМП пропорционально току *I*, протекающему по обмотке w. При изменении направления тока изменяется и направление перемещения штока. Перемещение штока вызывает изменение зазора σ, а следовательно, и гидравлического сопротивления между соплом 3 и отбойной пластиной 2.

Например, при перемещении штока ЭМП вверх на увеличение σ давление масла в полости 4 гидравлического усилителя уменьшается и поршень 6 двигается в этом же направлении до тех пор, пока из-за уменьшения σ силы давления масла в полостях 4 и 5 не станут равными. При смещении штока от исходного равновесного состояния вниз на уменьшение σ поршень движется также вниз.

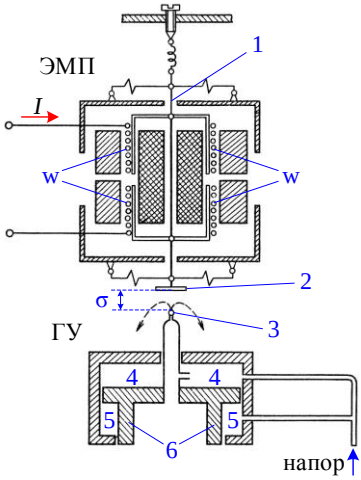


Рис. 4.2. Конструкция электрогидравлического преобразователя

Зависимость зазора σ как от внешнего воздействия, так и от перемещения поршня, т.е. выходной величины, образует жесткую отрицательную обратную связь. Благодаря этому электрогидравлический преобразователь имеет практически линейную характеристику. Постоянная времени преобразователя составляет 10÷15 мс. При столь малой постоянной времени, которая намного меньше постоянных времени других элементов, ЭГП может быть представлен безынерционным звеном. В дальнейшем коэффициент усиления этого звена принимаем равным единице и в структурных схемах не учитываем.

4.1.2. Передаточная функция преобразовательно-усилительного элемента

Гидравлические усилительные и исполнительные элементы содержат в своем составе собственно гидравлический сервомотор и устройство управления, которое в данном случае принято называть золотником. На практике применяется несколько типов золотников.

Для примера ниже рассмотрен гидравлический сервомотор, управляемый отсечным золотником (рис. 4.3) [3].

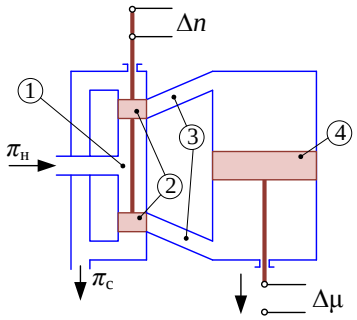


Рис. 4.3. Масляный сервомотор с отсечным золотником

К буксе золотника 1 подводится масло под давлением $\pi_н$. В нейтральном исходном положении поршни золотника 2 перекрывают (отсекают) каналы 3, соединяющие буксу золотника с верхней и нижней полостями гидравлического двигателя. Полости над поршнем и под поршнем гидравлического двигателя заполнены маслом, которое является практически несжимаемым и поэтому положение поршня 4 жестко зафиксировано.

При смещении поршней золотника, например, вниз нижняя полость цилиндра двигателя соединяется с линией давления (давление $\pi_н$), а верхняя – линией слива (давление $\pi_с$). Поршень двигателя при этом будет перемещаться вверх до тех пор, пока поршни золотника снова не займут нейтральное положение в результате действия регулятора по цепи обратной связи или пока поршень двигателя не дойдет до своего крайнего положения.

Для замещения гидравлического двигателя звеном в структурной схеме системы регулирования и определения его передаточной функции рассмотрим уравнение, связывающее расход масла и перемещение поршня двигателя в течение малого отрезка времени Δt [3]

$$F\Delta\mu = \Delta n K_v(\pi_н - \pi_с)\Delta t\,,$$

где $\Delta\mu$ – перемещение поршня двигателя,

Δn – открытое сечение окон золотника,

K_v – коэффициент связи между давлением и скоростью перетекания масла,

F – площадь поршня двигателя, принимаемая для упрощения одинаковой со стороны верхней и нижней полостей.

Для дифференциально малого отрезка времени $\frac{d\Delta\mu}{d\Delta t} = \frac{d\mu}{dt}$, поэтому

$$F\frac{d\mu}{dt} = \Delta n K_{\nu}(\pi_{н} - \pi_{с}). \qquad (4.1)$$

Перейдем в (4.1) к относительным единицам, приняв за базисные величины:

μ_{max} – максимальный рабочий ход поршня двигателя,

n_{max} – площадь поперечного сечения полностью открытых окон золотника. Уравнение (1.39) представим в виде

$$T_{дв}\frac{d\mu_*}{dt} = \Delta n_*, \qquad (4.2)$$

где $T_{дв} = \frac{F\mu_{max}}{n_{max}K_{\nu}(\pi_{н} - \pi_{с})}$ – постоянная времени гидравлического двигателя.

За время $T_{дв}$ поршень двигателя при полном открытии окон золотника перемещается из одного крайнего положения до другого.

Из (4.2) передаточная функция гидравлического двигателя

$$W_{дв}(p) = \frac{1}{T_{дв}p}.$$

То есть гидравлический двигатель может быть представлен интегрирующим звеном. Очевидно, что золотник и силовой привод имеют ограничения по перемещению в сторону открытия и закрытия регулирующих элементов турбины. Поэтому в общем случае они представляют собой нелинейные звенья с характеристикой типа ограничение (см. рис. 1.6, *б*). В реальных режимах турбины работают при значениях мощности, соответствующих линейному участку характеристики зависимости параметра μ от параметра *n*.

Для придания системе регулирования частоты вращения необходимых свойств сервомотор дополняется отрицательной обратной связью. В зависимости от конкретных условий обратная связь выполняется через безынерционное звено либо через параллельно соединенные безынерционное и реальное дифферен-

цирующее звенья. Способы выполнения обратной связи для различных видов регуляторов описаны в [3, 5].

Структурная схема для определения передаточной функции сервомотора с обратной связью приведена на рис. 4.4.

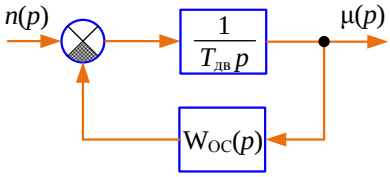


Рис. 4.4. Структурная схема сервомотора с отрицательной обратной связью

В соответствии с (1.15) передаточная функция преобразовательно-усилительного элемента при любой передаточной функции звена обратной связи

$$W_{дв}(p) = \frac{\dfrac{1}{T_{дв}p}}{1 + \dfrac{1}{T_{дв}p} W_{ОС}(p)} = \frac{1}{T_{дв}p + W_{ОС}(p)}.$$

При $W_{ОС}(p) = K_{ОС}$

$$W_{дв}(p) = \frac{1}{T_{дв}p + K_{ОС}} = \frac{1}{K_{ОС}} \frac{1}{\dfrac{T_{дв}}{K_{ОС}} p + 1}.$$

При такой отрицательной обратной связи сервомотор является инерционным звеном первого порядка с постоянной времени $T_{дв}/K_{ОС}$ и коэффициентом усиления $K = 1/K_{ОС}$.

В ряде случаев, в частности в системе регулирования гидротурбин, необходимо применение комбинированной обратной связи в виде параллельного соединения безынерционного и реального дифференцирующего звеньев.

$$W_{ОС}(p) = K_{ОС} + \frac{K_{1ОС}(T_{ОС}p)}{T_{ОС}p + 1}. \qquad (4.3)$$

Второе слагаемое в (4.3) может быть образовано последовательным соединением реального дифференцирующего звена и безынерционного звена с коэффициентом усиления $K_{1ОС}$.

В этом случае

$$W_{дв}(p) = \frac{T_{ОС}p + 1}{T_{ОС}T_{дв}p^2 + \left[T_{дв} + (K_{ОС} + K_{1ОС})T_{ОС}\right]p + K_{ОС}}. \qquad (4.4)$$

В (4.3) и (4.4) $T_{ОС}$ – постоянная времени дифференцирующего звена, $K_{1ОС}$ – коэффициент, учитывающий степень влияния дифференциальной составляющей в цепи обратной связи.

Практически коэффициент усиления пропорционального звена в цепи обратной связи $K_{ОС}$ во всех случаях принимается равным единице [4]. Поэтому в дальнейшем он не входит в число варьируемых параметров.

4.1.3. Передаточная функция звена, замещающего паровую турбину

В приведенных примерах в качестве объекта регулирования рассматривается паровая турбина с промежуточным перегревом пара.

Фрагмент технологической схемы турбоагрегата с промежуточным перегревом пара показан на рис. 4.5.

Для решаемой здесь задачи допустимо принять, что давление $\pi_к$ при изменении режима работы турбины остается неизменным, поэтому можно считать, что мощность турбины в установившихся режимах пропорциональна степени открытия регулирующих клапанов, т.е. пропорциональна параметру μ [4]. В переходных режимах изменение мощности запаздывает по отношению к изменению положения регулирующих клапанов, что объясняется влиянием энергетической инерционности паровых объемов в ЦВД между регулирующими клапанами и первым рядом сопл турбины и в ЦСД, включающем в себя протяженные паропроводы и теплообменник промперегрева. Запаздывание изменения мощности моделируется инерционными звеньями 1-го порядка соответственно в ЦВД

$$W_{ТП}(p) = \frac{1}{T_п p + 1},$$

и в ЦСД

$$W_{ПП}(p) = \frac{1}{T_{пп}p + 1},$$

где $T_п$ – постоянная времени парового объема в ЦВД;

$T_{пп}$ – постоянная времени парового объема ЦСД.

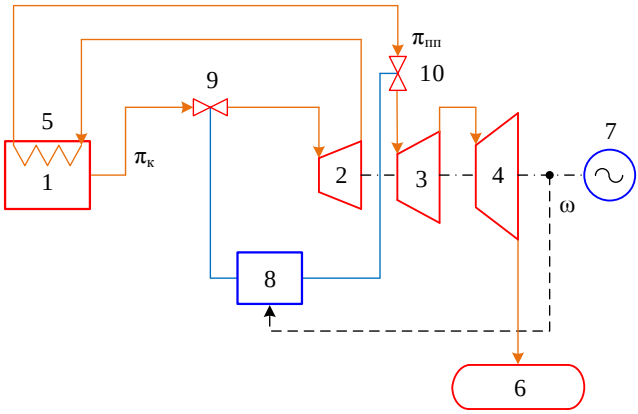


Рис. 4.5. Фрагмент технологической схемы турбоагрегата с промежуточным перегревом пара:
1– котельный агрегат; 2 – цилиндр высокого давления (ЦВД); 3 – цилиндр среднего давления (ЦСД); 4 – цилиндр низкого давления (ЦНД); 5 – теплообменник промежуточного перегрева; 6 – конденсатор турбины; 7– генератор; 8 – автоматический регулятор частоты вращения турбины; 9 – регулирующий клапан ЦВД; 10 – регулирующий клапан ЦСД, $\pi_к$ – давление пара на выходе котла, $\pi_{пп}$ – давление пара на входе ЦСД

Суммарная мощность, которую вырабатывает турбина, некоторым образом распределена между ЦВД (до промперегрева), ЦСД и ЦНД (после промперегрева). Доля мощности ЦВД (обозначается C) в переходных режимах составляет C = 0,4÷0,5 от полной мощности турбины [4]. Далее важно учесть, что в пределах практического регулировочного диапазона турбины регулирование осуществляется только клапанами ЦВД, а клапаны ЦСД полностью открыты и вступают в действие, начиная закрываться, когда мощность турбины снижается до 10÷15% от

номинальной мощности. Приблизительно связь между мощностью турбины и положением клапанов 9 и 10 можно отобразить графиком (рис. 4.6).

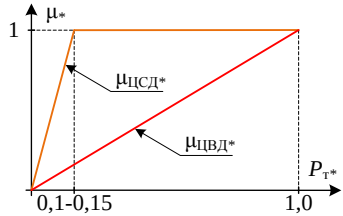


Рис. 4.6. Примерный вид зависимости положения клапанов ЦВД и ЦСД от мощности турбины:
$\mu_*=1$ – открытие клапанов, соответствующее номинальной мощности;
$\mu_{ЦВД*}$ и $\mu_{ЦСД*}$ – соответственно относительное открытие регулирующих клапанов ЦВД и ЦСД

Практически паровые турбины работают при мощности $P_т = (0,8-1,0)P_{т.ном}$ и регулирование осуществляется только клапанами ЦВД. Структурная схема модели турбины с промежуточным перегревом пара с учетом отмеченных обстоятельств представлена на рис. 4.7.

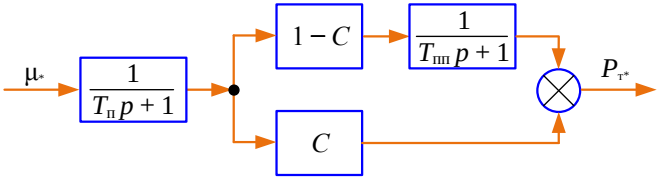


Рис. 4.7. Структурная схема модели турбины с промежуточным перегревом пара

Входной величиной этого звена является относительное открытие регулирующих клапанов, которые перемещаются гидравлическим сервомотором, а выходной величиной – мощность турбины.

Структурной схеме по рис. 4.7 соответствует передаточная функция

$$W_т(p) = \frac{1}{T_п p+1}\frac{CT_{пп}p+1}{T_{пп}p+1}.$$

4.1.4. Передаточная функция звена, замещающего гидротурбину

Одна из важных особенностей передаточной функции гидротурбины обусловлена явлением гидравлического удара, которое проявляется в том, что при изменении положения направляющего аппарата в сторону закрытия мощность турбины в переходном процессе несколько увеличивается с последующим уменьшением в установившемся режиме. При изменении положения направляющего аппарата в сторону открытия имеет место противоположная картина. Подробный вывод выражения для передаточной функции гидротурбины при определенных допущениях приведен в [4] и она имеет вид

$$W_{т}(p) = \frac{1 - \mu_{0*} T_{в} p}{1 + 0,5 \mu_{0*} T_{в} p}, \qquad (4.5)$$

где $T_{в}$ – постоянная времени водоводов;

μ_{0*} – относительное открытие направляющего аппарата турбины в предшествующем режиме.

4.1.5. Передаточная функция звена, замещающего генератор, работающий на автономную нагрузку

Рассмотрение только режимов автономной работы генератора вполне достаточно в рамках задачи, решаемой в приводимых здесь примерах. Результаты такого анализа могут быть отнесены не только к отдельному агрегату турбина-генератор, но и к группе параллельно работающих агрегатов в автономной энергосистеме. В последнем случае группа агрегатов заменяется одним эквивалентным с достаточно строгими правилами эквивалентирования.

При работе генератора в составе мощной энергосистемы, в которой частота поддерживается практически неизменной, регулируемым параметром является активная мощность генератора. Закономерности процесса регулирования и в этом случае подчиняются положениям теории автоматического регулирования, но здесь такой режим не рассматриваются.

Передаточная функция генератора может быть получена из уравнения движения ротора эквивалентного агрегата турбина-генератор, записанного в относительных единицах при базисных величинах $\omega = \omega_{\text{ном}}$, $P = P_{\text{ном}}$

$$T_j \frac{d\omega_*}{dt} = P_{\text{т}*} - P_{\text{г}*}, \tag{4.6}$$

где T_j – эквивалентная постоянная механической инерции агрегата турбина-генератор;

ω_* – частота вращения в относительных единицах;

$P_{\text{т}*}$ и $P_{\text{г}*}$ – соответственно мощность турбины и мощность генератора в относительных единицах.

Поскольку мощность генератора практически равна мощности нагрузки, то для малых реальных отклонений частоты, в пределах которых статическая характеристика активной мощности нагрузки близка к линейной, можно принять [4]

$$P_{\text{г}*} = P_{\text{г}0*} + k_{\text{н}f}\,\Delta\omega_*,$$

где $k_{\text{н}f}$ – коэффициент регулирующего эффекта активной мощности нагрузки по частоте;

$P_{\text{г}0*}$ – мощность генератора равная мощности нагрузки в момент, непосредственно следующий после возникновения возмущения, например, при набросе или сбросе нагрузки.

Так как $\dfrac{d(\omega_* + \Delta\omega_*)}{dt} = \dfrac{d(\Delta\omega_*)}{dt}$, то уравнение (4.6) при принятых условиях примет вид

$$T_j \frac{d\Delta\omega_*}{dt} = \Delta P_* - k_{\text{н}f}\,\Delta\omega_*, \tag{4.7}$$

где $\Delta P_* = P_{\text{т}*} - P_{\text{г}0*}$.

Представив уравнение (4.7) в операторной форме, определим передаточную функцию как отношение $\Delta\omega_*(p) \big/ \Delta P_*(p)$

$$\text{W}_{\text{г}}(p) = \frac{1}{T_j p + k_{\text{н}f}}. \tag{4.8}$$

Передаточной функции (4.8) соответствует структурная схема на рис. 4.8.

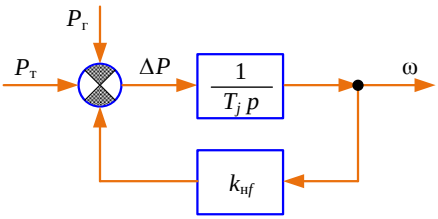


Рис. 4.8. Структурная схема модели генератора

Следует отметить, что при $k_{нf} = 0$ генератор замещается интегрирующим звеном, так как не учтены практически очень малые механические потери. Механическая постоянная времени T_j в передаточной функции генератора учитывает инерционные свойства как генератора, так и турбины.

4.2. Анализ статических характеристик и устойчивости регуляторов частоты вращения турбин

Функциональной схеме регулятора, приведенной на рис. 4.1, соответствует структурная схема на рис. 4.9. При выводе передаточных функций принимаются соотношения между конечными достаточно малыми приращениями входной и выходной величинами, чем подчеркивается, что рассматривается работа системы регулирования на линейных участках характеристик звеньев. Для упрощения записей в дальнейшем знак «Δ», означающий приращение, опускаем.

Схема на рис. 4.9 полностью соответствует системе регулирования паровой турбины. На этой схеме $\omega_{зад}$ – заданное (предписанное) значение регулируемой величины, а $P_г$ – возмущающее воздействие (электрическая мощность генератора).

В схеме для гидравлической турбины между сумматором 1 и звеном серводвигателя должна быть помещена передаточная функция ЭГП. Ранее принято, что ЭГП может замещаться безынерционным звеном с коэффициентом усиления, равным единице. Поэтому в структурной схеме его можно не учитывать. При

таких условиях схема на рис. 4.9 может использоваться как для паровых, так и для гидравлических турбин.

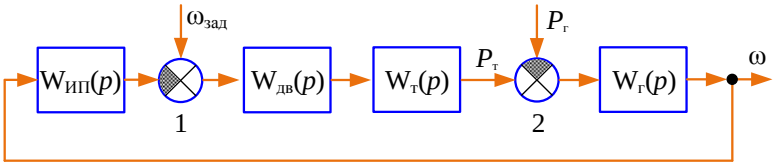


Рис. 4.9. Структурная схема для анализа регулятора частоты вращения турбины

Далее перенесем точку суммирования 1 на вход звена $W_{ИП}(p)$ и используем представление генератора в виде структурной схемы по рис. 4.8. В результате этого структурная схема примет вид, показанный на рис. 4.10.

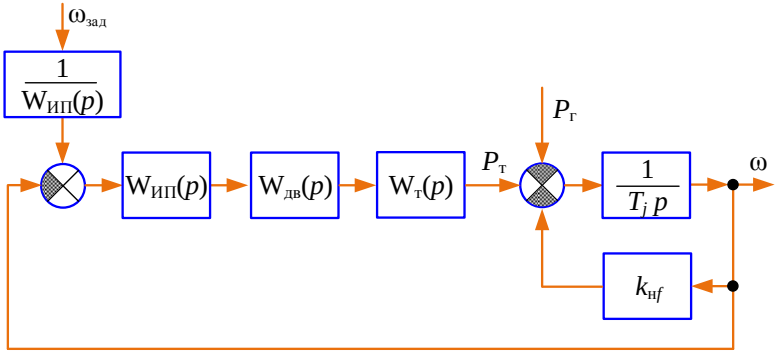


Рис. 4.10. Преобразованная структурная схема системы регулирования частоты вращения

Для упрощения записей параметр $\frac{\omega_{зад}}{W_{ИП}(p)}$ будем записывать как $\omega_{зад}$. В установившемся режиме, при $p = 0$, коэффициент усиления системы в разомкнутом состоянии зависит от параметров всех звеньев, но для упрощения будем считать, что он определяется только звеном $W_{ИП}(p)$ и принимается равным $K_{ИП}$.

Передаточные функции для принятой схемы по каналу заданной величины $\omega_{зад}$ и по каналу возмущающего воздействия $P_г$:

$$W_{зад}(p) = \frac{W_{ИП}(p)W_{дв}(p)W_т(p)W_г(p)}{1 + W_{ИП}(p)W_{дв}(p)W_т(p)W_г(p)} = \frac{W_{раз}(p)}{1 + W_{раз}(p)}, \qquad (4.9)$$

$$W_{воз}(p) = \frac{W_г(p)}{1 + W_{ИП}(p)W_{дв}(p)W_т(p)W_г(p)} = \frac{W_г(p)}{1 + W_{раз}(p)}. \qquad (4.10)$$

Передаточная функция системы в разомкнутом состоянии

$$W_{раз}(p) = W_{ИП}(p)W_{дв}(p)W_т(p)W_г(p).$$

4.2.1. Анализ системы регулирования частоты вращения в установившемся режиме (статические характеристики)

В структурной схеме как для паровой, так и для гидравлической турбины в установившемся режиме (при $p = 0$) все передаточные функции, кроме передаточной функции измерительного преобразователя, равны единице, поэтому подстановка $p = 0$ в (4.9) и (4.10) дает

$$W_{зад}(0) = \frac{K_{ИП}}{k_{нf} + K_{ИП}}; \qquad W_{воз}(0) = \frac{K_{ОС}}{k_{нf} + K_{ИП}}.$$

Чтобы вычленить влияние на свойства системы регулирования только собственно регулятора, положим $k_{нf} = 0$. Это означает, что мощность нагрузки не зависит от частоты. При этом

$$W_{зад}(0) = 1; \qquad W_{воз}(0) = \frac{1}{K_{ИП}}.$$

Таким образом, статическая характеристика, определяемая как зависимость регулируемой величины от возмущающего воздействия, будет иметь вид

$$\omega_{\infty *} = \omega_{зад*} - k_с P_{г*}.$$

Величину $k_с = \dfrac{K_{ОС}}{K_{ИП}}$ в технических приложениях и, в частности, в задаче регулирования частоты принято называть коэффициентом статизма.

По существующим требованиям коэффициент статизма у отдельного регулируемого агрегата должен составлять 4÷6%, а следовательно, коэффициент $K_{ИП}$ должен быть равным 25÷16,66. В связи с этим ясна роль пропорциональной составляющей в цепи обратной связи преобразовательно-усилительного элемента для придания регуляторам частоты вращения турбин необходимых свойств. При отсутствии в цепи обратной связи пропорциональной составляющей, т.е. при $K_{ОС} = 0$ система регулирования становится астатической ($\omega_* = \omega_{зад*}$). Выводы, полученные для установившегося режима, справедливы как для системы регулирования паровых, так и гидравлических турбин.

4.2.2 Устойчивость и качество переходного процесса системы регулирования частоты вращения турбин

Установка вполне определённого значения коэффициента $K_{ИП}$ является обязательным условием для регуляторов паровых и гидравлических турбин. При таком фиксированном коэффициенте усиления системы в разомкнутом состоянии должна обеспечиваться устойчивость системы и удовлетворительные показатели качества переходного процесса регулирования во всех режимах. Наихудшие условия по запасам устойчивости и качеству переходных процессов имеют место, когда мощность нагрузки не зависит от частоты ($k_{нf} = 0$).

Для исследования устойчивости и показателей качества переходного процесса определим корни характеристического уравнения в программе Mathcad. Так как знаменатель передаточной функции по структуре совпадает с левой частью характеристического уравнения (см. (1.5)), то далее, используя выражения передаточных функций (4.9) и (4.10), принимаем характеристическое уравнение в виде:

$$W_{раз}(p) + 1 = 0.$$

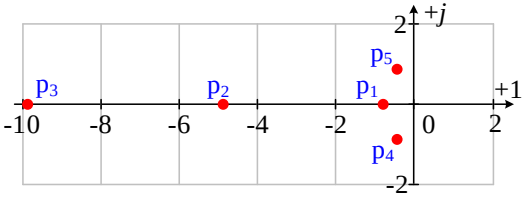
Паровая турбина

Для паровой турбины примем типичные параметры, используемые в [4]:

$K_{ИП} = 20$; $T_{ИП} = 0{,}1$ с; $T_{дв} = 0{,}25$ с; $T_п = 0{,}5$ с; $T_{пп} = 5$; $C = 0{,}4$; $T_j = 10$ с; $K_{ОС} = 1$; $k_{нf} = 0$.

При таких параметрах корни характеристического уравнения получаются равными:

$p_1 = -0{,}735$;
$p_2 = -4{,}843$;
$p_3 = -9{,}864$;
$p_4 = -0{,}379 - j0{,}876$;
$p_5 = -0{,}379 + j0{,}876$.



Во-первых, очевидно, что система регулирования устойчива, так как все вещественные корни и вещественные части сопряжённых комплексных корней отрицательны. Ближайшими к мнимой оси комплексной плоскости являются два сопряжённых комплексных корня, у которых вещественная часть $\alpha = 0{,}379$ с$^{-1}$, мнимая часть $\omega_0 = 0{,}876$ с$^{-1}$. Выполним оценку качества переходного процесса по соотношениям (3.8), (3.9), (3.10) и (3.11), приведенным в разделе 3.4.

Перерегулирование: $П = e^{\frac{-\pi \cdot 0{,}379}{0{,}876}} = 0{,}257$;

Время регулирования: $t_{рег} = \dfrac{3}{0{,}379} = 7{,}915$ с;

Колебательность: $М = \dfrac{3 \cdot 0{,}876}{2\pi \cdot 0{,}379} = 1{,}104$;

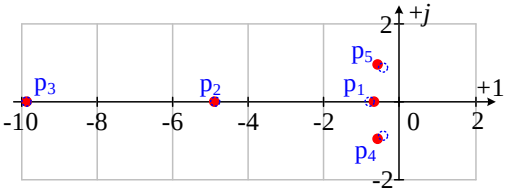
Степень затухания: $\Delta А = 1 - e^{\frac{-2\pi \cdot 0{,}379}{0{,}876}} = 0{,}934$.

Другие составляющие, имеющие апериодический характер, быстро затухают с постоянными времени 1,94, 0,206, 0,1 с, в то время как самая медленная составляющая затухает с постоянной времени 2,63 с.

Здесь уместно также показать, что в случае, если мощность нагрузки зависит от частоты, то запас устойчивости и качество переходного процесса улучшаются. Например, при тех же усло-

виях и $k_{нf} = 2$ корни характеристического уравнения получаются равными:

$p_1 = -0{,}621$;
$p_2 = -4{,}871$;
$p_3 = -9{,}861$;
$p_4 = -0{,}524 + j0{,}952$;
$p_5 = -0{,}524 - j0{,}952$.



В этом случае вещественная часть корней, ближайших к мнимой оси, увеличилась в 1,38 раза. Следовательно, во столько же раз уменьшится время регулирования.

Гидравлическая турбина

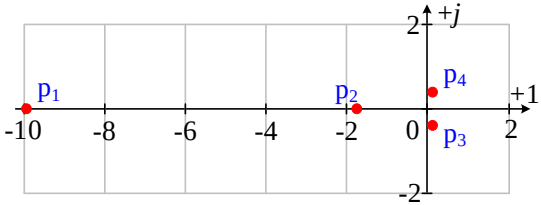
Свойства системы регулирования частоты вращения гидрогенераторов из-за особенностей передаточной функции гидротурбины существенно отличаются от таковых для паровых турбин. Кроме того, у гидротурбин значительно больше постоянная времени серводвигателя $T_{дв}$, так как скорость изменения положения регулирующих органов гидротурбины не может быть такой же, как у паровой турбины, из-за явления гидравлического удара.

При установке коэффициента статизма в пределах 4÷6% и сохранения в обратной связи серводвигателя только безынерционного звена, как у паровых турбин, система регулирования гидротурбины оказывается неустойчивой. Примем в схеме по рис. 4.10 в качестве звена $W_т(p)$ передаточную функцию гидротурбины по выражению (4.5) и следующие численные параметры:

$K_{ИП} = 20$; $T_{ИП} = 0{,}1$ с; $T_{дв} = 5$ с; $T_j = 10$ с; $T_в = 2$ с; $K_{ОС} = 1$; $K_{1ОС} = 10$; $T_{ОС} = 10$ с; $k_{нf} = 0$.

Если вывести дифференцирующее звено из цепи обратной связи, т.е. положить $K_{1ОС} = 0$, то корни характеристического уравнения получаются равными:

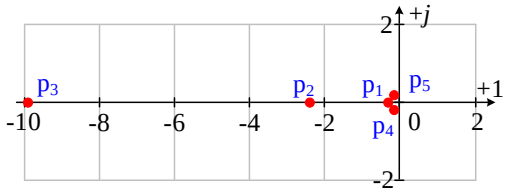
$p_1 = -9{,}93$;
$p_2 = -1{,}698$;
$p_3 = 0{,}187 - j0{,}391$;
$p_4 = 0{,}187 + j0{,}391$.



Как видно, имеется два сопряженных комплексных корня с положительной вещественной частью. Система регулирования не устойчива.

При добавлении в цепи обратной связи дифференцирующего звена с параметрами $T_{ОС} = 10$ с и $K_{1ОС} = 10$ корни характеристического уравнения:

$p_1 = -0{,}272$;
$p_2 = -2{,}369$;
$p_3 = -9{,}918$;
$p_4 = -0{,}112 - j0{,}193$;
$p_5 = -0{,}112 + j0{,}193$.



Система становится устойчивой со следующими показателями качества переходного процесса: П = 0,162; $t_{рег} = 26{,}8$ с; $М = 0{,}823$; $\Delta А = 0{,}974$.

На свойства системы регулирования частоты вращения гидротурбины можно воздействовать также путем изменения закона формирования регулирующих воздействий в цепи главной обратной связи. Практически это реализуется в электрической части регулятора через вход ЭГП [7].

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Иващенко Н.Н.* Автоматическое регулирование. Теория и элементы систем: учебник для вузов / Н.Н. Иващенко. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Машиностроение, 1978. – 736 с.

2. *Юрьевич Е.И.* Теория автоматического управления: учебник для студентов высш. техн. учебн. заведений / Е.И. Юрьевич. – 2-е изд., перераб. и доп. – Л.: Энергия, 1975. – 416 с.: ил.

3. *Крутов В.И.* Основы теории автоматического регулирования / В.И. Крутов, И.П. Спорыш, В.Д. Юношев. – М.: Машиностроение 1969. – 360 с.

4. *Стернинсон Л.Д.* Переходные процессы при регулировании частоты и мощности в энергосистемах / Л.Д. Стернинсон. – М.: Энергия, 1975. – 216 с.

5. *Веллер В.Н.* Регулирование и защита паровых турбин / В.Н. Веллер. – М.: Энергоиздат, 1985. – 104 с.

6. *Овчаренко Н.И.* Элементы автоматических устройств энергосистем: учеб. для вузов: в 2 кн. / Н.И. Овчаренко. – Кн. 2. – 3-е изд., перераб. и доп. – М.: Энергоатомиздат, 1995. – 272 с.

7. *Овчаренко Н.И.* Автоматика энергосистем: учеб. для вузов / Н.И. Овчаренко; под. ред. А.Ф. Дьякова. – 3-е изд., испр. – М.: Издательский дом МЭИ, 2009. – 476 с.: ил.

ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

x – параметр объекта управления, характеризующий его состояние и подлежащий регулированию (регулируемая величина);

$x_{вх}$ – входная величина звена системы автоматического регулирования;

$x_{вых}$ – выходная величина звена системы автоматического регулирования;

$x_{рег}$ – управляющее воздействие от регулятора (регулирующее воздействие);

$x_{воз}$ – возмущающее воздействие в системе автоматического регулирования;

$x_{зад}$ – задающее воздействие в системе (предписанное значение регулируемой величины);

$x_{вх}(p)$ – операторное изображение входной величины;

$x_{вых}(p)$ – операторное изображение выходной величины;

$a_0, a_1 \ldots a_n$; $b_0, b_1 \ldots b_m$ – коэффициенты дифференциального уравнения;

р – корень характеристического уравнения;

p – аргумент функции, представленной в операторной форме;

$A_{вх}$, $A_{вых}$ – амплитуда синусоидальной составляющей входной/выходной величины;

$W(p)$ – передаточная функция;

$W_{об}(p)$ – передаточная функция объекта регулирования;

$W_{рег}(p)$ – передаточная функция регулятора;

$W_{зад}(p)$ – передаточная функция по каналу задающего воздействия;

$W_{воз}(p)$ – передаточная функция по каналу возмущающего воздействия;

$W_{раз}(p)$ – передаточная функция системы в разомкнутом состоянии;

$W_{ОС}(p)$ – передаточная функция цепи обратной связи;

$W(j\omega)$ – амплитудно-фазовая частотная характеристика (АФЧХ);

$A(\omega)$ – амплитудно-частотная характеристика (АЧХ);

$\varphi(\omega)$ – фазо-частотная характеристика (ФЧХ);

$U(\omega)$ – вещественная частотная характеристика;

$V(\omega)$ – мнимая частотная характеристика;

K – коэффициент усиления звена;

$K_п$ – коэффициент усиления пропорционального регулятора;

$K_{об}$ – коэффициент усиления объекта регулирования;

$K_{кр}$ – критическое значение коэффициент усиления;

$k_с$ – коэффициент статизма;

$T_д$ – постоянная времени дифференцирующего звена;

$T_и$ – постоянная времени интегрирующего звена;

$T_{и.кр}$ – критическое значение постоянной времени интегрирующего звена;

$t_{рег}$ – время регулирования;

П – максимальное перерегулирование;

М – колебательность переходного процесса;

ΔА – степень затухания амплитуд переходного процесса;

α – коэффициент затухания экспоненциальной огибающей амплитуд переходного процесса;

ω_0 – частота свободных колебаний переходного процесса;

$\omega_{кр}$ – критическое значение частоты, при котором вещественная частотная характеристика равна нулю.

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ……..……..3
ВВЕДЕНИЕ 5
1. МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ЛИНЕЙНЫХ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ 9
1.1. Основные допущения, принимаемые при изложении основ теории автоматического регулирования 9
1.2. Понятие звена системы автоматического регулирования и математическое описание свойств линейных звеньев 10
1.3. Дифференциальное уравнение звена 10
1.4. Передаточная функция звена..... 12
1.5. Переходная характеристика звена 13
1.6. Импульсная переходная характеристика звена 14
1.7. Амплитудно-фазовая частотная характеристика..... 15
1.8. Связь между входной и выходной величинами звена в установившемся режиме 17
1.9. Типовые звенья систем автоматического регулирования... 17
1.10. Правила преобразования структурных схем систем автоматического регулирования 24
2. СВОЙСТВА СИСТЕМЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ В УСТАНОВИВШЕМСЯ РЕЖИМЕ 29
2.1. Обобщенная эквивалентная схема системы автоматического регулирования 29
2.2. Система автоматического регулирования с пропорциональным регулятором (П-регулятор)..... 33
2.3. Система автоматического регулирования с пропорционально-дифференциальным регулятором (ПД-регулятор) 35
2.4. Система автоматического регулирования с интегральным регулятором (И-регулятор)..... 35
2.5. Система автоматического регулирования с пропорционально-интегральным регулятором (ПИ-регулятор) 36
2.6. Система автоматического регулирования с пропорционально-интегрально-дифференциальным регулятором (ПИД-регулятор) 37
3. УСТОЙЧИВОСТЬ И КОЛИЧЕСТВЕННЫЕ ПОКАЗАТЕЛИ КАЧЕСТВА ПЕРЕХОДНОГО ПРОЦЕССА СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ 38
3.1. Устойчивость систем автоматическогорегулирования..... 38
3.2. Алгебраический критерий устойчивости Гурвица 40

3.3. Частотный критерий устойчивости Найквиста..... 47
3.4. Оценка качества систем автоматического регулирования в переходном режиме..... 55
4. ВЫПОЛНЕНИЕ И АНАЛИЗ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО РЕГУЛИРОВАНИЯ НА ПРИМЕРЕ РЕГУЛЯТОРОВ ЧАСТОТЫ ВРАЩЕНИЯ ПАРОВЫХ И ГИДРАВЛИЧЕСКИХ ТУРБИН 62
4.1. Общий принцип выполнения регуляторов частоты вращения турбин 62
4.2. Анализ статических характеристик и устойчивости регуляторов частоты вращения турбин 74
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 81
ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ 82

Учебное издание

Вайнштейн Роберт Александрович
Понамарев Евгений Алексеевич

ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

Учебное пособие

Редактор *М.В. Перцева*

Согласно Закону № 436-ФЗ от 29 декабря 2010 года
данная продукция не подлежит маркировке

Подписано в печать 28.06.2021. Формат 60×84/16.
Гарнитура Times. Бумага офсетная. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 4,88. Уч.-изд. л. 4,75. Тираж 100 экз. Заказ № 720.

Издательство Чувашского университета
Типография университета
428015 Чебоксары, Московский просп., 15

ISBN 978-5-7677-3301-9